

# 離散選択モデル

---

交通・都市・国土学研究室

月田 光

- あなたは昼食に何を食べましたか？
  - ご飯、パン、ラーメン、蕎麦、カレー etc ...
  - 人間の行動は選択の結果である
- 行動モデル
  - 人の選択行動を表現するモデル。
    - 連続量の選択：例)ある場所での滞在時間
    - **離散量の選択**：例)目的地、交通手段、経路
  - この発表では離散量の選択について扱う
- 人は合理的な選択をする(経済学的な前提条件)
  - 「効用最大化」：人は最大の効用を得られる選択をする。
  - 効用を定義すると、複数の選択肢を好ましい順に並べられる。

- 効用  $U_i$ 
  - 各消費者が消費する財から得られる主観的な満足・欲望充足の度合い
- **説明変数**：効用を決める要素(例：目的地選択)
  - 選択肢の属性 例：距離、料金、混み具合、所用時間 etc.
  - 個人の属性：性別、年齢、収入 etc.
  - トリップ属性：目的、時間帯 etc.

$$\begin{aligned}
 U_{100\rho} &= \theta_{100\rho} + \theta_L \times L_{100\rho} + \theta_{Cost} \times Cost_{100\rho} + \varepsilon_{100\rho} \\
 U_{\text{食堂}} &= \theta_{\text{食堂}} + \theta_L \times L_{\text{食堂}} + \theta_{Cost} \times Cost_{\text{食堂}} + \varepsilon_{\text{食堂}} \\
 U_{Rou.} &= \theta_{Rou.,Age} \times Age + \varepsilon_{Rou.}
 \end{aligned}$$

パラメータ (定数項)
パラメータ
説明変数
確定項
誤差項

**確定項  $V_i$** ：観測可能な説明変数のベクトルによる関数で表された項

**誤差項  $\varepsilon_i$** ：観測できない変数の寄与をまとめた項

- 効用関数 $U_i$  (選択肢 $i$ )
  - 効用 $U_i$ は確定項 $V_i$ と誤差項 $\varepsilon_i$ の和で表される
$$U_i = V_i + \varepsilon_i$$
  - 確定項 $V_i$ は説明変数 $x_i$ の線形和 $V_i = \beta \cdot x_i$ で表される
  - 基本的にはパラメータベクトル $\beta$ を推定する
- 誤差項 $\varepsilon_i$ 
  - 分析者にとって、意思決定者の真の効用は不明  
→ ランダム(誤差)項を用いて効用を確率的に表す

cf. 誤差項 $\varepsilon_i$ に含まれるもの

- 非観測属性：快適性、移動の自由度 etc.
- 測定誤差：所要時間、待ち時間 etc.
- 情報の不完全性：認知時間と実際の時間のズレ etc.
- 代理変数( <http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/model16/lecture/Kurauchi.pdf> )
- 個人の嗜好性、気分

# 誤差項の分布

- 分析者にとって、行動選択(効用が最大となる選択肢)は確率的

- 誤差項は確率的に変動

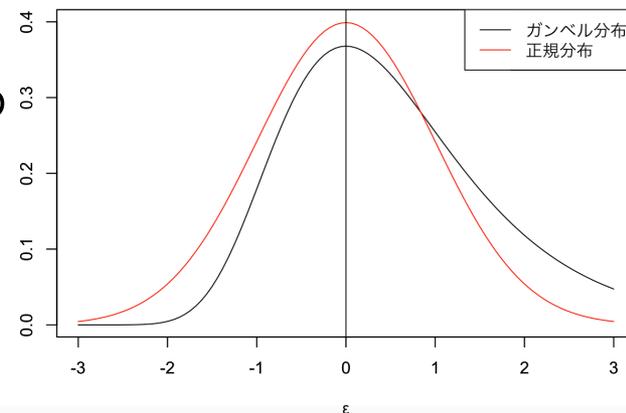
$$\begin{aligned}
 P(i) &= \Pr(U_i \geq U_j, \forall j \in A) \\
 &= \Pr(V_i + \varepsilon_i \geq V_j + \varepsilon_j) \\
 &= \Pr(\varepsilon_j \leq V_i + \varepsilon_i - V_j) \\
 &= \int_{\varepsilon_i = -\infty}^{+\infty} F_i(\langle V_i + \varepsilon_i - V_j \rangle) d\varepsilon_i
 \end{aligned}$$

