

Foundations of cities

Thisse, J. F., Turner, M. A., & Ushchev, P. (2024). Foundations of cities. *Journal of Urban Economics*, 143, 103684.

理論談話会 #9
立川裕斗

1. 概要
2. モデル
3. 解法
4. 集積の影響がない場合
5. 地理的な優位性
6. 外部波及効果
7. 規模の経済
8. 通勤コストと選好の異質性
9. 結論

概要

都市経済学における古典的なモデルから導き出された結論を、定量的空間モデル（QSM）で再検証する理論研究。

具体的には、都市部への雇用の集積について、様々なパラメータにより職場・居住地選択の挙動がどう変化するかを分析している。

古典的な問いに対して、QSMを用いた・

QSMは実証的な調査に多く用いられるモデル。あえて定型化した地理条件で用いることで、その場所に特異な結論を排除し、構造的な特徴を明らかにする

古典的なモデル Ogawa & Fujita (1980)		QSM	
る	空間設定	連続的で一様	離散的
	地理的な優位性の記述	一様なため、困難 中心は外生的に与えられる	効用と生産性が異なる
	選択の異質性	なし	あり
	選択	居住地	職場と居住地
	用途	理論的	実証的
	解法	数值的	解析的

- ・ 様々なパラメータについて空間的な均衡を統一的に記述できる
- ・ 古典的なモデルで考えられてきた要因に対し、新たな示唆を与えた

パラメータ	結論
居住者の場所選好の異質性	平均的な中心への選好と、雇用の集積につながる
通勤コスト	居住と雇用を分散させる可能性がある
地理的な優位性（古典的）	
規模の経済（古典的）	雇用を分散させる
外部波及効果（古典的）	雇用を分散させる

- ・ 平衡の安定性に関して新たな判定法を提案した

モデル

モデルの前提

- 土地は $X = (X_{-1}, X_0, X_1)$. $X_{-1} = X_1$ となり対称的
 - 土地が離散的である点が、古典的な都市経済学と異なる
 - 集中と分散を表すうえで必要十分なモデル
- 各世帯 $v \in [0, 1]$ は連続値を取り、居住地 i と職場 j を選択する
 - 選好は異質的 $\Rightarrow$ QSMの特徴. 古典的な都市経済学では均質だった
- モデルはすべて静的

変数	定義式	意味
m	$m \equiv \frac{M_0}{M_1}$	中心と周辺の居住者数の比（residence）
ℓ	$\ell \equiv \frac{L_0}{L_1}$	中心と周辺の就業者数の比（employment）
h	$h \equiv \frac{H_0}{H_1}$	中心と周辺の住宅地面積の比（residential land）
n	$n \equiv \frac{N_0}{N_1}$	中心と周辺の商業地面積の比（commercial land）
w	$w \equiv \frac{W_0}{W_1}$	中心と周辺の賃金の比（wages）
r	$r \equiv \frac{R_0}{R_1}$	中心と周辺の地価の比（land rents）

※ 小文字は、周縁部に対する中心部の相対値を表す。

パラメータ	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
τ	$\tau \in [1, \infty)$	通勤コスト を表す. コストなし $\rightarrow \tau = 1$. コスト大 $\rightarrow \tau$ 増加
c	$c \equiv \frac{C_0}{C_1}$	地理的な優位性 $c < 1 \rightarrow$ 周縁で優位性大, $c > 1 \rightarrow$ 中心で優位性大
γ	$\gamma \in [1, \infty)$	規模の経済 の大きさ
δ	$\delta \in [0, \infty)$	外部波及効果 の大きさ
α	–	生産に対する投入労働量の寄与の大きさ
β	–	消費に対する地代への支出の度合い

均衡状態において以下の4つが成り立つことが必要

1. Utility maximization

すべての世帯は効用が最大となるように職場・居住地・住居・消費を選択

2. The first-order conditions

企業はすべての場所でコストを最小化する

3. Zero-profit conditions

完全競争において、企業の利益は0（売上＝コスト）

4. Land market clearing

すべての場所で土地は居住地か企業地のいずれかである

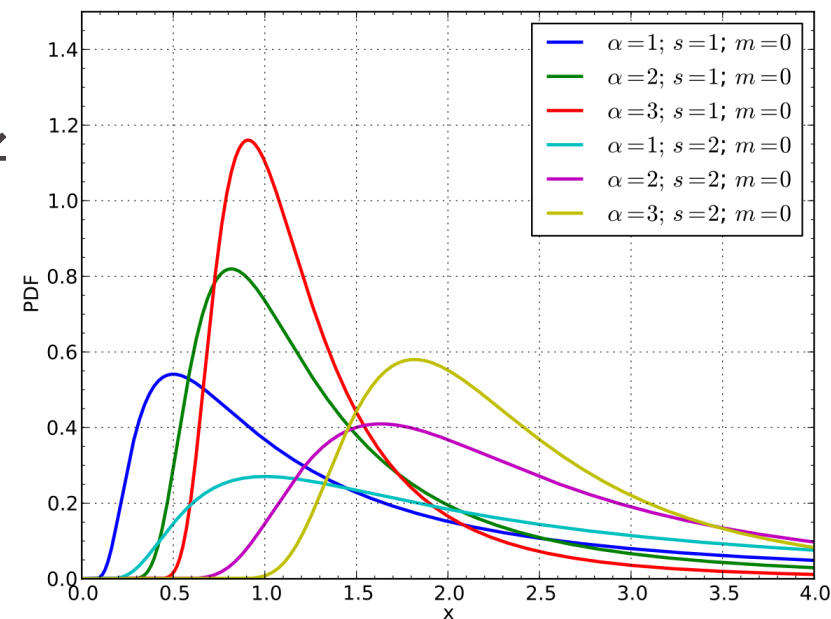
選好の異質性

12

- QSMでは各世帯は選好の異質性を持つ
- $z_{i,j}$ は居住地*i*と職場*j*の組み合わせに対する選好
- 選好の行列はフレシェ分布に従う。
- ε が増加すると選好の異質性が減少する

$$\mathbf{z}(\nu) \equiv (z_{ij}(\nu)) \in \mathbb{R}_+^{3 \times 3}$$

$$F(\mathbf{z}) = \exp\left(-\sum_i \sum_j z_{ij}^{-\varepsilon}\right)$$



(1)

- 住-職のペアに対する通勤コストを考える。
- 住・職が同じ場所のコスト1、距離1の通勤コスト τ 、距離2の通勤コスト τ^2
- $\tau = 1$ で通勤コストはなし. τ が大きいほど通勤コストが大

$$[\tau_{ij}] = \begin{pmatrix} 1 & \tau & \tau^2 \\ \tau & 1 & \tau \\ \tau^2 & \tau & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau > 1 \quad (2)$$

Utility maximization

14

- 住・職ペアについての、選好を考慮した居住者の効用 v
- V もフレシェ分布に従う
- 各世帯において、収支の一致を前提とする

選好を
踏まえた効用 選好 効用

$$V_{ij}(\nu) = z_{ij}(\nu) v_{ij},$$

フレシェ分布
に従う

$$v_{ij} = \frac{W_j^{\text{収入}}}{\tau_{ij} R_i^\beta} \quad (3)$$

←消費に対する、地代への
支出の度合いを表すパラメータ

通勤コスト 地代

Utility maximization

15

- 各世帯は効用が最大となるような住・職のペアを選択する
- フレシェ分布の性質から、住職選択確率 s は効用 v の大きさに比例する

$$s_{ij} = \frac{v_{ij}^\varepsilon}{\sum_r \sum_s v_{rs}^\varepsilon} = \frac{[W_j / (\tau_{ij} R_i^\beta)]^\varepsilon}{\sum_r \sum_s [W_s / (\tau_{rs} R_r^\beta)]^\varepsilon} \quad (4)$$

文字	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
τ	$\tau \in [1, \infty)$	通勤コスト を表す. コストなし $\rightarrow \tau = 1$. コスト大 $\rightarrow \tau$ 増加
ϕ	$\phi \equiv \tau^{-\varepsilon} \in (0, 1)$	通勤コストと選好異質性を統合した空間割引係数 通勤コスト大 or 選好が均質 $\rightarrow \phi$ 低下
ω	$\omega \equiv w^{\varepsilon} = \left(\frac{W_0}{W_1}\right)^{\varepsilon}$	相対賃金を選好の異質性で補正した指標 $\omega > 1 \rightarrow$ 中心の賃金が高い
ρ	$\rho \equiv r^{\{-\varepsilon\beta\}} = \left(\frac{R_0}{R_1}\right)^{-\varepsilon\beta}$	相対地価を住宅需要と選好の異質性で補正した指標 $\rho > 1 \rightarrow$ 中心の地価が安い

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\rho(\omega + 2\varphi) + 2(\varphi\omega + 1 + \varphi^2)} \begin{pmatrix} 1 & \varphi\omega & \varphi^2 \\ \varphi\rho & \rho\omega & \varphi\rho \\ \varphi^2 & \varphi\omega & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

