インフラの動学的投資政策と長寿命化便益

瀬木　俊輔　（京都大学）

2013年7月14日（日）

研究の背景

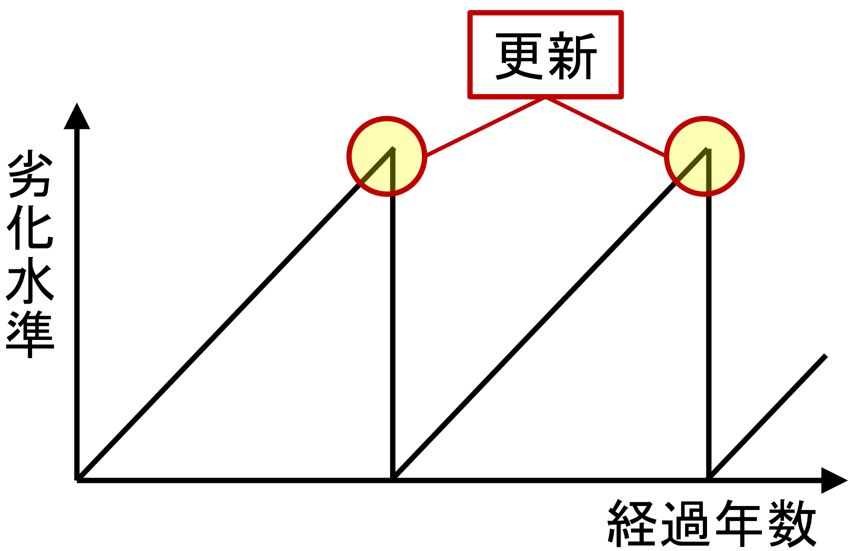
- 日本におけるインフラ投資を取り巻く環境
  - 既設インフラの老朽化
  - 人口減少・高齢化の進行

- インフラの維持管理・更新・新規投資に関する総合的政策の必要性
  - インフラの長寿命化投資の重要性

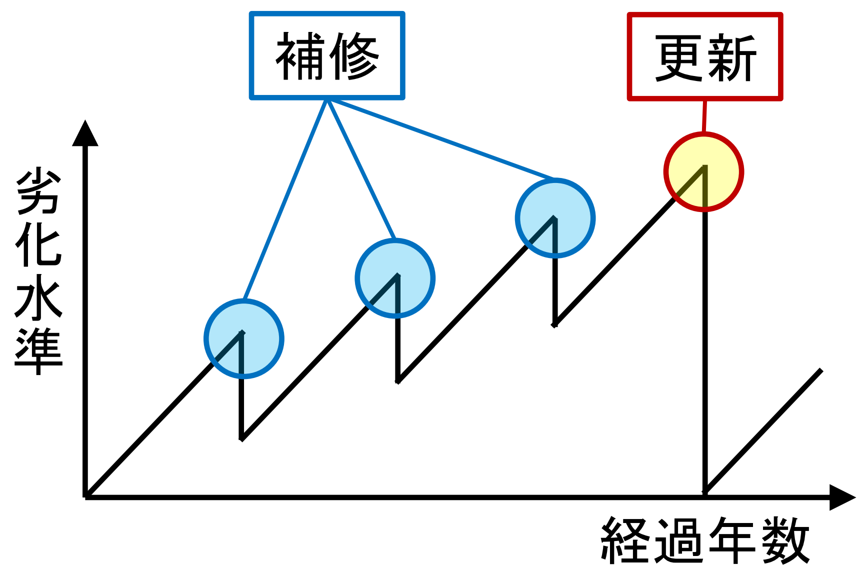
インフラの予防保全と長寿命化

■ インフラの損傷が軽微なうちに補修を行う予防保全によって インフラの長寿命化を実現可能

事後保全



予防保全



長寿命化の経済便益

■ インフラの長寿命化は二つの経済便益をもたらす

① ストック効果

■ インフラの更新間隔の延長

- インフラのライフサイクルコストの低減
- 民間資本投資・インフラ新規投資に使える資源の増加
- 将来の家計消費の増加

② 平準化効果

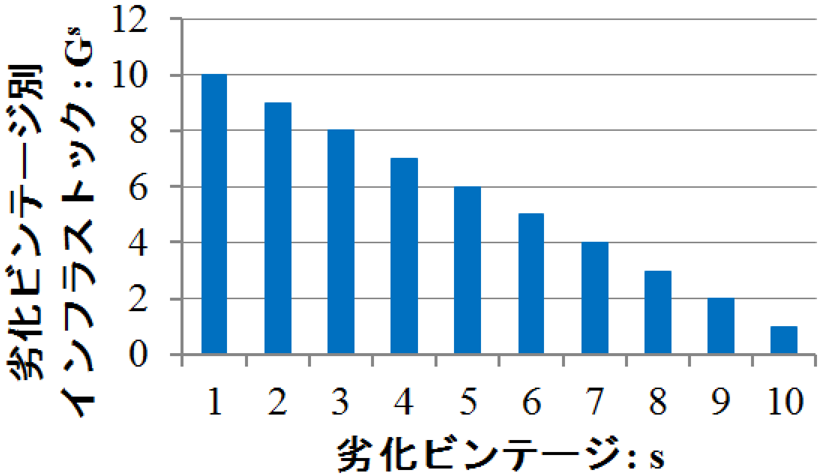
■ インフラの更新時期の分散化

- インフラ更新のピーク需要の抑制
- インフラ更新費用負担の世代間の不公平の削減

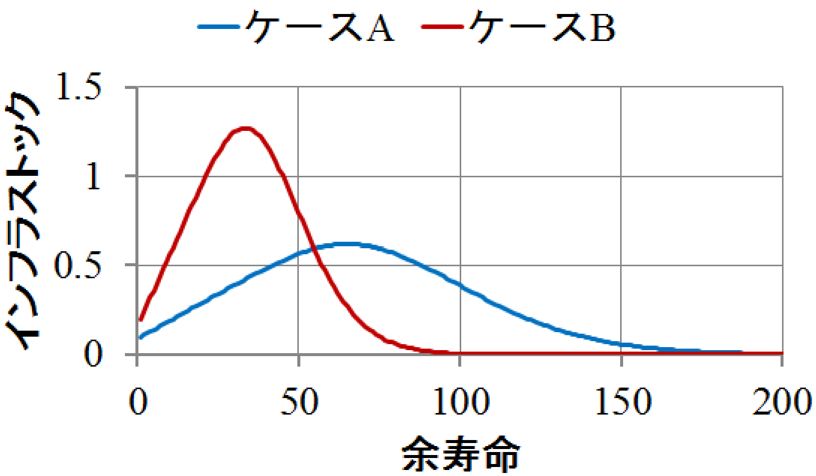
長寿命化の平準化効果

- インフラの余寿命の分布を2つのケースについて比較
  - ① ケースA：インフラの長寿命化投資を実施
  - ② ケースB：インフラの長寿命化投資を実施しない

初期時刻における
劣化水準別インフラストック



初期時刻における
インフラの余寿命の分布



研究の目的と手法

研究の目的

① インフラの新規・更新投資，長寿命化投資を同時に考慮に入れた，インフラの動学的投資政策について分析する

② インフラの長寿命化投資政策がもたらす経済効果について考察する

研究の手法

- マルコフ連鎖モデルを用いたマルコフ・ビンテージモデルを定式化する
- マルコフ・ビンテージモデルを用いた動学的最適インフラ投資モデルを定式化し，これを用いて分析を行う