$A$	: 選択肢集合
$F(\boldsymbol{\varepsilon})$	: $\boldsymbol{\varepsilon}$ の累積分布関数
$F_i$	: $F$ の $i$ に関する微分
$\langle V_i + \varepsilon_i - V_j \rangle$	: $j$ 成分が $V_i + \varepsilon_i - V_j$ であるベクトル

- 選択確率は確定項 $V$ と誤差項の分布 $F(\boldsymbol{\varepsilon})$ に依存

- 確率分布によって異なるモデルとなる

- 正規分布 → プロビットモデル
- ガンベル分布 → ロジットモデル



- 多項プロビット(MNP)モデル
  - $\varepsilon \sim$  多変量正規分布
  - $\varepsilon$ は非常に多くの要因を含むため、中心極限定理より分布の正規性は意味あり
  - $\varepsilon$ は互いに分散が異なり、相関も持つことができる
  - **Open-form**のため計算コストが高い
- 多項ロジット(MNL)モデル
  - $\varepsilon \sim$  IID(独立同分布)ガンベル分布
    - プロビットモデルの近似
  - **Closed-form**のため計算コストが低い

ガンベル分布

累積分布関数 $F(\varepsilon) = \exp[-\exp\{-\mu(\varepsilon - \eta)\}]$

確率密度関数 $f(\varepsilon) = \mu \exp\{-\mu(\varepsilon - \eta)\} \exp[\exp\{-\mu(\varepsilon - \eta)\}]$

$\mu$  : 分布のばらつきを表すスケールパラメータ

$\eta$  : 分布の位置を表すロケーションパラメータ

- 選択肢*i*の選択確率式

$$P(i) = \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in A} \exp(\mu V_j)}$$

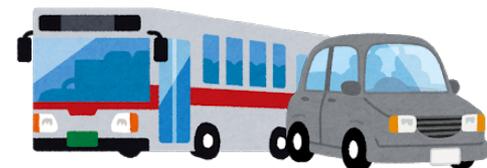
注：細かい証明は2020年理論談話会#2の資料等を見てください

- IIA特性 (Independence from Irrelevant Alternatives)
  - 無関係な選択肢からの選択確率の独立
  - 選択肢の部分集合を考えても、パラメータ推定値にバイアスが生じず、推定計算が楽
  - 全選択肢を考える必要が無いいため、調査設計が楽
  - 選択肢の追加や削除が容易

$$\frac{P(i|A)}{P(i'|A)} = \frac{\exp(\mu V_i) / \sum \exp(\mu V_j)}{\exp(\mu V_{i'}) / \sum \exp(\mu V_j)} = \frac{P(i|B)}{P(i'|B)}$$

選択肢が赤バスと自動車だけの場合、選択確率は

赤バス:自動車=0.5:0.5



とします。では、選択肢に青バスが加わったら？

MNLモデルでは

赤バス:青バス:自動車

=0.33:0.33:0.33



0.25:0.25:0.5では？ ≡ 選択肢間に相関があるのでは？

→NLモデル(Nested Logit Model)

- ツリー構造
  - ロジットモデルのIIA特性を緩和し、選択肢間の相関を表現可能

- バスの効用を、共通のものと独立のものに分ける

$$V_{RedBus} + \varepsilon_{RedBus} = V_{Red} + V_{bus} + \varepsilon_{Red} + \varepsilon_{bus}$$