それぞれの土地の居住・雇用の大きさ（人数）について以下の関係が成り立つ

$$\text{居住 } M_0 = s_{00} + 2s_{01}, \quad M_1 = s_{10} + (1 + \varphi^2)s_{11}, \quad (8a)$$

$$\text{雇用 } L_0 = s_{00} + 2s_{10}, \quad L_1 = s_{01} + (1 + \varphi^2)s_{11} \quad (8b)$$

$$\text{制約条件 } L_0 + 2L_1 = M_0 + 2M_1 = 1 \quad (9)$$

Land market clearing

18

土地取引は迅速に行われるので、すべての土地は居住地か商業地かのいずれかである（＝**土地市場の透明性**）。

$$\underset{\text{居住地}}{H_i} + \underset{\text{商業地}}{N_i} = 1 \quad (i = -1, 0, 1) \quad (10)$$

文字	定義式	意味
Y_j	式(11)	その土地での生産関数 生産性A・投入労働量L・投入した土地Nと弾力成分 α で決まる
A_j	式(12)	その土地での生産性（TFP）
c	$c \equiv \frac{C_0}{C_1}$	地理的な優位性 $c < 1 \rightarrow$ 周縁で優位性大, $c > 1 \rightarrow$ 中心で優位性大
γ	$\gamma \in [1, \infty)$	規模の経済の大きさ
δ	$\delta \in [0, \infty)$	外部波及効果の大きさ
α	—	生産に対する投入労働量の弾力成分

$$Y_0 = A_0 L_0^\alpha N_0^{1-\alpha}, \quad \begin{array}{l} \text{生産} \quad \text{生産性} \quad \swarrow \text{生産に対する投入労働量の寄与} \\ Y_1 = A_1 \underset{\substack{\text{投入} \\ \text{労働量}}}{L_1}^\alpha \underset{\substack{\text{投入} \\ \text{土地}}}{N_1}^{1-\alpha} \end{array} \quad (11)$$

$$A_0 = C_0(L_0^\gamma + 2\delta L_1^\gamma), \quad A_1 = C_1(L_1^\gamma + \delta L_0^\gamma + \delta^2 L_1^\gamma) \quad (12)$$

The first-order conditions

20

企業はコストを最小化することを目指す。生産量一定のもとで下記が成立。
コストが最小であるためには偏微分が0となる(*the first – order conditions*)

コスト関数 $Cost = W_j L_j + R_j N_j$ の一階偏微分が0, $Y_j = const$

$$W_j = \alpha A_j (N_j / L_j)^{1-\alpha} \quad R_j = (1 - \alpha) \alpha A_j (L_j / N_j)^\alpha$$

$$\frac{W_j}{R_j} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{N_j}{L_j}$$

$$\frac{r}{w} = \frac{\ell}{n} \tag{13}$$

Zero-profit condition

21

市場が完全競争ならば企業の売上＝費用となる（利潤が0となる）。

$$\frac{1}{A_i} \left(\frac{W_i}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{R_i}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} = 1 \quad (i = 0, 1) \quad (14)$$

TFPの比率 $a \equiv \frac{A_0}{A_1}$ に関して以下の式が成立

$$w^\alpha r^{1-\alpha} = a(\ell) \quad (15)$$

均衡状態において以下の4つが成り立つことが必要

1. Utility maximization

すべての世帯は効用が最大となるように職場・居住地・住居・消費を選択

2. The first-order conditions

企業はすべての場所でコストを最小化する

3. Zero-profit conditions

完全競争において、企業の利益は0（売上＝コスト）

4. Land market clearing

すべての場所で土地は居住地か企業地のいずれかである

以上の式を解くことで、 M, L, H, N は ρ, ω で表される

$$M_0 = \frac{\rho(\omega+2\phi)}{\rho(\omega+2\phi)+2(\phi\omega+1+\phi^2)}, \quad M_1 = \frac{1-M_0}{2}, \quad (17)$$

$$L_0 = \frac{\omega(\rho+2\phi)}{\omega(\rho+2\phi)+2(\phi\rho+1+\phi^2)}, \quad L_1 = \frac{1-L_0}{2}, \quad (18)$$

$$N_0 = \frac{\rho+2\phi}{\rho+2\phi+\eta\rho\left(1+2\phi\omega^{-\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}}\right)}, \quad H_0 = 1 - N_0, \quad (19)$$

$$N_1 = \frac{1+\phi\rho+\phi^2}{1+\phi\rho+\phi^2+\eta\left(\phi\omega^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}}+1+\phi^2\right)}, \quad H_1 = 1 - N_1. \quad (20)$$

雇用の中央への集中を評価する

式(18)より、中央の相対雇用は以下の通り表される。

$$\ell(\rho, \omega) = \omega \frac{\rho + 2\varphi}{\varphi\rho + 1 + \varphi^2} \quad (21)$$

中央の相対雇用は相対賃金 w が上がると増え、相対賃料 r が上がると減る。

(中央の雇用の集積の度合い ℓ は、 w と r によって決まる)

また、 ω の定義を思い出すと、選好の異質性 ε が賃金比に対する雇用比の弾力性といえる。

文字	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
ω	$\omega \equiv w^\varepsilon = \left(\frac{W_0}{W_1}\right)^\varepsilon$	相対賃金を選好の異質性で補正した指標 $\omega > 1 \rightarrow$ 中心の賃金が高い
ρ	$\rho \equiv r^{\{-\varepsilon\beta\}} = \left(\frac{R_0}{R_1}\right)^{-\varepsilon\beta}$	相対地価を住宅需要と選好の異質性で補正した指標 $\rho > 1 \rightarrow$ 中心の地価が安い

解法

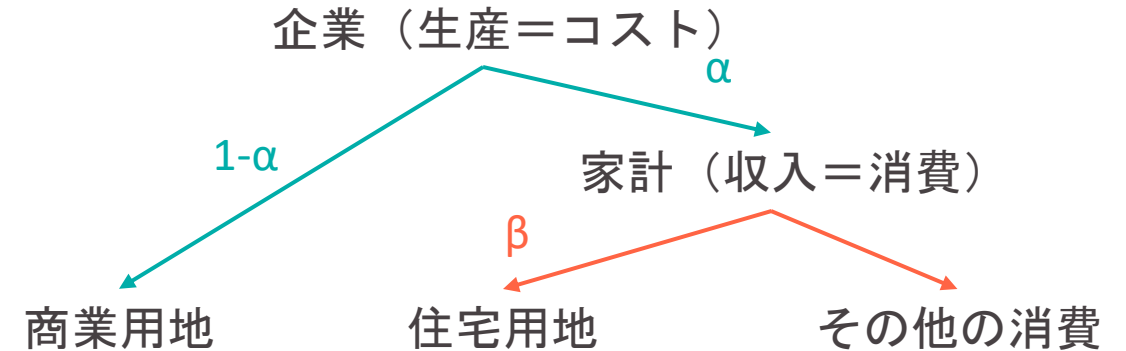
土地の用途ごとの需要を評価する

26

$\frac{\alpha\beta}{1-\alpha}$ は生産に対する住宅・商業用地の支出の比を表す。地代は一緒なので、土地面積（需要）の比と一致する。

$$Y_1 = A_1 \underbrace{L_1^\alpha}_{\text{投入労働量}} \underbrace{N_1^{1-\alpha}}_{\text{投入土地}} \quad (11)$$

生産性 生産に対する投入労働量の寄与



$$v_{ij} = \frac{W_j \text{収入}}{\tau_{ij} R_i^\beta} \quad (3)$$

←消費に対する、地代への支出の度合いを表すパラメータ
通勤コスト 地代

パラメータ	定義式	意味
α	—	生産に対する投入労働量の寄与の大きさ
β	—	消費に対する地代への支出の度合い
η	$\eta \equiv \frac{\alpha\beta}{1-\alpha}$	生産における住宅地と商業地の相対的土地需要比率 η 大 → 住宅需要大, η 小 → 商業需要大 基準: $\eta = 0.375$

Proposition1

27

$\delta = 0$ において、以下の2式が成立することが、内部均衡であるための必要十分条件

$$\omega^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} = \frac{\varphi\rho - 2\eta\varphi\rho^{1+\frac{1}{\beta\varepsilon}} + (1 + \varphi^2)(1 + \eta)}{(1 + \eta)\rho^{1+\frac{1}{\beta\varepsilon}} + 2\varphi\rho^{\frac{1}{\beta\varepsilon}} - \eta\varphi} \equiv f(\rho) \quad (23)$$

$$\omega^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} = (c^\varepsilon \rho)^{\frac{\alpha\psi}{\alpha-\gamma\varepsilon}} \left(\frac{\rho + 2\varphi}{\varphi\rho + 1 + \varphi^2} \right)^{\frac{\gamma\varepsilon}{\alpha-\gamma\varepsilon}} \omega^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} \equiv g(\rho; \gamma) \quad (24)$$