既存研究の概要

インフラのアセットマネジメントの分野

- 施設の劣化過程をマルコフ連鎖モデルで表現
- ライフサイクル費用を最小化する点検・補修政策を分析
- 世代間公平性を考慮した分析は行われていない

↕ 双方に長所・短所有り

経済学の分野（ビンテージモデル）

- 年齢に応じて、資本の性質に異質性が存在
- 世代間公平性を考慮した投資政策や更新費用の平準化過程の分析が可能
- 資本の劣化過程の制御を表現できない

マルコフ･ビンテージモデル

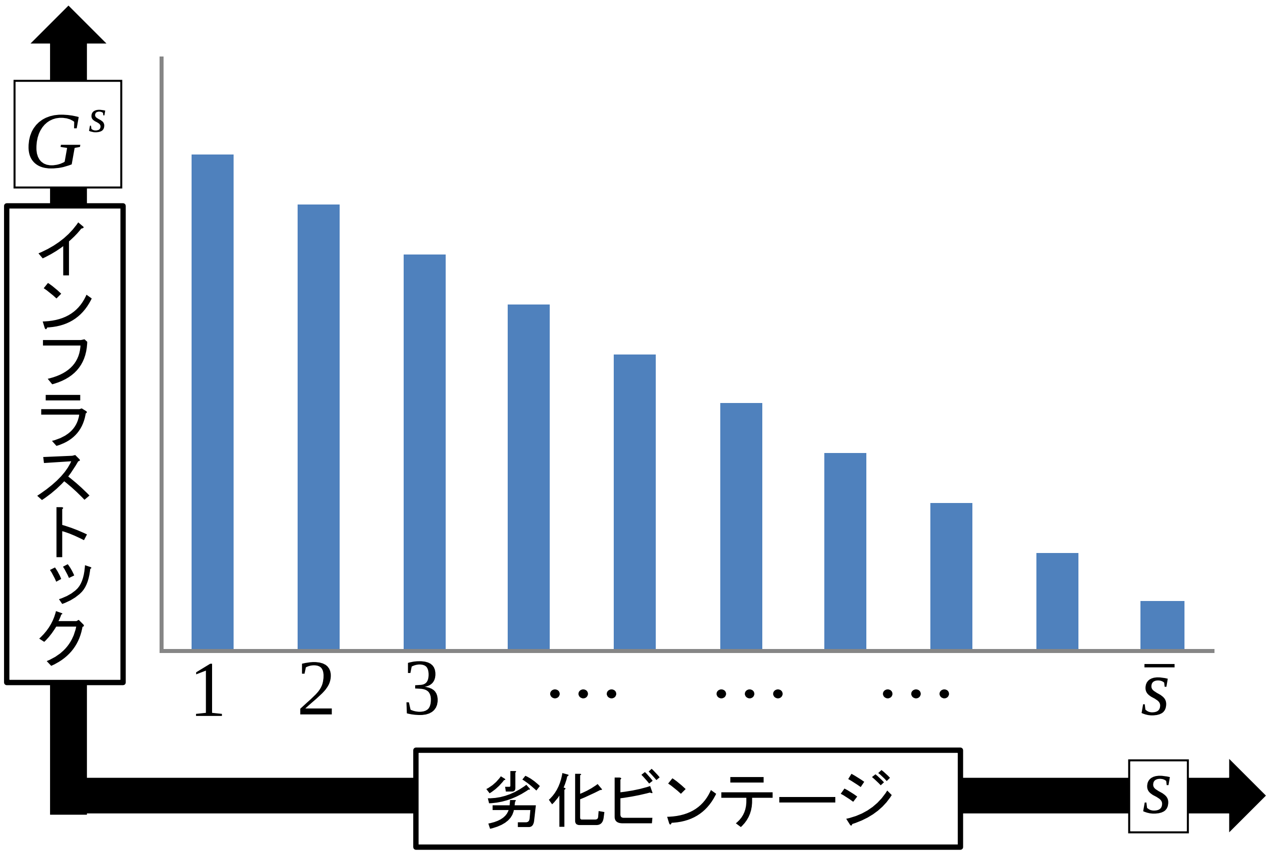
- 本研究は「マルコフ･ビンテージモデル」を定式化する
  - インフラのビンテージを劣化水準で定義
  - ビンテージ間の推移確率をマルコフ連鎖で記述

↓

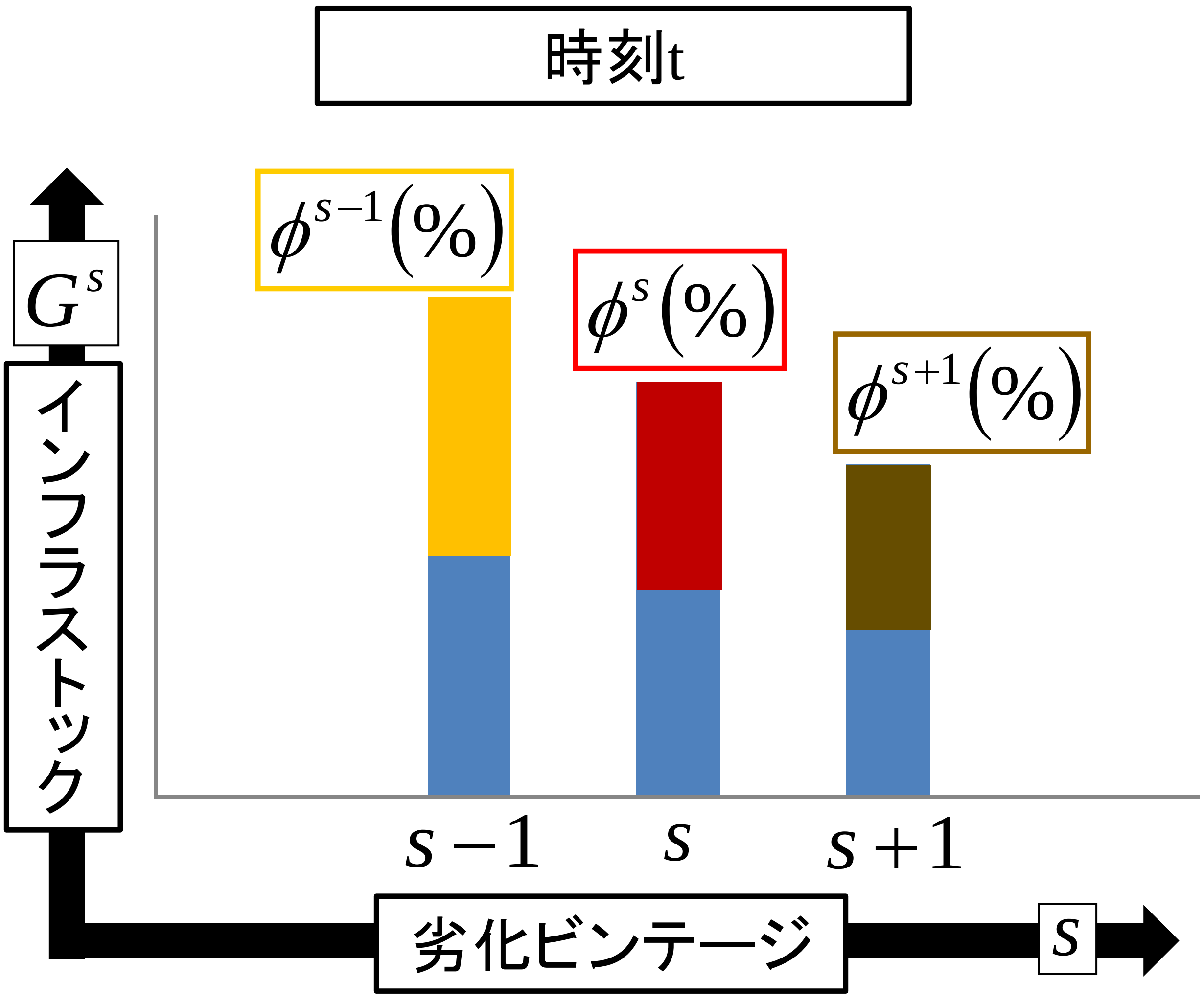
- 長寿命化投資によるインフラ更新需要の平準化を表現可能
- インフラ更新費用の平準化政策の分析が可能
- インフラの長寿命化投資の経済効果の分析が可能