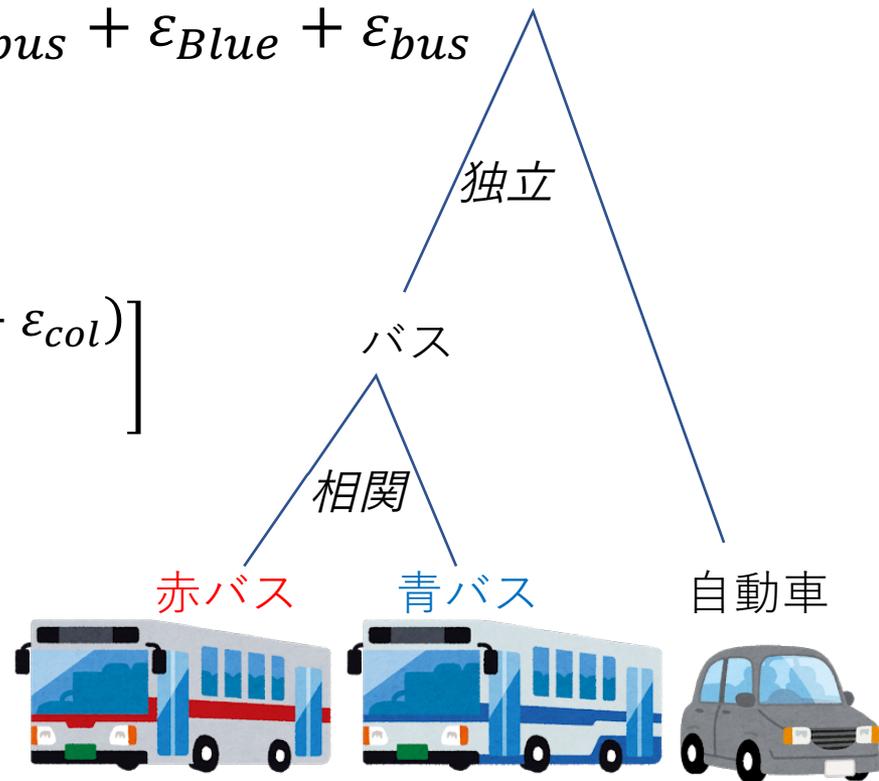
$$V_{BlueBus} + \varepsilon_{BlueBus} = V_{Blue} + V_{bus} + \varepsilon_{Blue} + \varepsilon_{bus}$$

- バスが選ばれる確率を考える

$$P(bus) = \Pr \left[ \begin{array}{l} V_{bus} + \varepsilon_{bus} + \max_{col \in \{R,B\}} (V_{col} + \varepsilon_{col}) \\ \geq V_{car} + \varepsilon_{car} \end{array} \right]$$

- 分散共分散行列

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{bus}^2 & 0 \\ \sigma_{bus}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{pmatrix}$$



- $\max_{c \in \{R, B\}} (V_c + \varepsilon_c)$  はガンベル分布に従う

スケールパラメータ

$$\mu_c$$

ロケーションパラメータ  $V'_{bus} = \frac{1}{\mu_c} \ln \sum_{col \in \{R, B\}} \exp(\mu_c V_{col})$

$$\rightarrow \max_{col \in \{R, B\}} (V_{col} + \varepsilon_{col}) = V'_{bus} + \varepsilon'_{bus} \text{ と置く}$$

- バスが選ばれる確率は次のようになる

$$P(bus) = \Pr[V_{bus} + V'_{bus} + \varepsilon_{bus} + \varepsilon'_{bus} \geq V_{car} + \varepsilon_{car}]$$

- 誤差項に関する仮定

- $\varepsilon_{car}$  はスケールパラメータ  $\mu_m$  のガンベル分布
- $\varepsilon_{bus} + \varepsilon'_{bus}$  のスケールパラメータ  $\mu_m$  のガンベル分布

$$P(bus) = \frac{\exp\{\mu_m (V_{bus} + V'_{bus})\}}{\exp\{\mu_m (V_{bus} + V'_{bus})\} + \exp(\mu_m V_{car})}$$

- 次に、バスに乗ることが決まった時に赤バスを選択する確率を考える

$$\begin{aligned}
 P(RB|bus) &= \Pr \left[ \begin{array}{l} V_{Red} + V_{bus} + \varepsilon_{Red} + \varepsilon_{bus} \\ \geq V_{Blue} + V_{bus} + \varepsilon_{Blue} + \varepsilon_{bus} \end{array} \right] \\
 &= \Pr[V_{Red} + \varepsilon_{Red} \geq V_{Blue} + \varepsilon_{Blue}] \\
 &= \frac{\exp(\mu_c V_{Red})}{\exp(\mu_c V_{Red}) + \exp(\mu_c V_{Blue})}
 \end{aligned}$$