Market-cleaning locus $\omega = f(\rho)$

28

$$\ell(\rho, \omega) = \omega \frac{\rho + 2\varphi}{\varphi\rho + 1 + \varphi^2} \quad (21)$$

$$\frac{r}{w} = \frac{\ell}{n} \quad (13)$$

$$\frac{H_0}{N_0} = \frac{1-N_0}{N_0} = \eta \frac{s_{00} + 2\omega^{-\frac{1}{\epsilon}} s_{01}}{s_{00} + 2s_{10}},$$

$$\frac{H_1}{N_1} = \frac{1-N_1}{N_1} = \eta \frac{(1+\phi^2)s_{11} + \omega^{-\frac{1}{\epsilon}} s_{10}}{(1+\phi^2)s_{11} + s_{01}},$$

$$H_i + N_i = 1 \quad (i = -1, 0, 1) \quad (10)$$

Market-cleaning locus $\omega = f(\rho)$

29

均衡状態において以下の3つが成り立つことが必要

1. Utility maximization → 式(18)⇒(21)

すべての世帯は効用が最大となるように職場・居住地・住居・消費を選択

2. The first-order conditions → 式(13)

企業はすべての場所でコストを最小化する

4. Land market clearing → 式(10)

すべての場所で土地は居住地か企業地のいずれかである

$$\omega^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} = \frac{\varphi\rho - 2\eta\varphi\rho^{1+\frac{1}{\beta\varepsilon}} + (1+\varphi^2)(1+\eta)}{(1+\eta)\rho^{1+\frac{1}{\beta\varepsilon}} + 2\varphi\rho^{\frac{1}{\beta\varepsilon}} - \eta\varphi} \equiv f(\rho) \quad (23)$$

Zero-profit locus $\omega = g(\rho)$

30

$$\ell(\rho, \omega) = \omega \frac{\rho + 2\varphi}{\varphi\rho + 1 + \varphi^2}$$

TFPの比率 $a \equiv \frac{A_0}{A_1}$ の定義式(12)から、式16が成立

$$\begin{aligned} A_0 &= C_0(L_0^\gamma + 2\delta L_1^\gamma), A_1 &= C_1(L_1^\gamma + \delta L_0^\gamma + \delta^2 L_1^\gamma) \\ a(\ell) &= \frac{A_0}{A_1} = c \frac{\ell^\gamma + 2\delta}{\delta\ell^\gamma + 1 + \delta^2}, &c \equiv \frac{C_0}{C_1} \end{aligned} \quad (16)$$

$$w^\alpha r^{1-\alpha} = a(\ell) \quad (15)$$

Zero-profit locus $\omega = g(\rho)$

均衡状態において以下の3つが成り立つことが必要

1. Utility maximization → 式(18)⇒(21)

すべての世帯は効用が最大となるように職場・居住地・住居・消費を選択

2. The first-order conditions → 式(13)⇒(14)

企業はすべての場所でコストを最小化する

3. Zero-profit conditions → 式(14)⇒(15)

完全競争において、企業の利益は0 (売上=コスト)

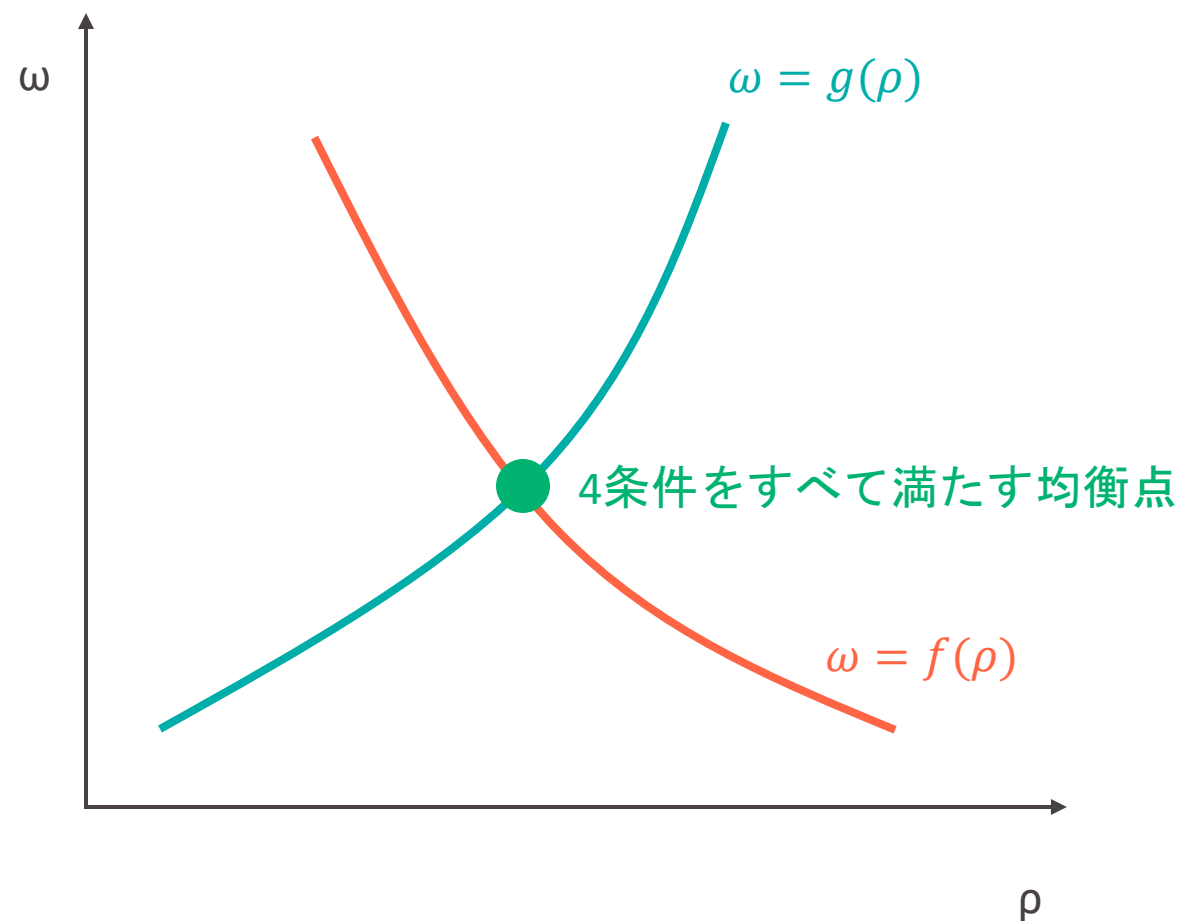
$$\omega^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} = (c^\varepsilon \rho)^{\frac{\alpha\psi}{\alpha-\gamma\varepsilon}} \left(\frac{\rho + 2\varphi}{\varphi\rho + 1 + \varphi^2} \right)^{\frac{\gamma}{\alpha-\gamma\varepsilon}} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} \equiv g(\rho; \gamma) \quad (24)$$