インフラの劣化ビンテージ

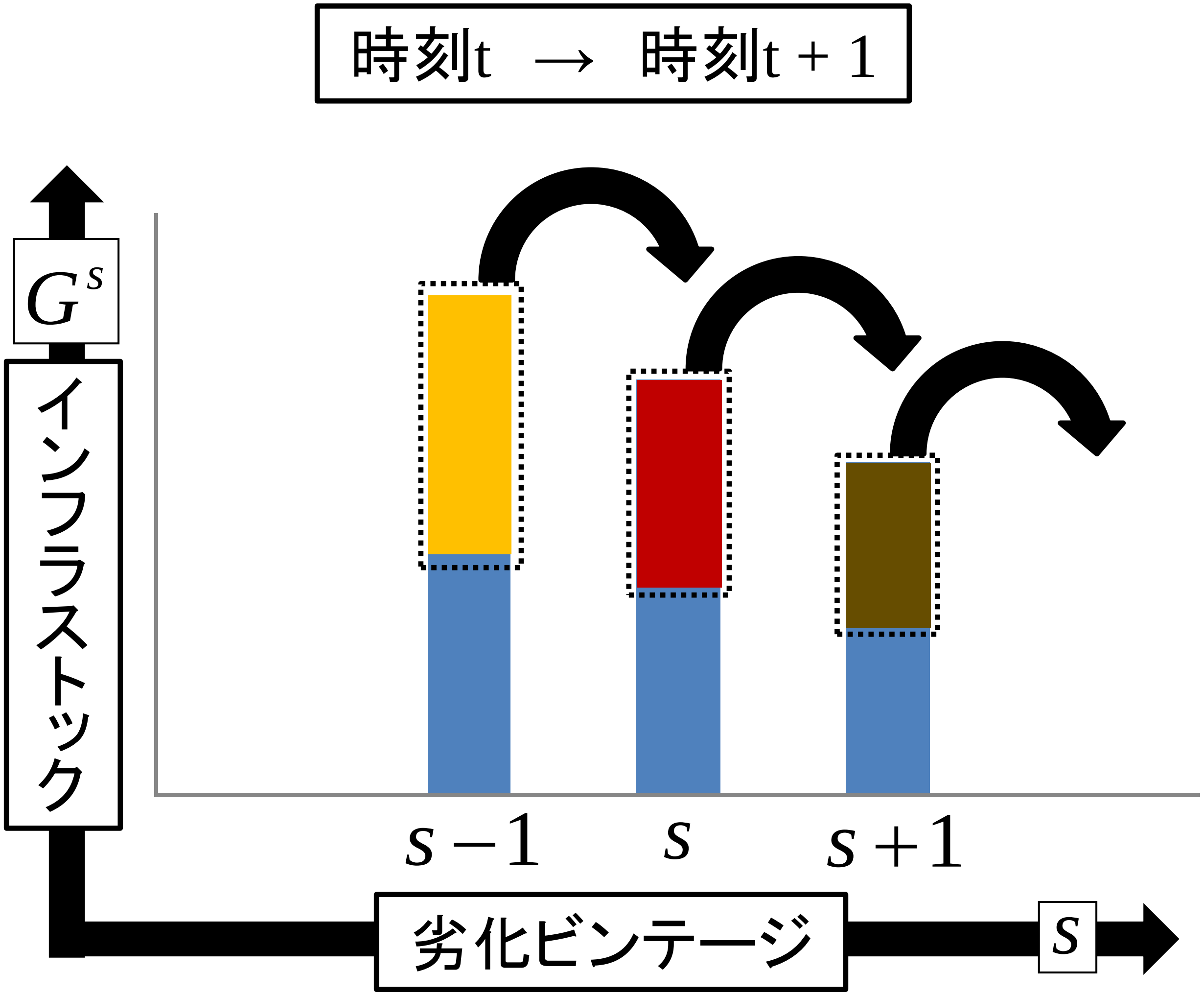
■ インフラストックを劣化ビンテージに応じて $\bar{s}$ 種類に分類



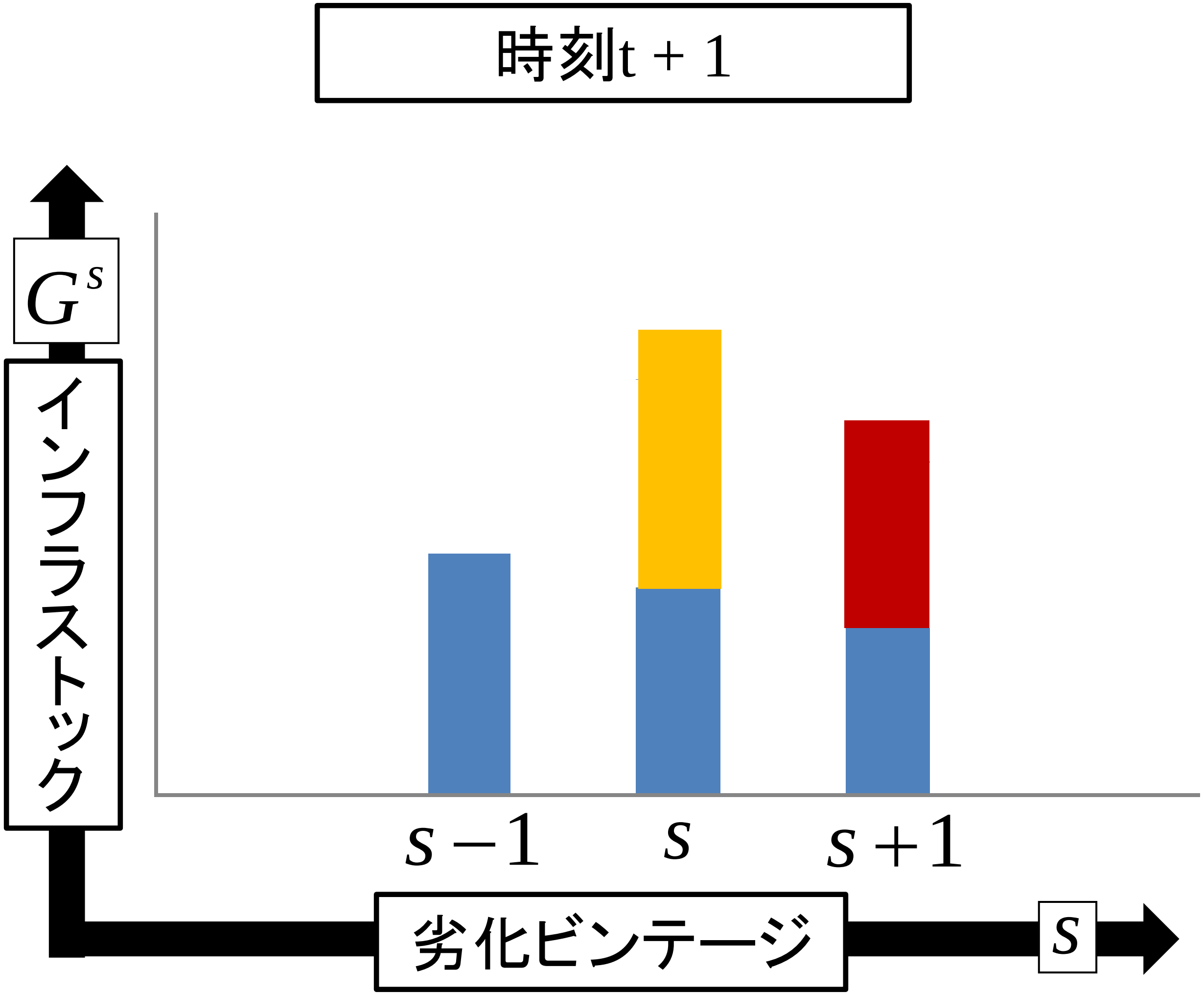
インフラの劣化過程



インフラの劣化過程



インフラの劣化過程



インフラスの劣化過程の定式化

- 劣化ビンテージ s のインフラは、1期間内に確率 ϕ_s で劣化ビンテージ s + 1 に移行する.
- 残りのインフラストックは劣化状態 s に残留

$$G_{t+1}^{s} = \phi_{s-1} G_{t}^{s-1} + \left[1 - \phi_{s}\right] G_{t}^{s} \qquad \left(2 \leq s < \bar{s}\right)$$

- インフラの新規・更新投資により劣化ビンテージ1のインフラストックが増える

$$G_{t+1}^{1} = I_{t}^{g} + \left[1 - \phi_{1}\right] G_{t}^{1}$$

I^g: インフラの新規投資・更新

インフラの長寿命化投資の定式化

- インフラの予防保全的維持管理の下では、日常的な維持管理費用が増加する
  - 点検・補修費用
  - 人材の育成・確保にかかる費用

➢ 維持管理費用を増やすことによって，インフラの劣化の進行確率を減少させられる

$$\phi_s = \phi_s\left(\frac{M_t}{G_t}\right)$$

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} G_t^s$$

$$0 < \phi_s \leq 1, \phi_s' < 0, \phi_s'' > 0$$

M: 長寿命化投資額
G: 総インフラストック

集計的生産技術の定式化

- 民間資本と労働力を投入して生産活動が行われる
- インフラには生産性を高める環境創出効果が存在
- 人口変動・労働力の変動は考えない

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} \overline{L}^{1-\alpha_k}$$

Y : 実質GDP
G : インフラ総ストック
K : 民間資本ストック
$\overline{\mathrm{L}}$: 労働力（一定）

- インフラは劣化水準によらず，一定の環境創出効果を持つ

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} G_t^s$$

資源配分の定式化

■ 生産された財は、消費、民間投資、インフラの新規・更新投資、インフラの長寿命化投資に使用される

$$Y_t = C_t + I_t^k + I_t^g + M_t$$

Y : 実質GDP
C : 消費
I^k : 民間投資
I^g : インフラ新規・更新投資
M : インフラ長寿命化投資

■ 民間投資は民間資本ストックを増やす

$$K_{t+1} = I_t^k + \left(1 - \delta_k\right) K_t$$

δ_k : 民間資本減耗率

社会的厚生関数の定式化

- 社会的最適性を規定する社会厚生関数を定式化する

$$W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \bar{L} \frac{\left(C_t / \bar{L}\right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

$\bar{L}$: 総人口＝労働力（一定）
C : 消費
C/$\bar{L}$: 人口一人当たり消費

- β (0 < β < 1) : この値が小さいほど、近視眼的な規範を表現する社会的厚生関数となる
- σ (σ > 0) : この値が大きいほど、世代間の消費の公平性を重視した規範を表現する社会的厚生関数となる

動学的最適インフラ投資モデル

- 社会的に最適なインフラ投資政策を求める問題を定式化

$$\max_{\{C_t, I_t^k, I_t^g, M_t\}_{t=0}^{\infty}} W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \bar{L} \frac{\left(C_t / \bar{L}\right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

subject to

$$G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} = C_t + I_t^k + I_t^g + M_t$$

$$K_{t+1} = I_t^k + \left(1 - \delta_k\right) K_t$$

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} G_t^s$$

$$G_{t+1}^1 = I_t^g + \left[1 - \phi_1\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] G_t^1$$

$$G_{t+1}^s = \phi_{s-1}\left(\frac{M_t}{G_t}\right) G_t^{s-1} + \left[1 - \phi_s\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] G_t^s \qquad \left(2 \le s < \bar{s}\right)$$

$$K_0, \left\{G_0^s\right\}_{s=1}^{\bar{s}-1} : \text{given}$$

最適化条件の導出

- 最適化問題の1階の最適化条件を導出

$$\chi_t^k = \beta\lambda_{t+1}\alpha_k K_{t+1}^{\alpha_k-1}G_{t+1}^{\alpha_g}\overline{L}^{1-\alpha_k} + \beta\chi_{t+1}^k(1-\delta_k)$$

$$\xi_t = \lambda_t\alpha_g K_t^{\alpha_k}G_t^{\alpha_g-1}\overline{L}^{1-\alpha_k} + \chi_t^1\phi_1'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\frac{G_t^1}{G_t}\frac{M_t}{G_t}$$

$$+\sum_{s=2}^{\bar{s}-1}\chi_t^s\left\{\phi_s'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\frac{G_t^s}{G_t}\frac{M_t}{G_t} - \phi_{s-1}'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\frac{G_t^{s-1}}{G_t}\frac{M_t}{G_t}\right\}$$

$$\chi_t^s = \beta\xi_{t+1} + \beta\chi_{t+1}^s\left[1-\phi_s\left(\frac{M_{t+1}}{G_{t+1}}\right)\right] + \beta\chi_{t+1}^{s+1}\phi_s\left(\frac{M_{t+1}}{G_{t+1}}\right) \quad (1\le s\le \bar{s}-2)$$

$$\chi_t^{\bar{s}-1} = \beta\xi_{t+1} + \beta\chi_{t+1}^{\bar{s}-1}\left[1-\phi_{\bar{s}-1}\left(\frac{M_{t+1}}{G_{t+1}}\right)\right]$$

$$\lambda_t = \left(\frac{C_t}{\overline{L}}\right)^{-\sigma}$$

$$\lambda_t = \chi_t^k$$

$$\lambda_t = \chi_t^1$$

$$\lambda_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-2}\left[-\frac{1}{G_t}\phi_s'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)G_t^s\left(\chi_t^s - \chi_t^{s+1}\right)\right] - \frac{1}{G_t}\phi_{\bar{s}-1}'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)G_t^{\bar{s}-1}\chi_t^{\bar{s}-1}$$