- 赤バスを選択する確率は次のようになる

$$\begin{aligned}
 P(RedBus) &= P(RB|bus)P(bus) \\
 &= \frac{\exp(\mu_c V_{Red})}{\exp(\mu_c V_{Red}) + \exp(\mu_c V_{Blue})} \frac{\exp\{\mu_m (V_{bus} + V'_{bus})\}}{\exp\{\mu_m (V_{bus} + V'_{bus})\} + \exp(\mu_m V_{car})}
 \end{aligned}$$

$$V'_{bus} = \frac{1}{\mu_c} \ln \sum_{col \in \{R,B\}} \exp(\mu_c V_{col})$$

$$P(RedBus) = P(RB|bus)P(bus) = \frac{\exp(\mu_c V_{Red})}{\exp(\mu_c V_{Red}) + \exp(\mu_c V_{Blue})} \times \frac{\exp\{\mu_m (V_{bus} + V'_{bus})\}}{\exp\{\mu_m (V_{bus} + V'_{bus})\} + \exp(\mu_m V_{car})}$$

$$V'_{bus} = \frac{1}{\mu_c} \ln \sum_{col \in \{R,B\}} \exp(\mu_c V_{col})$$

- ところで次のような式変形ができる

$$\begin{aligned} P(RB|bus) &= \frac{\exp(\mu_c V_{Red})}{\exp(\mu_c V_{Red}) + \exp(\mu_c V_{Blue})} \\ &= \frac{\exp(\mu_c V_{Red} + \mu_c V_{bus})}{\exp(\mu_c V_{Red} + \mu_c V_{bus}) + \exp(\mu_c V_{Blue} + \mu_c V_{bus})} \\ &= \frac{\exp(\mu_c V_{RedBus})}{\exp(\mu_c V_{RedBus}) + \exp(\mu_c V_{BlueBus})} \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\exp\{\mu_m (V_{bus} + V'_{bus})\} \\ &= \exp\left(\frac{\mu_m}{\mu_c} \mu_c V_{bus} + \frac{\mu_m}{\mu_c} \ln \sum_{col \in \{R,B\}} \exp(\mu_c V_{col})\right) \\ &= \exp\left[\ln\{\exp(\mu_c V_{bus})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c}} + \ln\{\sum_{col \in \{R,B\}} \exp(\mu_c V_{col})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c}}\right] \\ &= \{\exp(\mu_c V_{bus}) \sum_{col \in \{R,B\}} \exp(\mu_c V_{col})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c}} \\ &= \{\exp(\mu_c V_{RedBus}) + \exp(\mu_c V_{BlueBus})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c}} \end{aligned}$$

- よって次のように変形できる

$$\begin{aligned} P(RedBus) &= P(RB|bus)P(bus) \\ &= \exp(\mu_c V_{RedBus}) \frac{\{\exp(\mu_c V_{RedBus}) + \exp(\mu_c V_{BlueBus})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c} - 1}}{\{\exp(\mu_c V_{RedBus}) + \exp(\mu_c V_{BlueBus})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c}} + (\exp V_{car})^{\mu_m}} \end{aligned}$$

$$P(RedBus) = P(RB|bus)P(bus)$$

$$= \frac{\exp(\mu_c V_{Red})}{\exp(\mu_c V_{Red}) + \exp(\mu_c V_{Blue})} \times \frac{\exp\{\mu_m(V_{bus} + V'_{bus})\}}{\exp\{\mu_m(V_{bus} + V'_{bus})\} + \exp(\mu_m V_{car})}$$

$$= \exp(\mu_c V_{RedBus}) \frac{\{\exp(\mu_c V_{RedBus}) + \exp(\mu_c V_{BlueBus})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c} - 1}}{\{\exp(\mu_c V_{RedBus}) + \exp(\mu_c V_{BlueBus})\}^{\frac{\mu_m}{\mu_c}} + (\exp V_{car})^{\mu_m}}$$

$$V'_{bus} = \frac{1}{\mu_c} \ln \sum_{col \in \{R,B\}} \exp(\mu_c V_{col})$$

• 一般化

- ネスト  $n$  にある選択肢  $i$  の効用の確定項  $V_{ni}$  を、ネスト  $V_n$  によるものと選択肢  $V_i$  によるものに分ける。  $V_{ni} = V_n + V_i$

$$P(ni) = P(i|n)P(n) = \frac{\exp(\mu_i V_i)}{\sum_{i'} \exp(\mu_i V_{i'})} \times \frac{\exp\{\mu_n(V_n + V'_{n'})\}}{\sum_{n'} \exp\{\mu_n(V_{n'} + V'_{n'})\}}$$

$$= \exp(\mu_i V_{ni}) \frac{\{\sum_{i'} \exp(\mu_i V_{i'})\}^{\frac{\mu_n}{\mu_i} - 1}}{\sum_{n'} \{\sum_{i'} \exp(\mu_i V_{i'})\}^{\frac{\mu_n}{\mu_i}}}$$