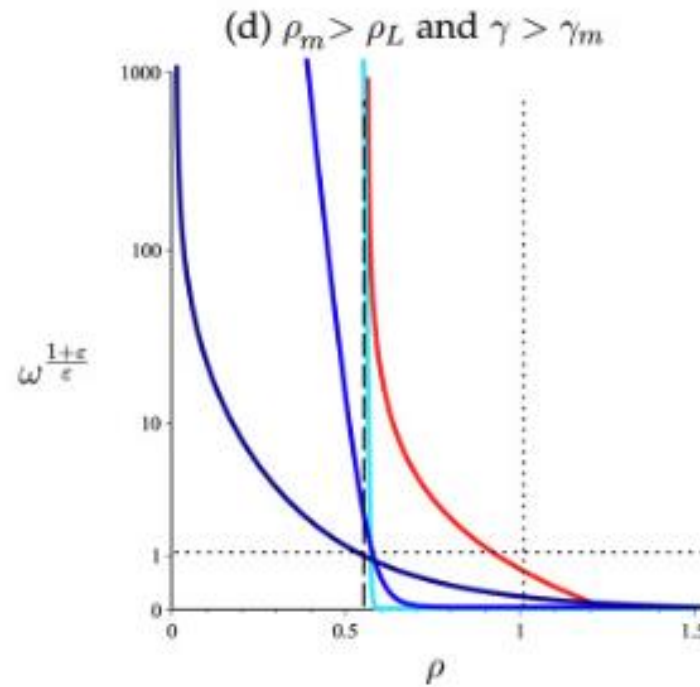
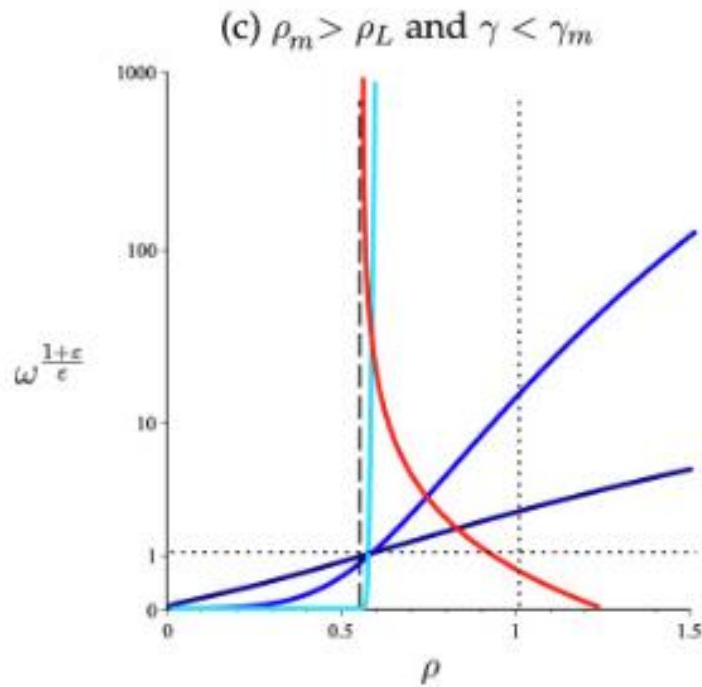
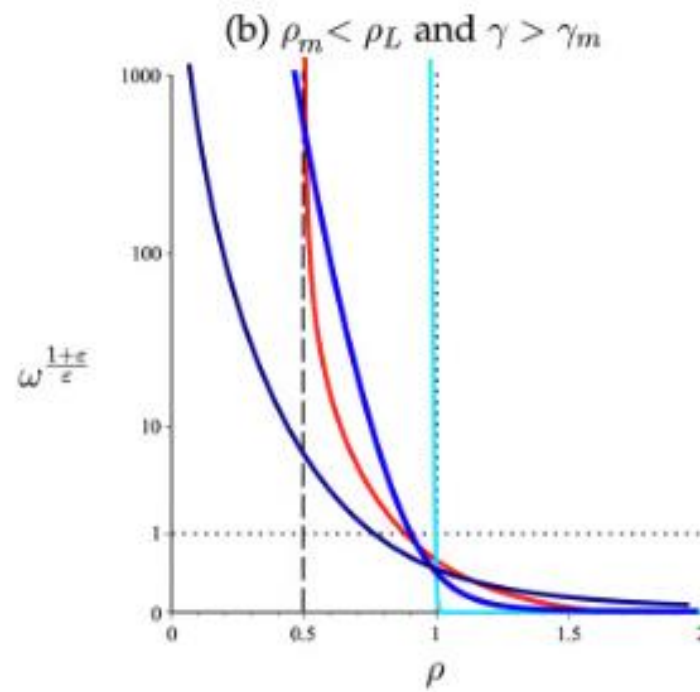
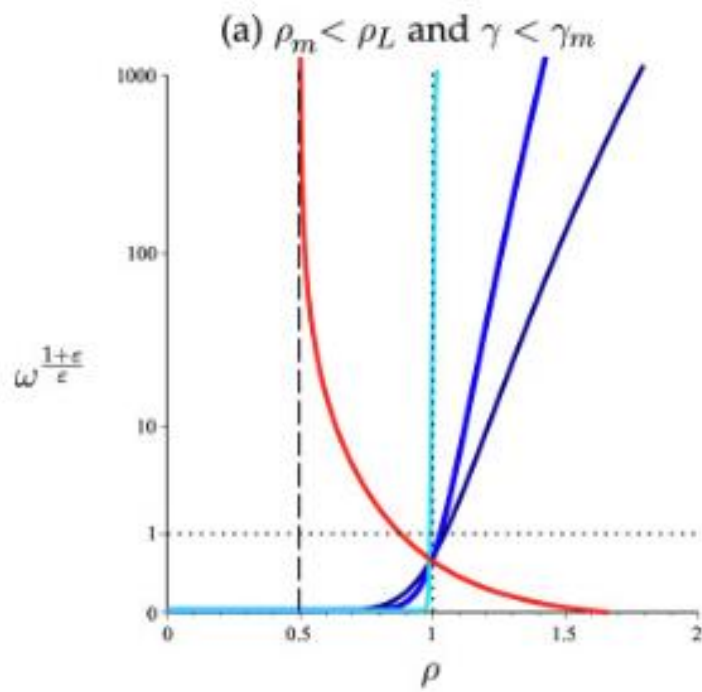
Proposition1

32

$f(x)=g(x)$ となるとき、Definition1の4条件をすべて満たす
⇒均衡点と言える

1. Utility maximization
2. The first-order conditions
3. Zero-profit conditions
4. Land market clearing





赤 $\Rightarrow$ f 水色 $\cdot$ 青 $\cdot$ 紺 $\Rightarrow$ g

水色 $\Rightarrow \gamma \cong \gamma_m$, 紺 $\Rightarrow \gamma \ll or \gg \gamma_m$

$$\gamma_m \equiv \frac{\alpha}{\varepsilon}$$

$$\rho_L \equiv \left(\frac{1-\alpha}{\alpha\beta} \cdot \frac{1+\phi^2}{\phi} \right)^{\frac{\beta\varepsilon}{1+\beta\varepsilon}}$$

$$\rho_L < \rho < \rho_M$$

ω $\omega > 1 \rightarrow$ 中心の賃金が高い

ρ $\rho > 1 \rightarrow$ 中心の地価が安い

fの挙動

34

f は減少関数

賃金 W_0 ↑

⇒式(13)より商業地を増やす（生産に対する投入労働力が相対的に減る）

家計は収入が増えるので、居住地にかける金額が増える

⇒即ち、居住地・商業地いずれの需要も増えるので、land market clearを成り立たせるために、地代は高騰する

g の挙動

35

規模の経済の生産性への寄与 γ が小さい

⇒賃金上昇によるコスト増大を、地代を安くすることで相殺したい

⇒賃金と地代との間には負の関係

規模の経済の生産性への寄与 γ が大きい

⇒賃金上昇によるコスト増大以上に、生産性が向上。生産＝コストとするために、地代を高騰させることで、コストを増やす

⇒賃金と地代が正の関係

解について

36

このあとの章で説明するので省略

2つの閾値があり、4つの異なる均衡状態を持つ領域に分けることができる。

$$\gamma_m \equiv \frac{\alpha}{\varepsilon} \quad \rho_L \equiv \left(\frac{1-\alpha}{\alpha\beta} \cdot \frac{1+\phi^2}{\phi} \right)^{\frac{\beta\varepsilon}{1+\beta\varepsilon}}$$

解の安定性の評価

37

【従来手法】 ex. 勾配法

反復的なアルゴリズムにより収束した均衡を安定とする

初期値や条件式の定義によって違いが生じる

【提案手法】

均衡から外れるように少数の家計を移す。その家計が戻ろうとする（戻ったほうが効用が高くなる）かで判断する。

静的なモデルである／直感的な定義／解析可能により採用した。

集積の影響がない場合

集積による生産性への寄与がない

39

地理的優位性、規模の経済、外部波及効果× を仮定

パラメータ	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
τ	$\tau \in [1, \infty)$	通勤コスト を表す. コストなし $\rightarrow \tau = 1$. コスト大 $\rightarrow \tau$ 増加
c	$c \equiv \frac{C_0}{C_1}$	地理的な優位性 $c < 1 \rightarrow$ 周縁で優位性大, $c > 1 \rightarrow$ 中心で優位性大
γ	$\gamma \in [1, \infty)$	規模の経済 の大きさ
δ	$\delta \in [0, \infty)$	外部波及効果 の大きさ

Proposition 2

40

1. 内生的（＝雇用が0の地点がない）均衡に達する
2. 中央は周縁部より、賃金が安く、地代が高くなる
3. $\frac{\{1 - \alpha\}}{\{\alpha\beta\}} > \frac{\{\varepsilon\}}{\{1 + \varepsilon\}}$ が成立するとき、中央は周縁部より雇用が多い
4. 選好が均質なら、居住地と職場は一致し、雇用はそれぞれ1/3

$V = \frac{W}{R^\beta}$ として、以下の効用最大化問題を解く。

$$\max_{ij} \left\{ \begin{array}{ccc} z_{-1,-1} V, & \frac{z_{-1,0}}{\tau} V, & \frac{z_{-1,1}}{\tau^2} V \\ \frac{z_{0,-1}}{\tau} V, & z_{0,0} V, & \frac{z_{0,1}}{\tau} V \\ \frac{z_{1,-1}}{\tau^2} V, & \frac{z_{1,0}}{\tau} V, & z_{1,1} V \end{array} \right\}.$$

すべての居住者を中心(27)または周縁部(28)においたときの効用の期待値

$$\mathbb{E} \left[\max \left\{ \frac{z_{0,-1}}{\tau} V, z_{0,0} V, \frac{z_{0,1}}{\tau} V \right\} \right] = \Gamma \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \right) \left(1 + \frac{2}{\tau^\varepsilon} \right)^{1/\varepsilon} V, \quad (27)$$

$$\mathbb{E} \left[\max \left\{ z_{-1,-1} V, \frac{z_{-1,0}}{\tau} V, \frac{z_{-1,1}}{\tau^2} V \right\} \right] = \Gamma \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \right) \left(1 + \frac{1}{\tau^\varepsilon} + \frac{1}{\tau^{2\varepsilon}} \right)^{1/\varepsilon} V. \quad (28)$$

- 中心部の効用が大。同様の議論から、雇用は中心部のほうが効用が大。
雇用と居住が中心部に集積する

通勤コスト・異質な選好 のみにより
居住・雇用が中心に集積する

- $\tau = 1$ or $\varepsilon \rightarrow \infty$ で(27)(28)は一致。

通勤コスト・異質な選好 いずれかがない場合には
集積は起こらず、均質になる

3. $\frac{\{1-\alpha\}}{\{\alpha\beta\}} > \frac{\{\varepsilon\}}{\{1+\varepsilon\}}$ が成立するとき、中央は周縁部より雇用が多い