λ, ξ, χ: ラグランジュ乗数

定常状態の特性

- 最適インフラ投資政策の下では、経済の動的経路は長期的な定常状態に収斂する

$$Y^*, C^*, I^{k*}, I^{g*}, M^*, K^*, G^*, \left\{G^{s*}\right\}_{s=1}^{\bar{s}-1}$$

- 命題1: 人口一定・技術水準一定という仮定の下で，動学的最適インフラ投資モデルの最適動学的経路は，世代間公平性に関するパラメータ値 σ に依存せず，唯一の長期定常状態に収斂する.

定常状態における長寿命化投資額の水準

- 定常状態における，単位インフラストック当たりの長寿命化投資額 m* = M*/G* は、以下の連立方程式の解となる

$$g^{s*} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\bar{s}-1} \phi_s(m^*)/\phi_i(m^*)}$$

$$\frac{\chi^{1*}}{\lambda^*} = 1$$

$$[1-\beta+\beta\phi_s(m^*)]\left(\frac{\chi^{s*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{s+1*}}{\lambda^*}\right) = \beta\phi_s(m^*)\left(\frac{\chi^{s+1*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{s+2*}}{\lambda^*}\right) \qquad (1 \le s \le \bar{s}-3)$$

$$[1-\beta+\beta\phi_{\bar{s}-2}(m^*)]\left(\frac{\chi^{\bar{s}-2*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{\bar{s}-1*}}{\lambda^*}\right) = \beta\phi_{\bar{s}-1}(m^*)\left(\frac{\chi^{\bar{s}-1*}}{\lambda^*} - 0\right)$$

$$1 = \sum_{s=1}^{\bar{s}-2}\left[-g^{s*}\phi'_s(m^*)\left(\frac{\chi^{s*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{s+1*}}{\lambda^*}\right)\right] - g^{s*}\phi'_{\bar{s}-1}(m^*)\frac{\chi^{\bar{s}-1*}}{\lambda^*}$$

$$\boxed{m^* = M^*/G^*, g^{s*} = G^{s*}/G^*}$$

定常状態における長寿命化投資額の水準

$$g^{s*} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\bar{s}-1} \phi_s(m^*)/\phi_i(m^*)}$$

$$\frac{\chi^{1*}}{\lambda^*} = 1$$

$$\left[1-\beta+\beta\phi_s(m^*)\right]\left(\frac{\chi^{s*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{s+1*}}{\lambda^*}\right) = \beta\phi_s(m^*)\left(\frac{\chi^{s+1*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{s+2*}}{\lambda^*}\right) \qquad (1 \le s \le \bar{s}-3)$$

$$\left[1-\beta+\beta\phi_{\bar{s}-2}(m^*)\right]\left(\frac{\chi^{\bar{s}-2*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{\bar{s}-1*}}{\lambda^*}\right) = \beta\phi_{\bar{s}-1}(m^*)\left(\frac{\chi^{\bar{s}-1*}}{\lambda^*} - 0\right)$$

$$1 = \sum_{s=1}^{\bar{s}-2}\left[-g^{s*}\phi_s'(m^*)\left(\frac{\chi^{s*}}{\lambda^*} - \frac{\chi^{s+1*}}{\lambda^*}\right)\right] - g^{s*}\phi_{\bar{s}-1}'(m^*)\frac{\chi^{\bar{s}-1*}}{\lambda^*}$$

■ 命題2: 定常状態における，単位インフラストック当たりの長寿命化投資額の水準は，定常状態における利子率とインフラの維持管理に関する技術によってのみ決定され，その他の経済的な要因とは無関係となる.

長寿命化投資の効率化の影響

- 長寿命化投資の効率化が定常状態に与える影響を分析
- 長寿命化投資の効率性を表すパラメータγ_sを用いて、インフラの劣化の進行確率を$\phi_s(m;\gamma_s)$と表す

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial \gamma_s}(m;\gamma_s) < 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi_s}{\partial m \partial \gamma_s}(m;\gamma_s) < 0$$

- 議論の見通しをよくするため，劣化ビンテージの数を$\bar{s} = 2$に限定する

長寿命化投資の効率化の影響

$$dm^* = -\frac{\phi'_{1\gamma}}{\phi''_1} d\gamma_1 > 0$$

$$dI^{k*} = -\frac{\delta_k}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{\phi_{1\gamma}}{K^{*\alpha_k-1} G^{*\alpha_g-1} \overline{L}^{1-\alpha_k}} d\gamma_1 > 0$$

$$dG^* = -\frac{1-\alpha_k}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{\phi_{1\gamma}}{\alpha_g K^{*\alpha_k} G^{*\alpha_g-2} \overline{L}^{1-\alpha_k}} d\gamma_1 > 0$$

$$dI^{g*} = \left[\left(\phi_{1\gamma} + \frac{\phi'_{1\gamma}}{\phi''_1}\right) G^* - \frac{1-\alpha_k}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{\phi_1 \phi_{1\gamma}}{\alpha_g K^{*\alpha_k} G^{*\alpha_g-2} \overline{L}^{1-\alpha_k}}\right] d\gamma_1$$

$$dK^* = -\frac{1}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{\phi_{1\gamma}}{K^{*\alpha_k-1} G^{*\alpha_g-1} \overline{L}^{1-\alpha_k}} d\gamma_1 > 0$$

$$dM^* = \left[-\frac{\phi'_{1\gamma}}{\phi''_1} G^* - m \frac{1-\alpha_k}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{\phi_{1\gamma}}{\alpha_g K^{*\alpha_k} G^{*\alpha_g-2} \overline{L}^{1-\alpha_k}}\right] d\gamma_1 > 0$$

$$dY^* = -\frac{1}{1-\alpha_k-\alpha_g} \phi_{1\gamma} G^* d\gamma_1 > 0$$

$$dC^* = -\frac{\phi_{1\gamma}}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{1}{K^{*\alpha_k} G^{*\alpha_g-1} \overline{L}^{1-\alpha_k}} \left[\left(\frac{1}{\beta}-1\right) K^* + \frac{1-\alpha_k}{\alpha_g} G^* \left(\frac{1}{\beta}-1\right) + (1-\alpha_k-\alpha_g) K^{*\alpha_k} G^{*\alpha_g} \overline{L}^{1-\alpha_k}\right] d\gamma_1 > 0$$

■ 命題3: 長寿命化投資の効率化は定常状態における家計消費を増加させる(ストック効果)