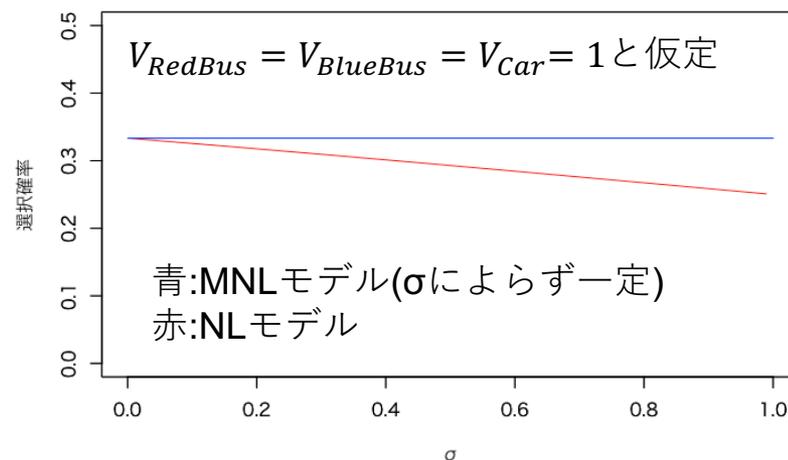
$$V'_n = \frac{1}{\mu_i} \ln \sum_{i' \in n} \exp(\mu_i V_{i'})$$