居住・産業両方にとって、周縁部の豊富な土地は分散の要因

⇒どちらの土地需要の大きさが相対的に大きいかで中心部の集積が決まる

⇒ $1-\alpha$:生産に対する商業用地の需要が大きいときに、生産活動は中央に集積

地理的な優位性

地理的優位性がある

45

地理的優位性○／規模の経済、外部波及効果× を仮定

パラメータ	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
τ	$\tau \in [1, \infty)$	通勤コスト を表す. コストなし $\rightarrow \tau = 1$. コスト大 $\rightarrow \tau$ 増加
c	$c \equiv \frac{C_0}{C_1}$	地理的な優位性 $c < 1 \rightarrow$ 周縁で優位性大, $c > 1 \rightarrow$ 中心で優位性大
γ	$\gamma \in [1, \infty)$	規模の経済 の大きさ
δ	$\delta \in [0, \infty)$	外部波及効果 の大きさ

Proposition3

46

閾値 $\bar{c} > 0$ が存在し、以下が成立

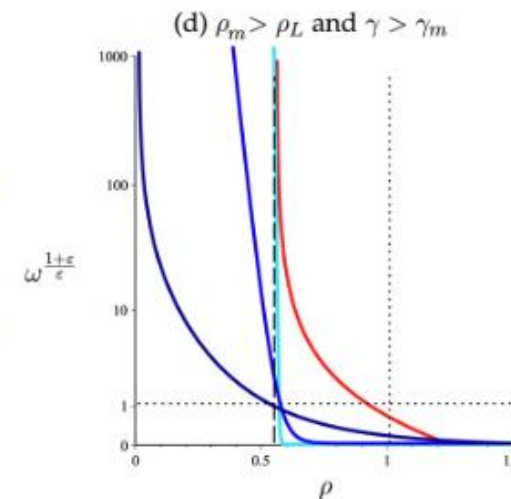
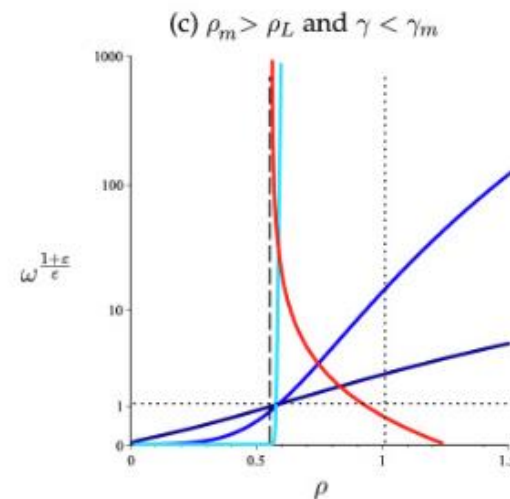
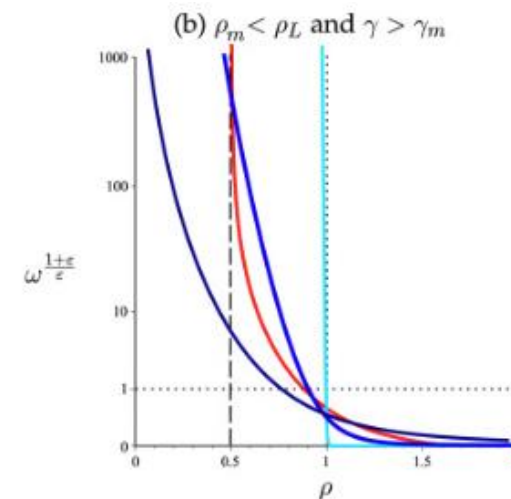
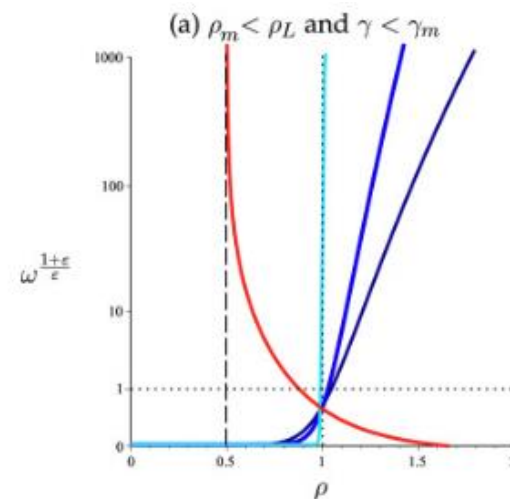
1. $c \rightarrow 0$ で周縁のみに等しい雇用
2. $c < \bar{c}$ で周縁のほうが雇用が多い
3. $c = \bar{c}$ で雇用が一様分布
4. $c > \bar{c}$ で中心のほうが雇用が多い
5. $c \rightarrow \infty$ で雇用が中心のみ

証明の方針

47

$\omega = g(\rho)$ のグラフが上に動くと、 f は減少関数なので、解は左に移動する

$l(c)$ は増加関数 and 極値(1)(5)より証明できる



1. 居住分布・通勤については言及していない
2. 地理的優位性と均衡の結果との関係を表している点で既往研究を拡張していると言える。

外部波及効果

集積の効果がある

50

地理的優位性:任意／規模の経済、外部波及効果○(いずれも0の近傍) を仮定

パラメータ	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
τ	$\tau \in [1, \infty)$	通勤コスト を表す. コストなし $\rightarrow \tau = 1$. コスト大 $\rightarrow \tau$ 増加
c	$c \equiv \frac{C_0}{C_1}$	地理的な優位性 $c < 1 \rightarrow$ 周縁で優位性大, $c > 1 \rightarrow$ 中心で優位性大
γ	$\gamma \in [1, \infty)$	規模の経済 の大きさ
δ	$\delta \in [0, \infty)$	外部波及効果 の大きさ

Proposition4

51

1. $l(\tilde{c}) = 1$ となるような $\tilde{c}$ について、 $c > \tilde{c}$ ならば規模の経済 ϕ の上昇に伴い中心部の雇用が増加する。 $c < \tilde{c}$ ならば規模の経済の上昇に伴い、周縁部の雇用が増加する。

規模の経済が大きくなることで、雇用における地理的な優位性が助長される。

2. 中心部の雇用は、 $\delta=0.37$ を頂点とする上に凸な関数となる

外部への波及効果は大きくなると集積せず、やがて雇用は均一な分布となる。

下線部を1階微分をすることでわかる。

$$\omega^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} = c^{\frac{1+\varepsilon}{\alpha}} \left(\frac{1+2\delta}{\underline{1+\delta+\delta^2}} \right)^{\frac{1+\varepsilon}{\alpha}} \rho^\psi.$$

$\delta=0.37$ を頂点とする上に凸な関数

既存研究では、外部波及性を実証的に検証してきたが、この値が0.37を上回っているのかについては言及がない

1. 広告業界では少ない距離で波及効果が0となる $\rightarrow \delta < 0.37$
2. 映画ソフトではゆるやかに現象 $\rightarrow \delta > 0.37$
3. 漁業や造船はもっとも外部波及効果がなかったが、 δ の値と言うよりむしろ、初期の条件（地理的要因）による影響が大きい

規模の経済

地理的優位性×／規模の経済○／外部波及効果×を仮定

パラメータ	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
τ	$\tau \in [1, \infty)$	通勤コスト を表す. コストなし $\rightarrow \tau = 1$. コスト大 $\rightarrow \tau$ 増加
c	$c \equiv \frac{C_0}{C_1}$	地理的な優位性 $c < 1 \rightarrow$ 周縁で優位性大, $c > 1 \rightarrow$ 中心で優位性大
γ	$\gamma \in [1, \infty)$	規模の経済 の大きさ
δ	$\delta \in [0, \infty)$	外部波及効果 の大きさ

Proposition 5

56

1. 内生的な均衡解が存在
2. コーナー均衡が2つ存在。即ち、雇用が中心だけor周縁部だけでも均衡点
3. いずれの均衡でも、居住者はどちらの場所にもいる

規模の経済の影響が(1)小さい： $\gamma < \gamma_m = \frac{\alpha}{\varepsilon}$, (2)中程度： $\gamma_m < \gamma < \gamma_s$, (3)大きい： $\gamma > \gamma_s$ の3つの場合に分けられる。

- $\gamma_s = 0$ when $\varepsilon \rightarrow \infty$. 選好異質性がないなら、弱い規模の経済が存在しない。経験的に γ_s は $[0.085, 0.12]$
- γ_s は $\gamma(\rho)$ の極大値。経験的に約0.4を取る
- 既往研究で γ は $[0.05, 0.30]$ と推定されている。小さい・中程度の規模の経済は存在し、大きい規模の経済は存在しないとは言えない。