数値計算のためのパラメータ･関数形設定

- パラメータと劣化推移確率の関数を特定化する
- 単位期間として5年間を想定

$$\phi_s(x) = 1.0 \exp(-20x) \qquad \bar{s} = 11$$

$$\beta = \exp(-0.03 \cdot 5) \qquad \delta_k = \exp(-0.1 \cdot 5)$$

$$\bar{L} = 1.0 \qquad \alpha_k = 0.35 \qquad \alpha_g = 0.1$$

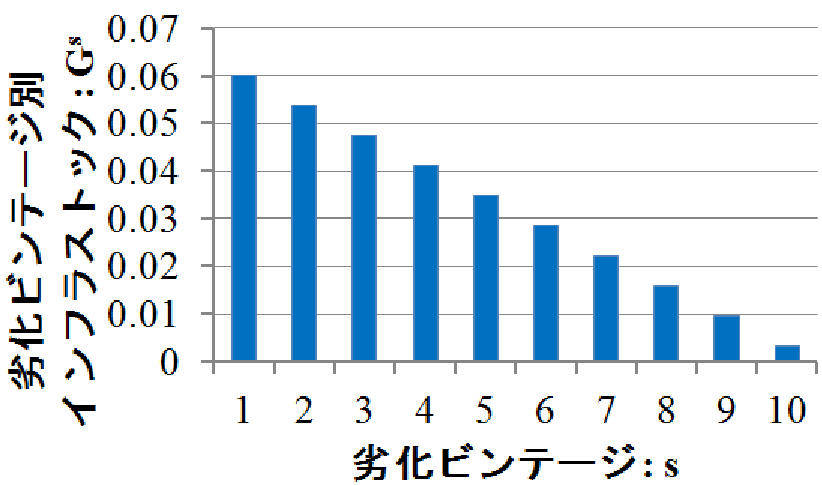
$$\sigma = 1.0$$

数値計算によるモデル分析

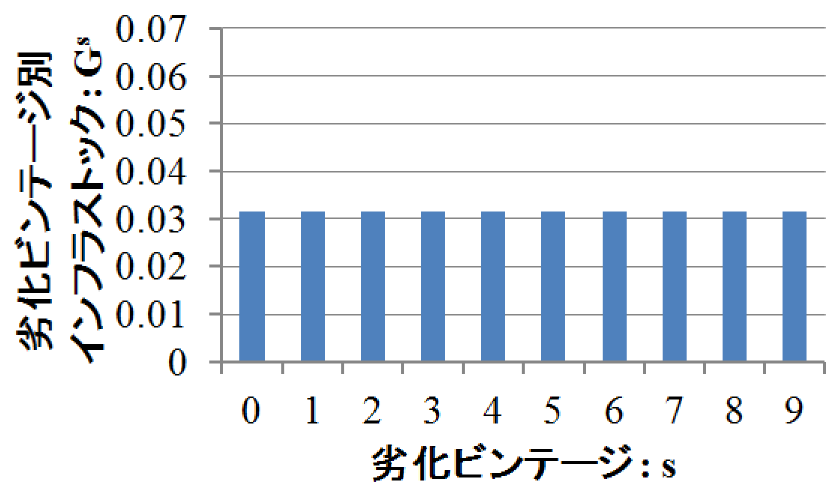
■ インフラ更新費用の平準化過程を分析

初期時刻 $t = 0$

定常状態

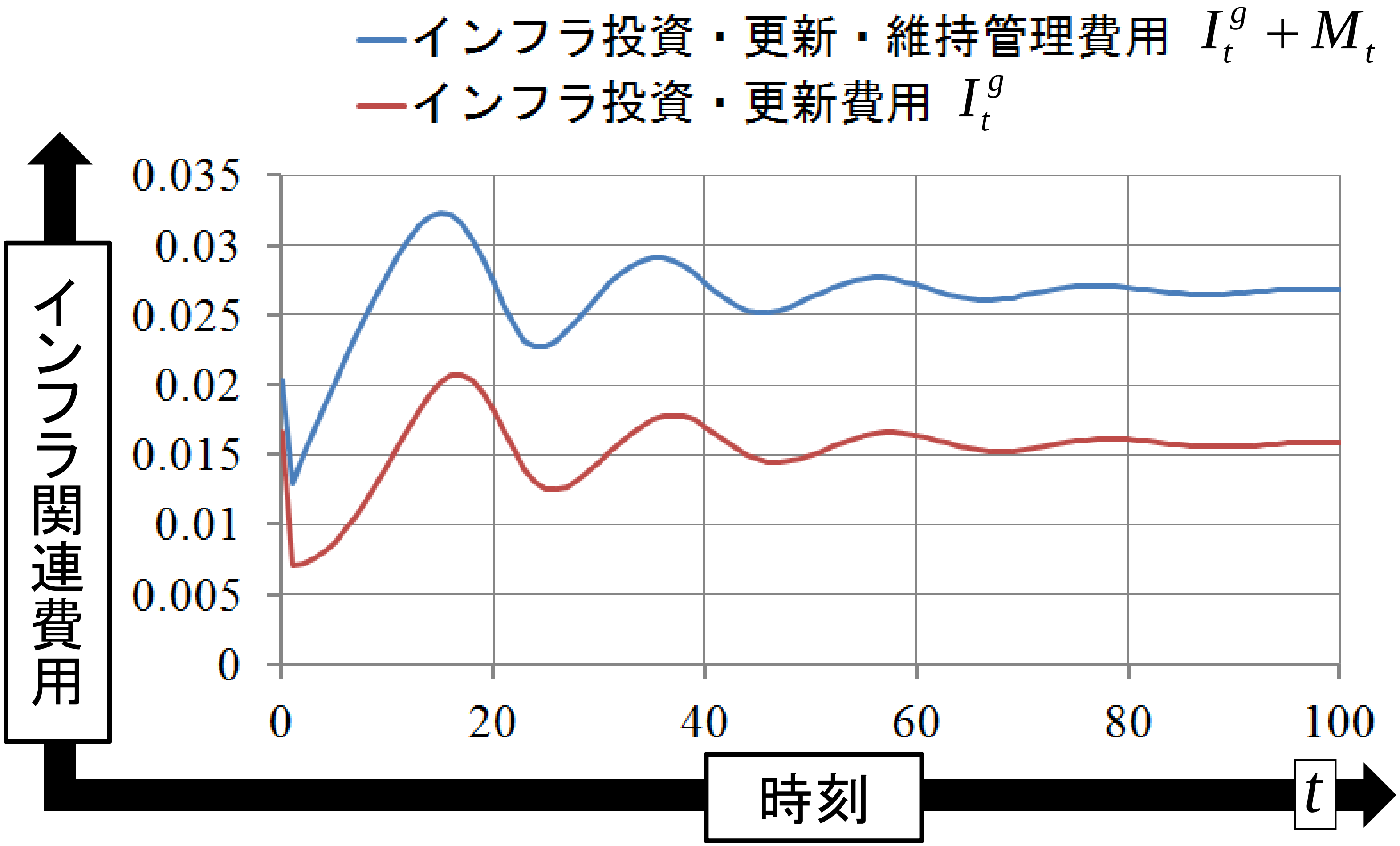


$$\left(K_0, G_0\right) = \left(0.412, 0.316\right)$$



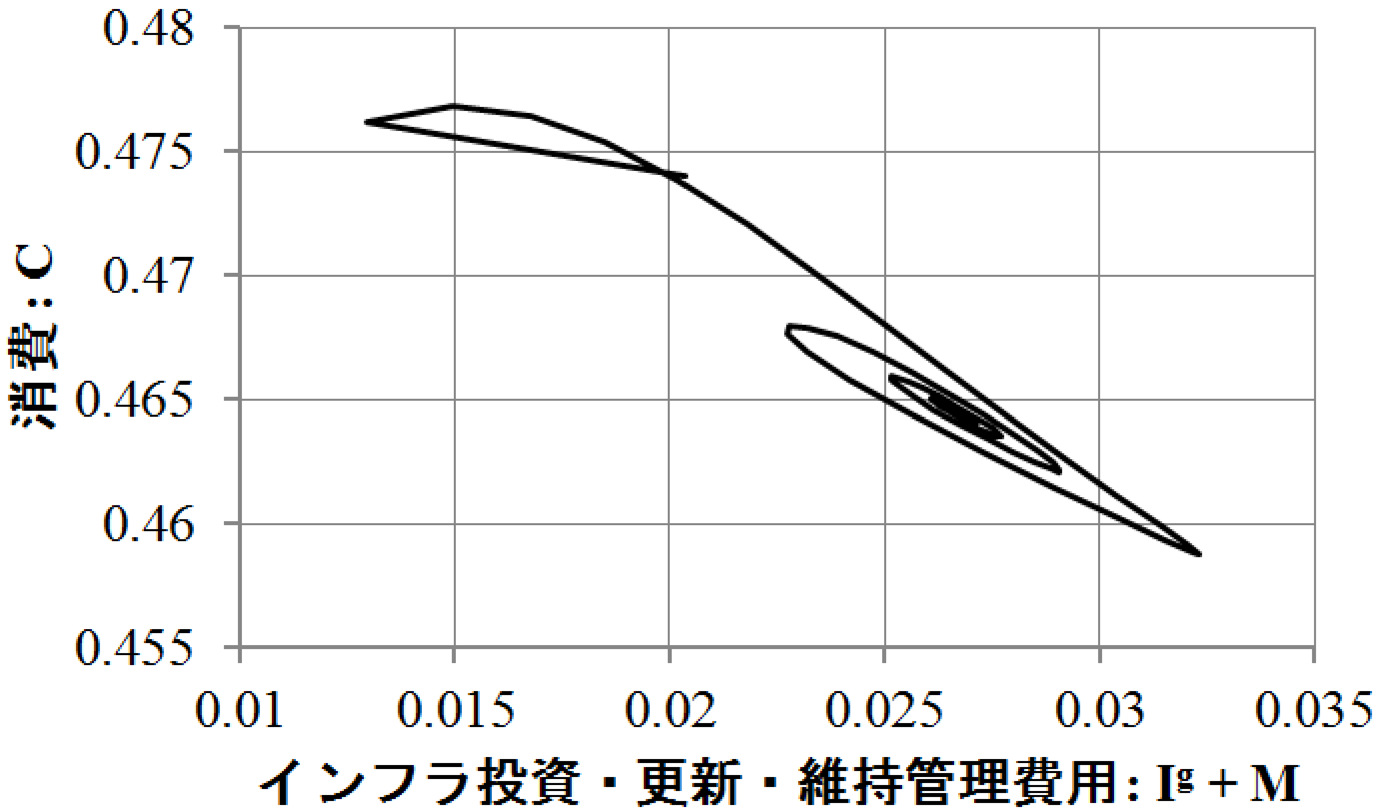
$$\left(K^*, G^*\right) = \left(0.412, 0.316\right)$$