- $\mu_i = \mu_n$  のとき、MNLモデルとなる

- McFadden(1978)では  $\mu_n = 1$ ,  $\mu_i = \frac{1}{1-\sigma}$  としている。

- この条件下では  $\sigma$  は相関の度合いを示し、右図のようになる。

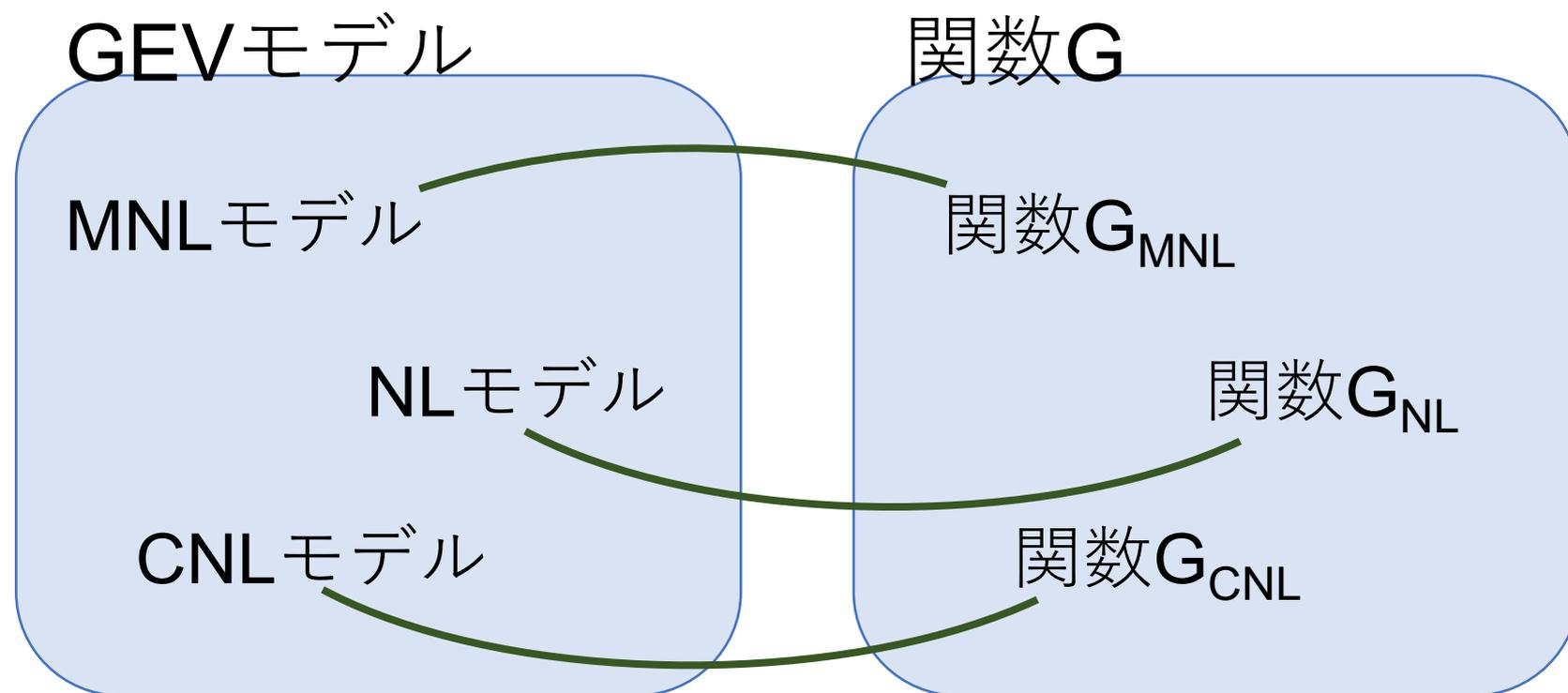
$\sigma$  と選択確率



## GEVモデル(Generalized Extreme Value Model)

ある条件を満たす関数 $G$ によって特徴づけられるモデル  
属性間の依存性の一般的なパターンを可能にする  
分析的に扱いやすいクローズドフォーム

MNLモデル、NLモデルなどもGEVモデルの一種



**G**関数を特徴付ける、満たすべき条件

1.  $G(y_1, \dots, y_J) \geq 0$  for  $(\forall j \ y_j \geq 0)$

2. **G**は1次の同次関数

$$G(\rho y_1, \dots, \rho y_J) = \rho G(y_1, \dots, y_J)$$

3.  $\forall j \ \lim_{y_j \rightarrow \infty} G = +\infty$

4.  $\frac{\partial^k G}{\partial y_{i_1} \dots \partial y_{i_k}} \begin{cases} \geq 0 & (\text{if } k \text{ is odd}) \\ \leq 0 & (\text{if } k \text{ is even}) \end{cases}$

この条件下で次のようになるものを**GEV**モデルとする。

$$P_i = y_i G_i / G$$

文字の定義

$$y_1 = \exp(V_1)$$

$$G = G(y_1, \dots, y_J)$$

$$G_i = \partial G / \partial y_i$$

## MNLモデルとGEVモデル

MNLモデルにおける選択確率

$$P_i = \exp(V_i) / \sum_{j=1}^J \exp(V_j)$$

この部分をGとおく

$$G = \sum_{j=1}^J y_j$$

関数Gが満たすべき条件

1.  $G(y_1, \dots, y_J) \geq 0$  for  $(\forall j \ y_j \geq 0)$
2.  $G(\rho y_1, \dots, \rho y_J) = \rho G(y_1, \dots, y_J)$
3.  $\forall j \ \lim_{y_j \rightarrow \infty} G = \infty$
4.  $\frac{\partial^k G}{\partial y_{i_1} \dots \partial y_{i_k}} \begin{cases} \geq 0 & (\text{if } k \text{ is odd}) \\ \leq 0 & (\text{if } k \text{ is even}) \end{cases}$

4つの条件の確認

1. OK
2.  $\sum_{j=1}^J \rho y_j = \rho \sum_{j=1}^J y_j$  OK
3. OK
4.  $\partial G / \partial y_i = 1 \geq 0$   
2階以上の偏導関数の値は全て0  
→OK

式(12)  $P_i = y_i G_i / G$ を用いて  $P_i$ を求めると

$$P_i = y_i G_i / G = y_i / \sum_{j=1}^J y_j = \exp(V_i) / \sum_{j=1}^J \exp(V_j)$$

- サンプルから母集団の行動原理を知りたい  
= 行動モデルのパラメータを求めたい
- 尤度 $P(x|\theta)$   
ある前提条件に従って結果が出現する場合、観察結果からみて前提条件がどうあったかを推測する尤もらしさを表す数値。 $\theta$ を仮定して、今回の標本 $x$ が得られる確率。  
  