Proposition6

1. ただ一つ内点解が存在する
2. 投入する企業用地が大きいときには、中心部のほうが郊外よりも雇用が大きく、地代が上がり、賃金も上がる

∴規模の経済×のときと同様、中心部に対する平均的な選好

⇒規模の経済により、より中心部に集積。地代が上昇

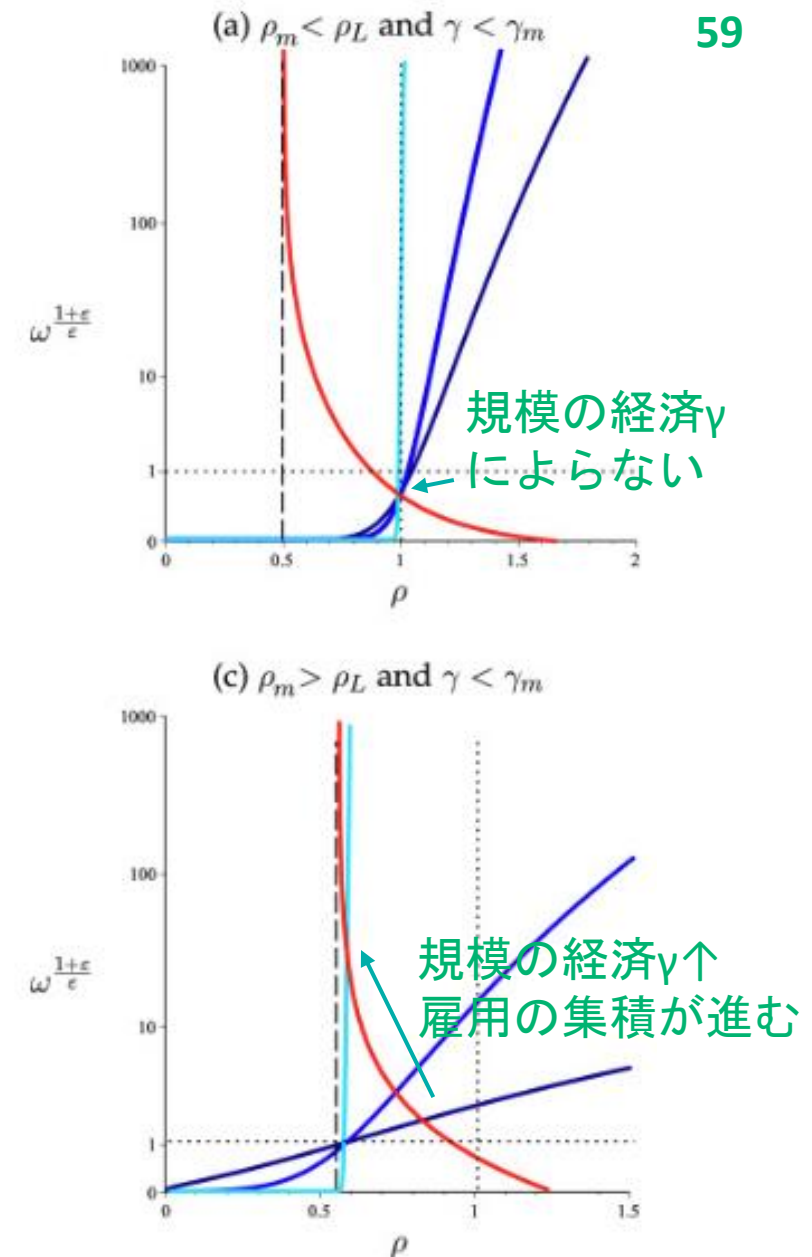
⇒それ以上に生産が増加するので、収支0のために賃金も上昇

小さな規模の経済

- a. $\rho_m < \rho_L$: 通勤コストが大きいor産業用地需要が小
- c. $\rho_m > \rho_L$: 通勤コストが小さいand産業用地需要が大
- いずれの場合も、規模の経済の効果 $\uparrow$ は、中心部への集積を助長する

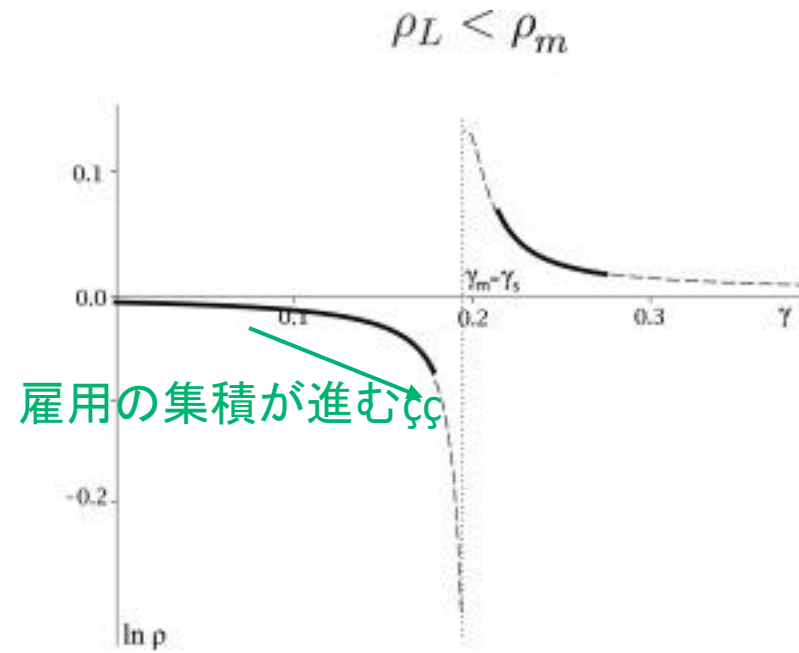
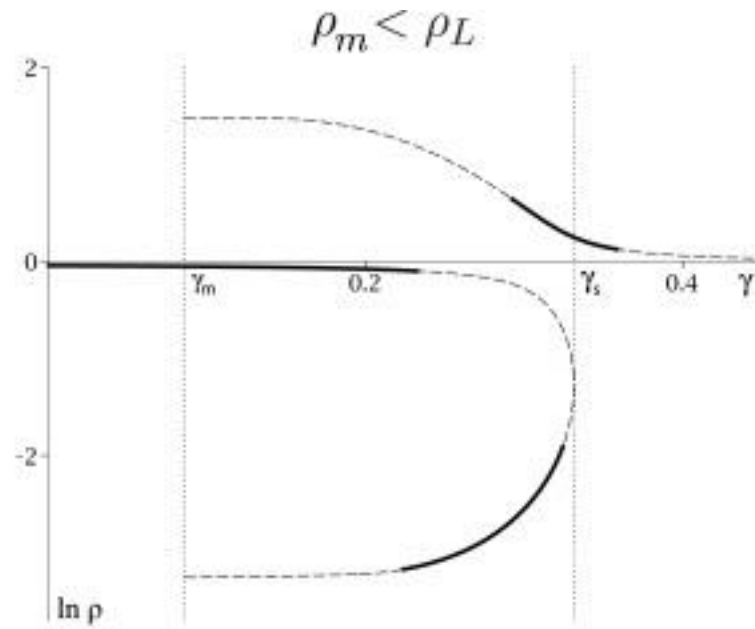
cの場合、居住地・職場の分離が容易。規模の経済の効果 $\uparrow$ が職住の分離と雇用の集積を助長する

ω	$\omega > 1 \rightarrow$ 中心の賃金が高い
ρ	$\rho > 1 \rightarrow$ 中心の地価が安い



小さな規模の経済

60



中くらいの規模の経済

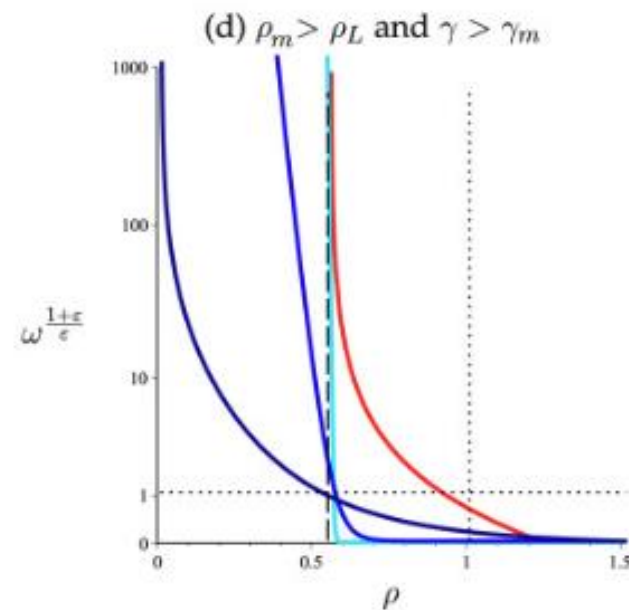
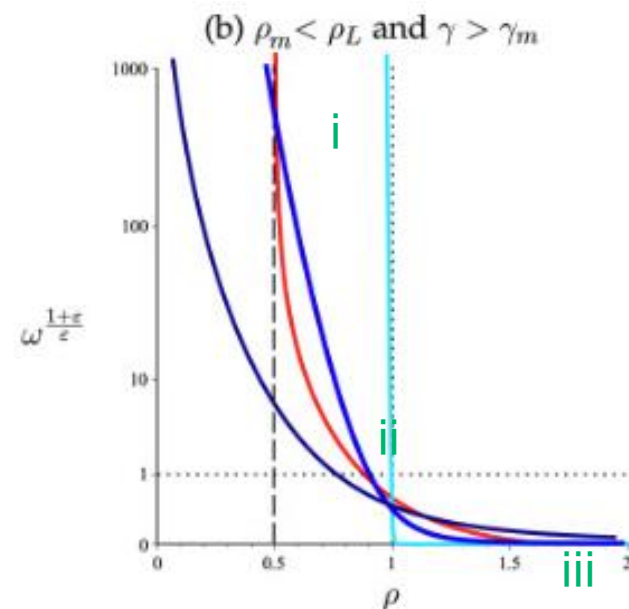
61