インフラ関連費用の平準化



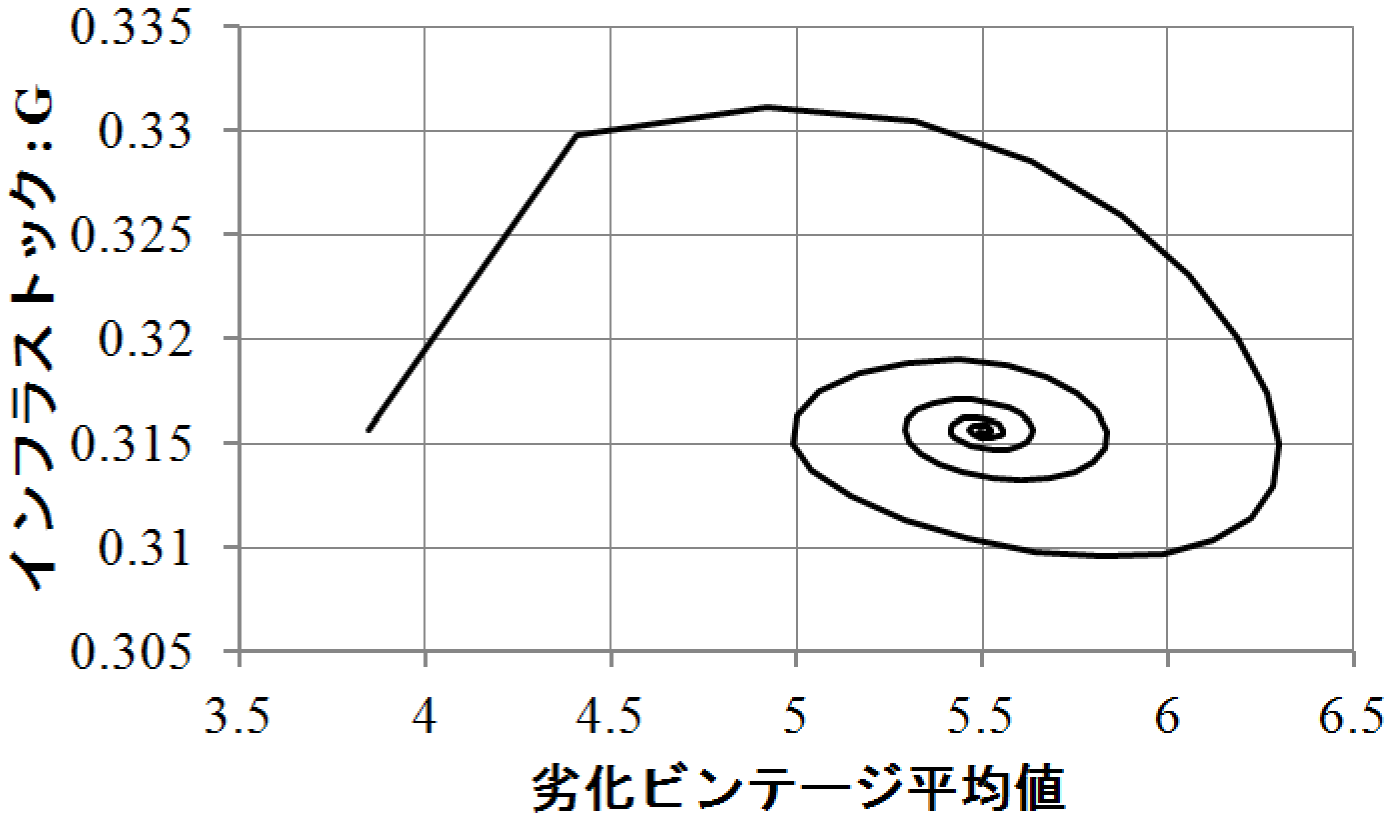
インフラ関連費用と家計の消費額の関係

- インフラ関連費用（投資・更新・維持管理費用）を横軸に、家計の消費額を縦軸に取り、時間推移をプロット



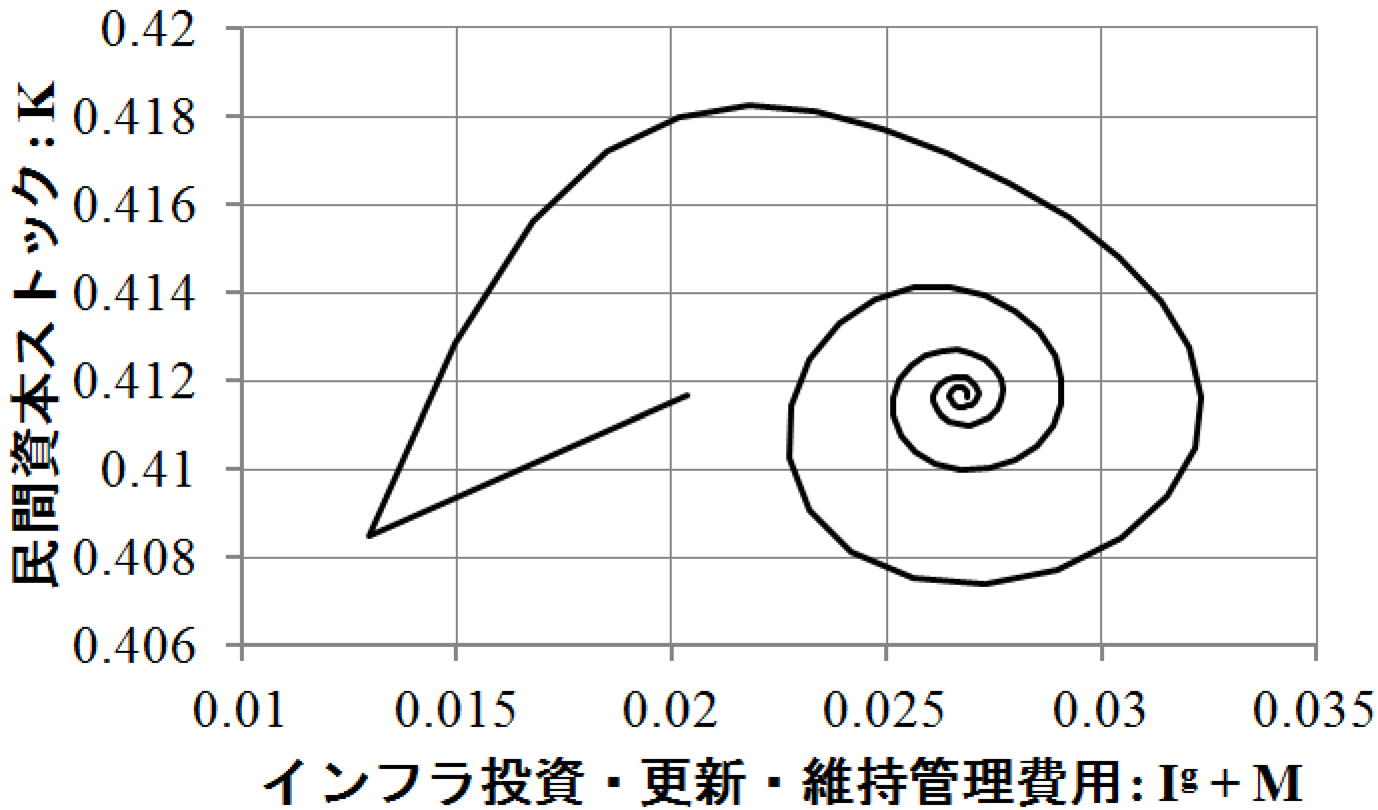
劣化ビンテージとインフラストックの関係

- 各時刻におけるインフラ劣化ビンテージの平均値を横軸に、インフラストックを縦軸に取り、時間推移をプロット



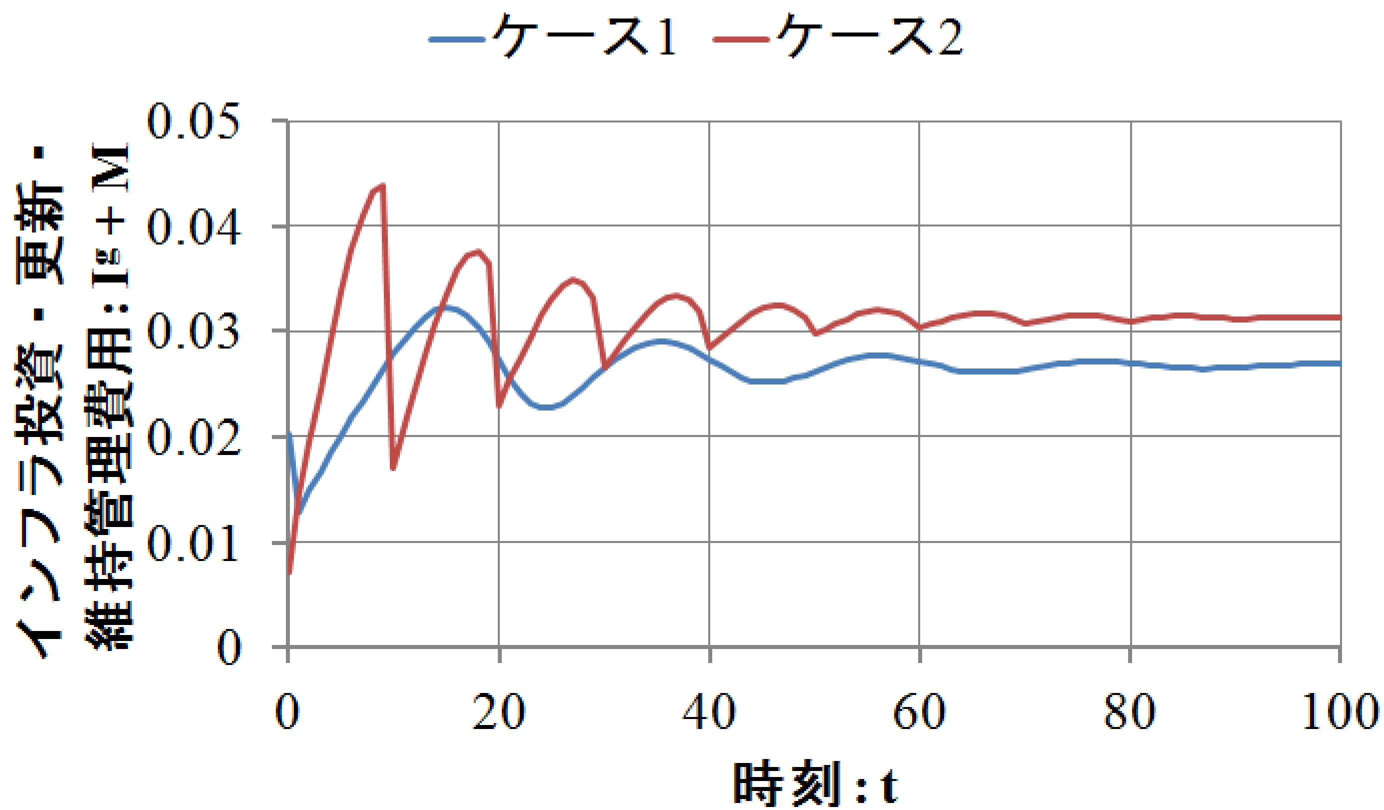
インフラ関連費用と民間資本ストックの関係

- インフラ関連費用（投資・更新・維持管理費用）を横軸に、インフラストックを縦軸に取り、時間推移をプロット



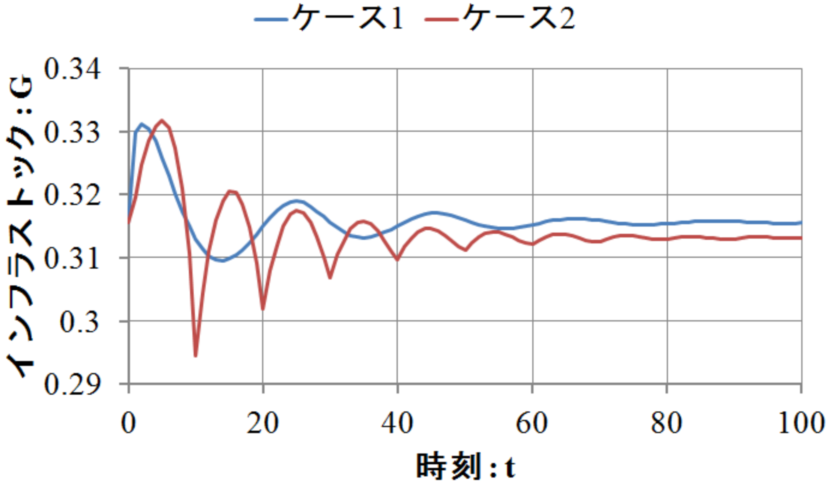
インフラの長寿命化とインフラ関連費用

- 長寿命化投資を実施するケース1と，長寿命化投資を実施しないケース2(M_t = 0)をとりあげ，2つのケースにおける動学的経路を比較する