cf.事後確率 $P(\theta|x)$ ：標本 $x$ が得られた時にパラメータが $\theta$ である確率

- 尤度関数 $L(\theta)$

$\theta$ を仮定して観察された標本セット $\mathbf{x}$ が得られる確率

$$L(\theta) = \prod_{n=1}^N \prod_i P_n(i|\theta)^{y_{in}}$$

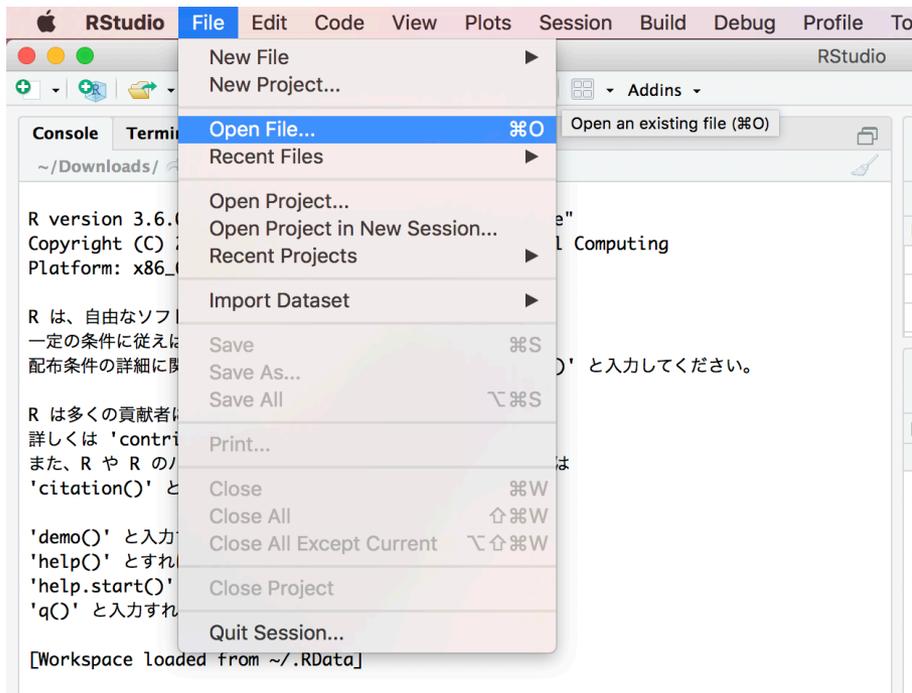
$y_{in}$ は選択 $n$ において選択肢 $i$ が選択されたとき1、そうでないとき0

- 対数尤度関数 $LL(\theta)$

$n$ が大きくなると尤度関数 $L(\theta)$ の桁数が大きく(または小さく)なる  
→そのため、対数尤度関数 $LL(\theta)$ で評価することが一般的

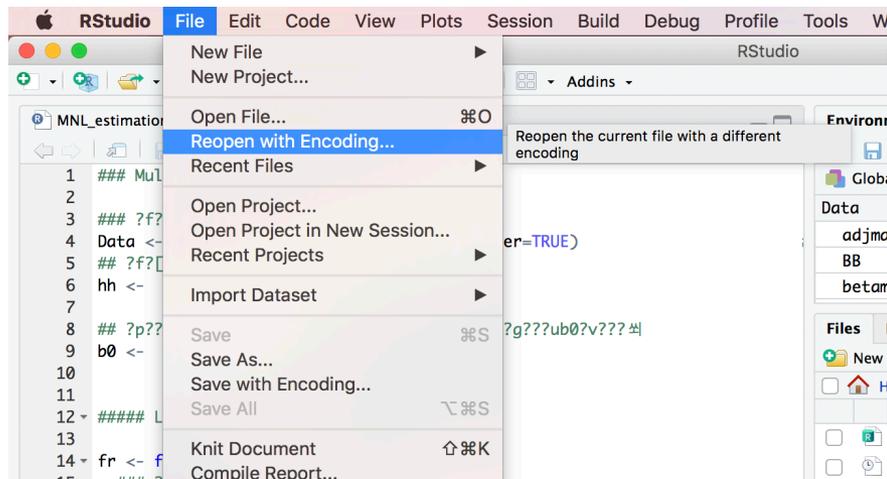
$$LL(\theta) = \sum_{n=1}^N \sum_i y_{in} \log P_n(i|\theta)$$

- 最大尤度では全てのパラメータについて一階の偏微分が0
- $\frac{\partial LL}{\partial \theta_k} = 0 \forall k$ を解いて、尤度関数を最大化する最適な $\theta$ を求める