Proposition 7

b. $\rho_m < \rho_L$: 解を3つもつ

- i. 中央の賃金も地代も高い
- ii. 弱い規模の経済と近く、中央の賃金も地代も周縁部と違いが小さい
- iii. 中央の賃金も地代も低い

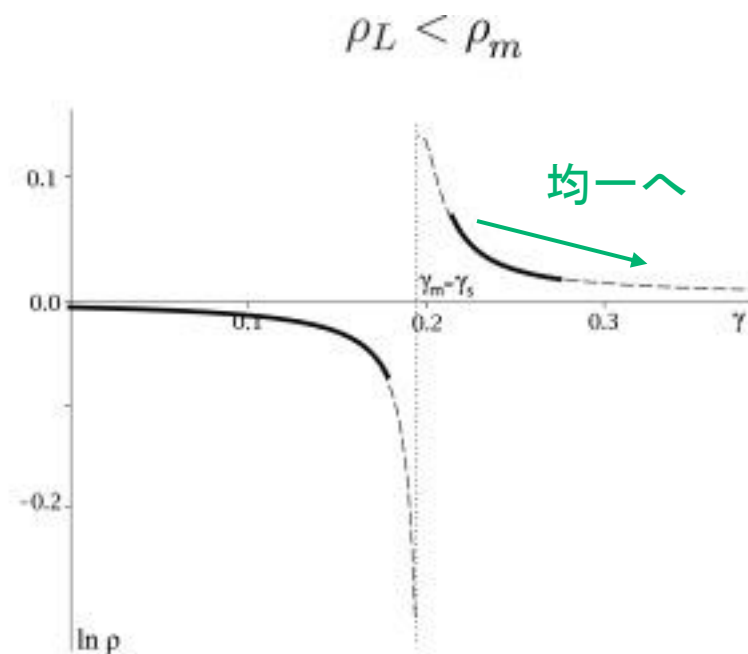
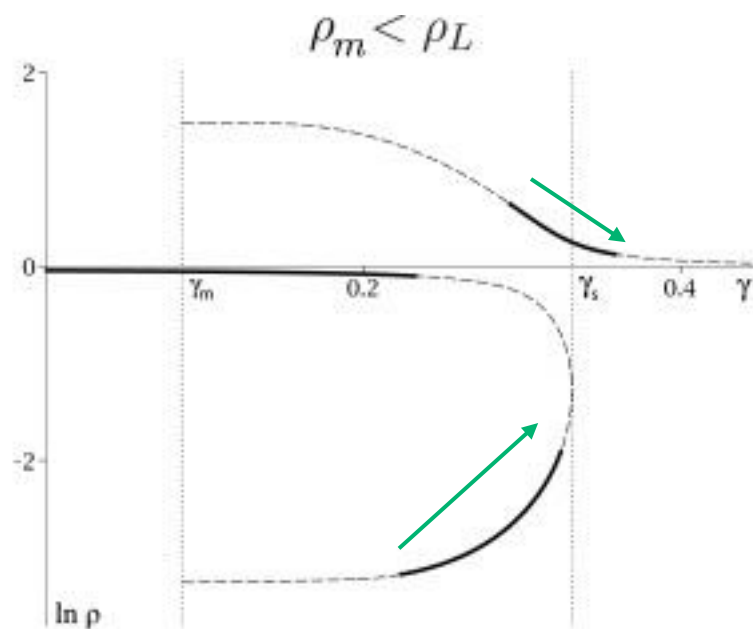
d. $\rho_m > \rho_L$: 解を一つもつ



中くらいの規模の経済

62

- 閾値を少し超えた時の様子で特徴づけられる
- $\rho_m > \rho_L$ のときには、雇用する場所が γ に対して敏感に変化する
- 規模の経済の影響が大きくなると、一様分布に近づく

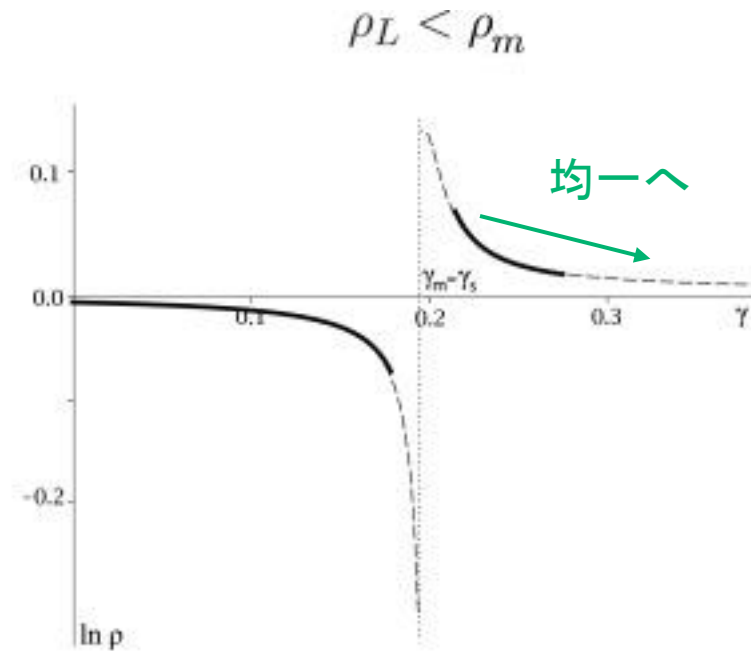
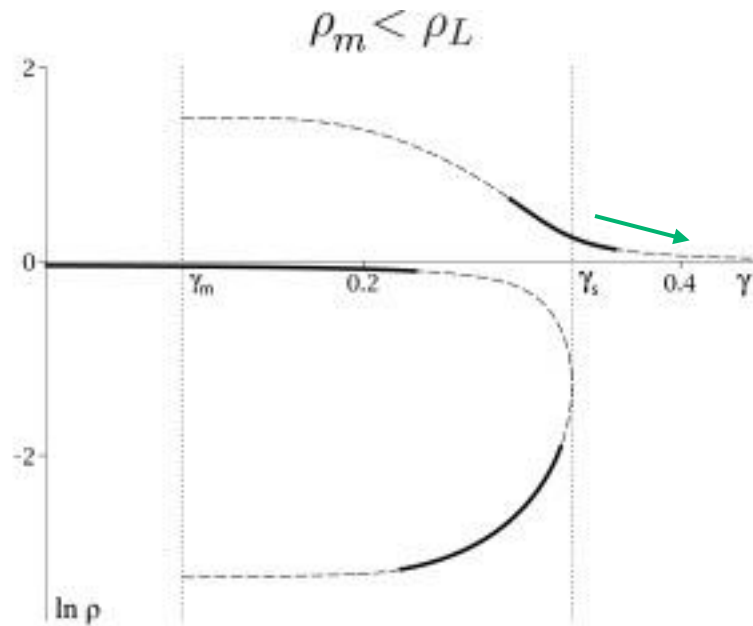


大きな規模の経済

63

Proposition 8

ただ一つの内点解を持つ。 $\gamma \uparrow$ に伴い l は減少し、 $\gamma \rightarrow \infty$ で $l = 1$ （雇用が中心と周縁部とで均一）になる。