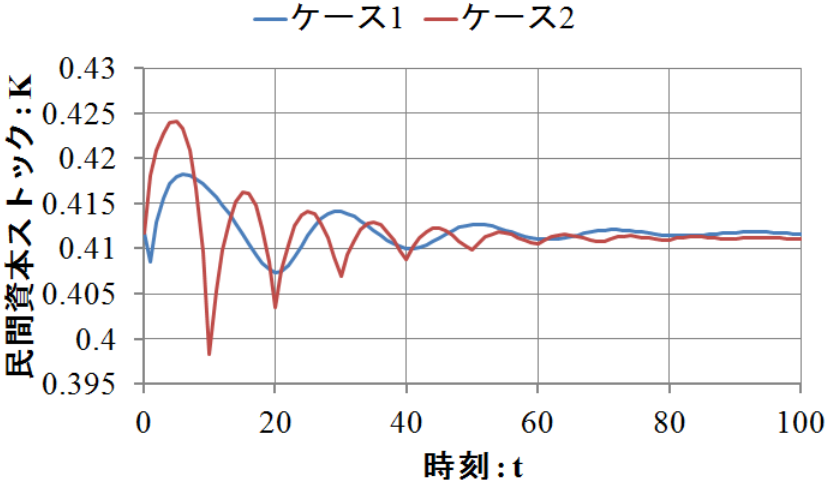


インフラの長寿命化と資本ストック・GDP

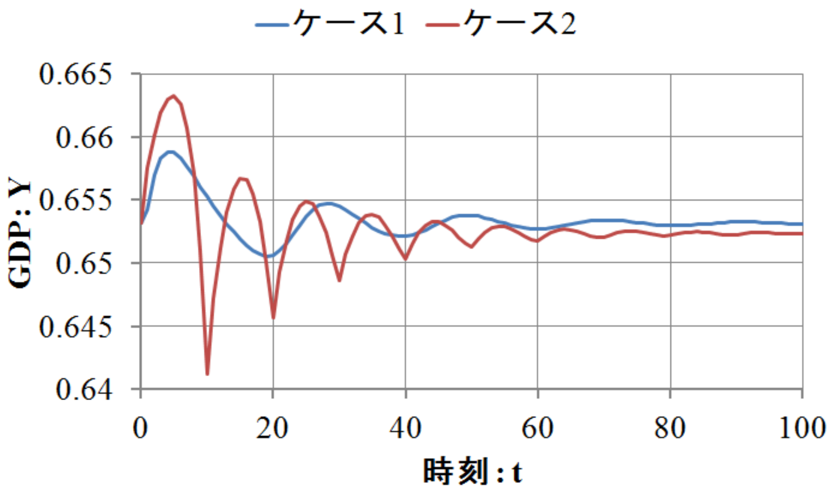
インフラストック



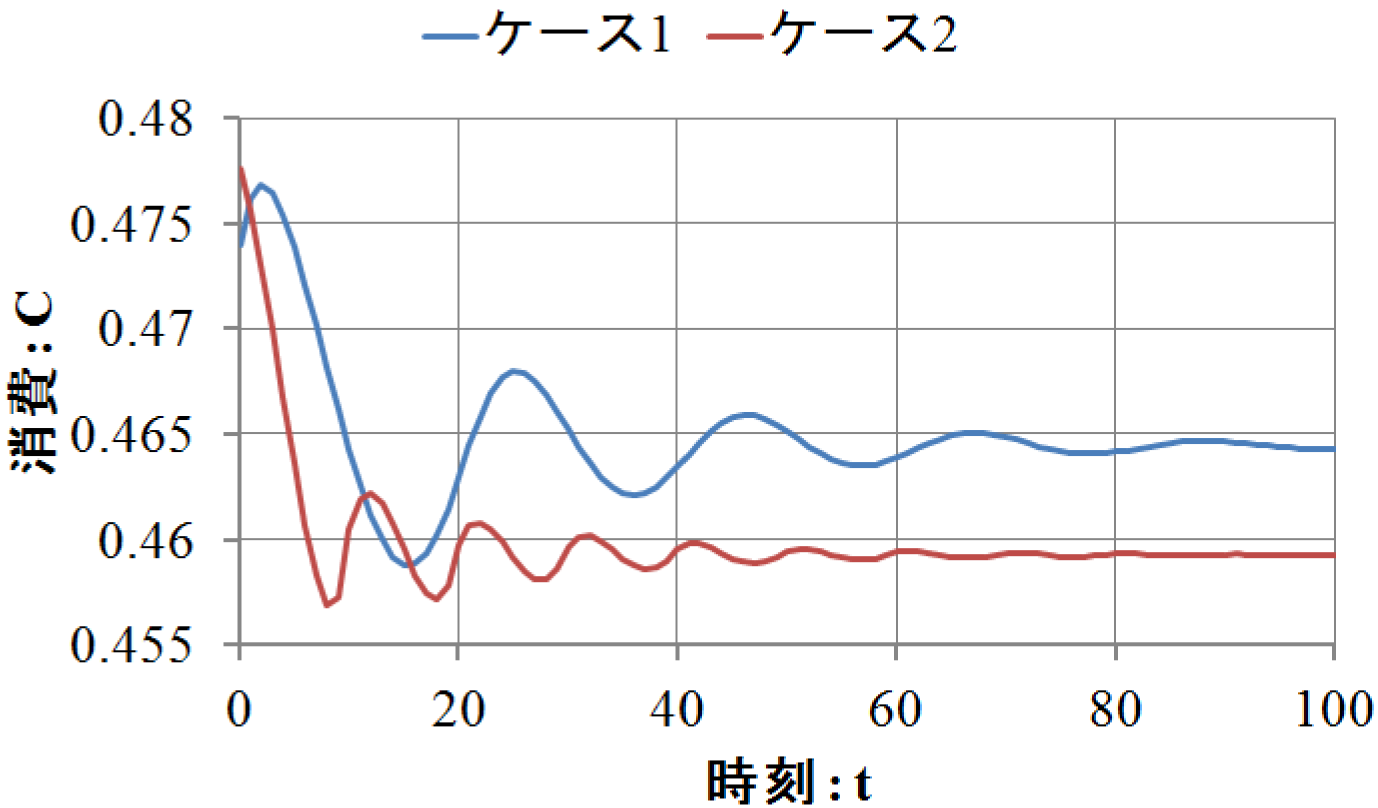
民間資本ストック



GDP



インフラの長寿命化と消費



長寿命化投資の経済効果の測定

■ 社会的厚生関数を用いて長寿命化投資の経済効果を測定

SV : 長寿命化投資実施の総純便益

$$SV = SW^1 - SW^2 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \overline{L} \frac{\left(C_t^1 / \overline{L} \right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \overline{L} \frac{\left(C_t^2 / \overline{L} \right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

SS : ストック効果のもたらす総純便益

$$SS = BE^1 - BE^2 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \overline{L} \frac{\left(C_t^{*1} / \overline{L} \right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \overline{L} \frac{\left(C_t^{*2} / \overline{L} \right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

SL : 平準化効果のもたらす総純便益

$$SL = SV - SS$$

長寿命化投資の経済効果の測定

- 社会的厚生関数の単位を金銭の単位に変換
  - EV :長寿命化投資実施の総純便益
  - ES :ストック効果のもたらす総純便益
  - EL :平準化効果のもたらす総純便益

$$e\left(\{p_t\}_{t=0}^{\infty}, \overline{W}\right) = \min_{\{C_t\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} p_t C_t$$

$$s.t.$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \overline{L} \frac{\left(C_t / \overline{L}\right)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} = \overline{W}$$

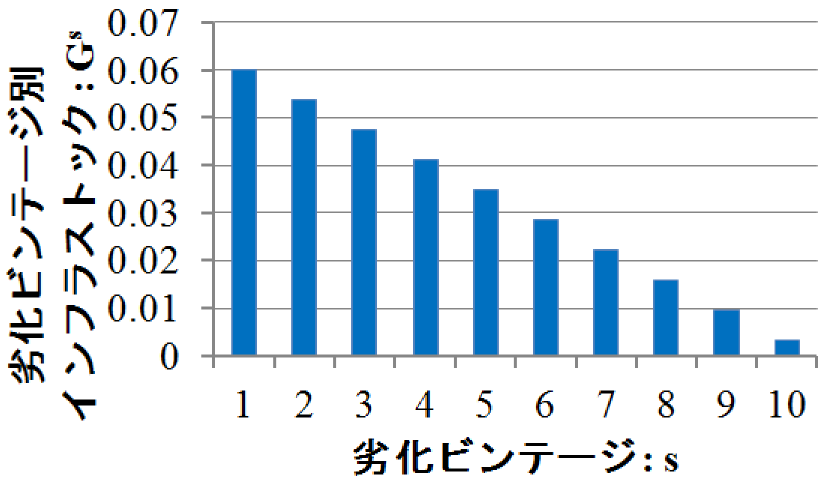
$$EV = e_0\left(\left\{\beta^t \frac{\lambda_t^1}{\lambda_0^1}\right\}_{t=0}^{\infty}, SW^*\right) - e_0\left(\left\{\beta^t \frac{\lambda_t^1}{\lambda_0^1}\right\}_{t=0}^{\infty}, SW^1\right)$$

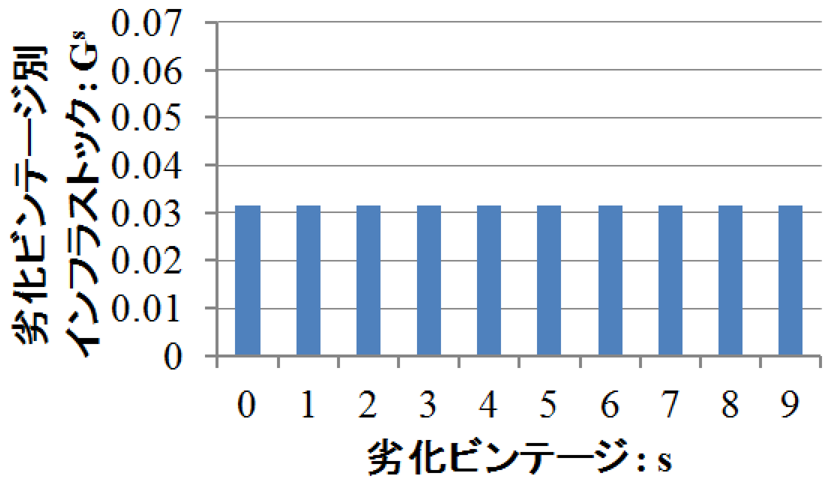
$$ES = e_0\left(\{\beta^t\}_{t=0}^{\infty}, BE^*\right) - e_0\left(\{\beta^t\}_{t=0}^{\infty}, BE^1\right)$$

$$EL = EV - ES$$

長寿命化投資の経済効果の測定

初期時刻 t = 0 → 定常状態



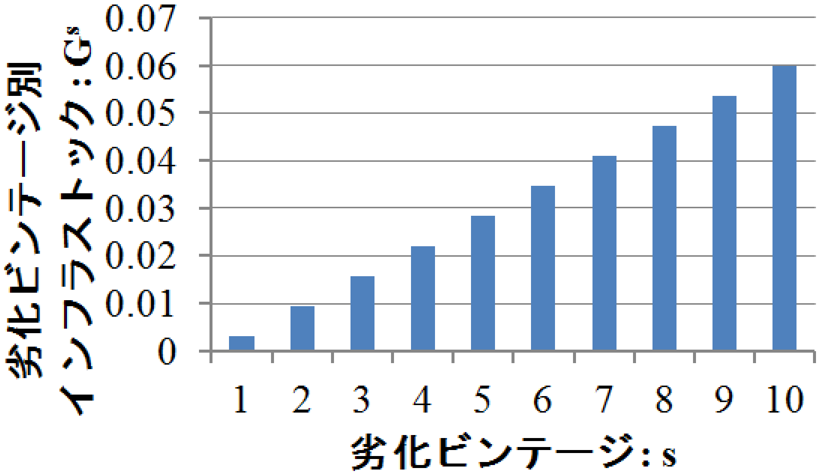


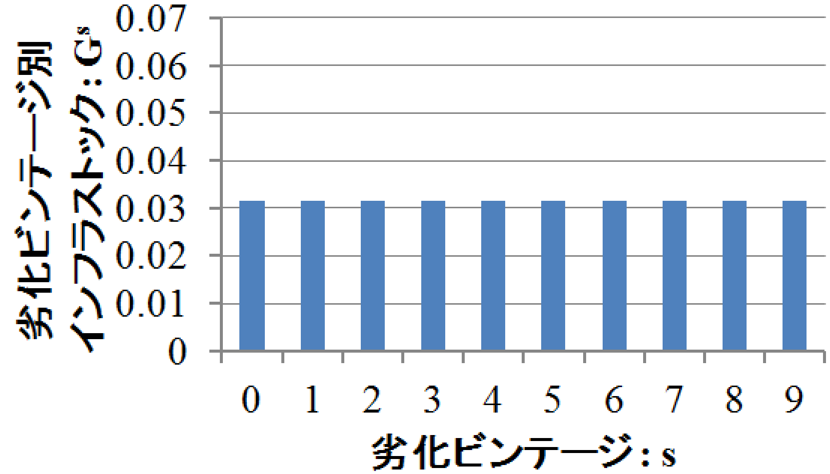
このケースにおける長寿命化投資の経済効果

$$EV = 0.0317,\ ES = 0.0373,\ EL = -0.0055$$

長寿命化投資の経済効果の測定

初期時刻 t = 0 → 定常状態





このケースにおける長寿命化投資の経済効果

$$EV = 0.0450,\ ES = 0.0373,\ EL = 0.0077$$

研究のまとめ

- インフラの長寿命化投資の効果には，ストック効果と平準化効果という2種類の効果が存在する。
- 人口・技術水準が一定という定常的社会においては，世代間公平性に関する配慮は，長期定常状態への移行動学に影響を及ぼすが，長期定常状態に影響を及ぼさない。
- インフラの長寿命化投資は，インフラ新規投資と同様に現在世代の負担により，将来世代が便益を享受するという通時的な外部経済性をもたらす。
- 長寿命化投資の先送りは，通時的な資源配分の効率化を阻害するとともに，将来世代の負担増を前提として現在世代の負担減を実現している行為である。

今後の課題

- 動学的資源配分の効率性を増加させるためには，たとえばインフラ長寿命化基金のように，通時的外部経済性を内部化するような財務的手段を導入することが必要である.
- 本研究で提案したモデルは長寿命化投資，インフラ投資量のみを制御することにより，世代間のインフラ関連費用の負担の平準化を試みるものである．財務的手段を考慮したインフラ関連費用の負担の平準化政策の分析が必要である.
- 人口減少，高齢化社会におけるインフラ投資政策を検討するためには，経済成長率とインフラ廃棄政策を明示的に考慮したような動学的最適インフラ投資モデルを定式化することが必要となる.