通勤コストと選好の異質性

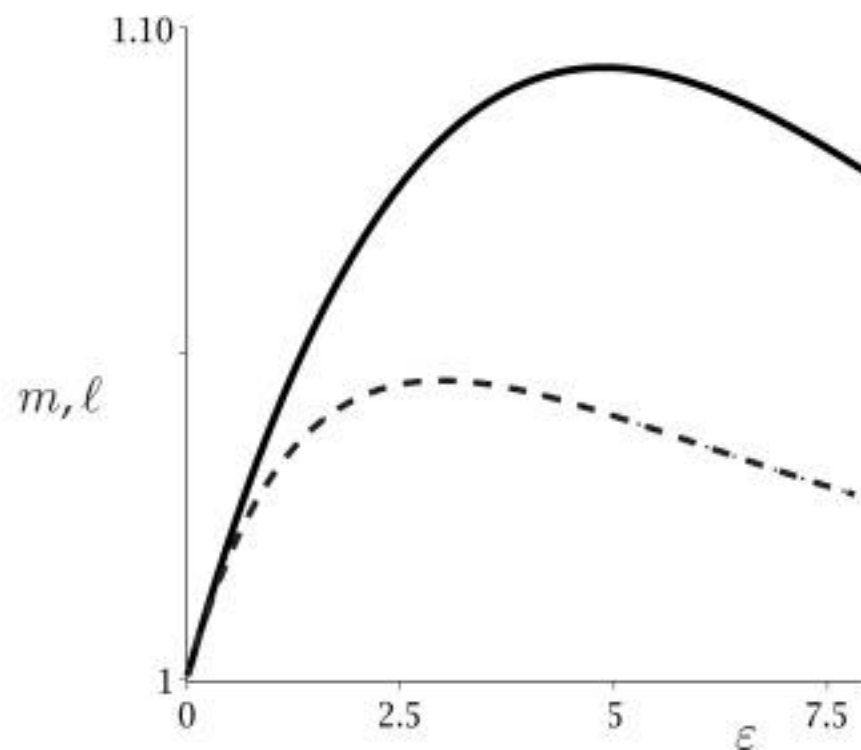
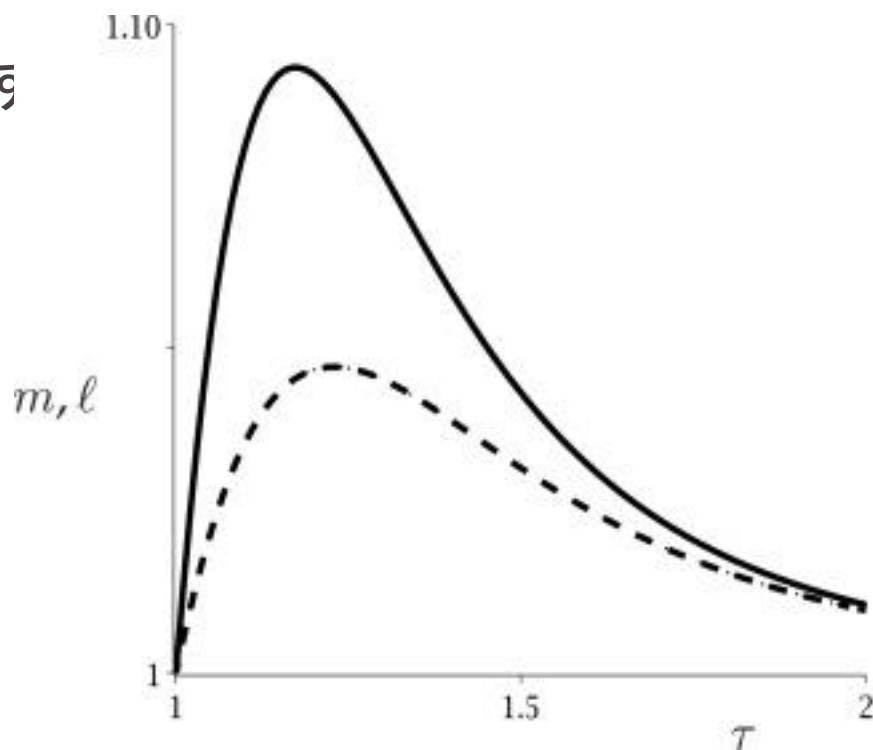
パラメータ	定義式	意味
ε	$\varepsilon \in [0, \infty)$	居住者の場所 選好の異質性 を表す. 選好が均質 $\rightarrow \varepsilon$ 増加
τ	$\tau \in [1, \infty)$	通勤コスト を表す. コストなし $\rightarrow \tau = 1$. コスト大 $\rightarrow \tau$ 増加
c	$c \equiv \frac{C_0}{C_1}$	地理的な優位性 $c < 1 \rightarrow$ 周縁で優位性大, $c > 1 \rightarrow$ 中心で優位性大
γ	$\gamma \in [1, \infty)$	規模の経済 の大きさ
δ	$\delta \in [0, \infty)$	外部波及効果 の大きさ

通勤コストと選好の異質性

66

- 通勤コストがない($=1$)or発散している場合には、雇用は分散
- 選好の異質性がない ($=0$)or発散している場合には、雇用は分散。ただし前者は職住が一致する場合のみに対し、後者はすべての組み合わせが一樣。

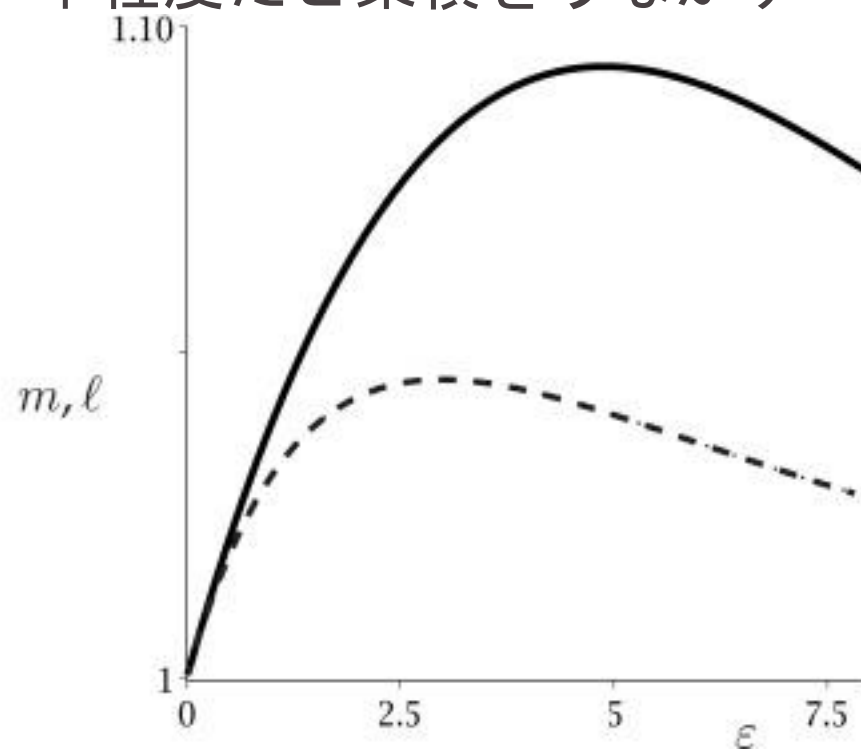
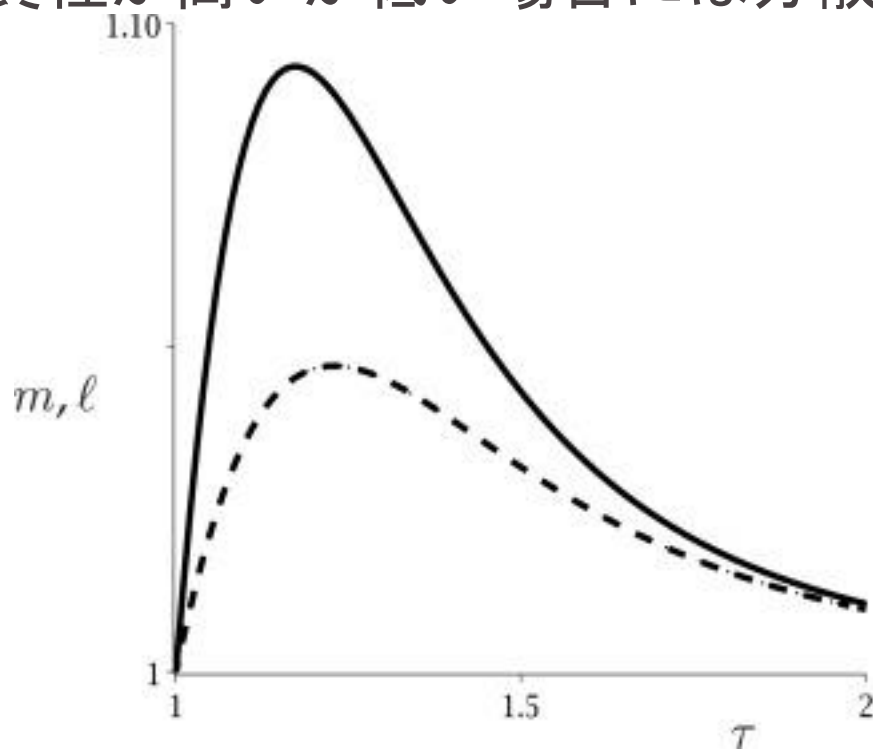
- いう



通勤コストと選好の異質性

67

- 通勤コストの減少により分散が生じる。Cf. アメリカ $\tau=1.12$
- 通勤コストの分析では、選好の異質性パラメータにより大きな影響を受ける
- 異質性が高いか低い場合には分散し、中程度だと集積をうながす



結論

- 規模の経済の生産性への影響が大きい場合、雇用はむしろ分散する
- 生産性の外部波及効果は雇用を分散させる
- 地理的な優位性は集積を促す
- 職・住の選好が異質な居住者集団は雇用・居住地は平均的に中心部を好み、中心部の集積を促す
- 規模の経済の生産性への影響は、複数の均衡点をもつ場合がある。実証的な研究の際にはパラメータの推定が重要である

- 一つの論文で扱うには結論が多すぎる
- 数値計算ではなく解析的に解いているのがすごい
- パラメータの数値の妥当性は既存の研究を用いて判断していたが、特に規模の経済においてやや無理のある理解をしていた