- では早速MNLモデルでパラメータ推定をやってみましょう

- まず、File>Open FileからMNL\_estimation.Rを開く



- 文字化けしていたら、File>Reopen with Encodingで適切なEncodingを選ぶ

```
1  ### Multinomial Logit model estimation
2
3  ### データファイルの読み込み
4  Data <- read.csv("C:/YokohamaData.csv",header=TRUE)
5  ## データ数数える
6  hh <- 
7
8  ## パラメータ数の分だけ初期値を代入した列ベクトル「b0」を作成
9  b0 <- 
10
11
```

- ①まずデータを読み込みます
- ②(入力演習)データ数を数えます。  
全データの行数を数えれば良いです。
- ③(入力演習)パラメータ数の初期値(=0)を代入したベクトルを作ります。今回はパラメータ数を5にするので、要素が5の列ベクトルを作ります。

```
12 ▽ ##### Logit modelの対数尤度関数の定義 #####
```

```
13
```

```
14 ▽ fr <- function(x) {
```

```
15   ### パラメータの宣言
```

```
16   ## 定数項
```

```
17   b1 <- x[1]
```

```
18   b2 <- x[2]
```

```
19   b3 <- x[3]
```

```
20   b4 <- x[4]
```

```
21
```

```
22   ## 目的地までの所要時間
```

```
23   d1 <- x[5]
```

```
24
```

```
25   ## 対数尤度のための変数を宣言
```

```
26   LL = 0
```

```
27
```

```
28   ### 今回用いる交通手段は以下の5つ
```

```
29   ## 鉄道(train)
```

```
30   ## バス(bus)
```

```
31   ## 自動車(car)
```

```
32   ## 自転車(bike)
```

```
33   ## 徒歩(walk)
```

```
34
```

```
35   ## 効用の計算：説明変数にしたい列を入れる
```

```
36   # 時間 # 定数項
```

```
37   train <- Data$ModeAvailableTrain*
```

```
38   bus <- Data$ModeAvailableBus*
```

```
39   car <- Data$ModeAvailableCar*
```

```
40   bike <- Data$ModeAvailableBike*
```

```
41   walk <- Data$ModeAvailableWalk*
```

```
42
```

ベクトルを入れると尤度を出す関数frを作る

今回の効用関数

$$V_{train} = b1 + d1 * \text{鉄道所要時間}/100$$

$$V_{bus} = b2 + d1 * \text{バス所要時間}/100$$

$$V_{car} = b3 + d1 * \text{自動車所要時間}/100$$

$$V_{bike} = b4 + d1 * \text{自転車所要時間}/100$$

$$V_{walk} = d1 * \text{徒歩所要時間}/100$$

MNLの確率( $\mu = 1$ とする)

$$P(i) = \frac{\exp(V_i)}{\sum_{j \in A} \exp(V_j)}$$

(入力演習)この部分を作る

?

それぞれ、hh行1列のベクトルになる

選択肢として存在する時に1、しない時に0

```

43  ### 選択確率の計算
44  ## 分母となる、各々のexp(V)の和をつくる
45  deno <- (car + train + bus + bike + walk)
46
47  ## それぞれ計算する
48 Ptrain <- Data$ModeAvailableTrain *
49  Pbus   <- Data$ModeAvailableBus   *
50  Pcar   <- Data$ModeAvailableCar   *
51  Pbike  <- Data$ModeAvailableBike  *
52  Pwalk  <- Data$ModeAvailableWalk  *

```

MNLの確率( $\mu = 1$ とする)

$$P(i) = \frac{\exp(V_i)}{\sum_{j \in A} \exp(V_j)}$$

(入力演習)  
この部分を作る

```

53  ## 選択確率が0 になってしまった場合に起こる問題の回避
54  ## その場合には1を返して対応

```

それぞれ、hh行1列のベクトルになる

```

56 Ptrain <-
57  Pbus   <-
58  Pcar   <-
59  Pbike  <-
60  Pwalk  <-

```

(入力演習)  
if文は使わない方がいい

```

63  ## 選択結果
64  Ctrain <- Data$MainModeENG == "Rail"
65  Cbus   <- Data$MainModeENG == "Bus"
66  Ccar   <- Data$MainModeENG == "Car"
67  Cbike  <- Data$MainModeENG == "Bicycle"
68  Cwalk  <- Data$MainModeENG == "Walk"

```

```

70  ## 対数尤度の計算
71  LL <-

```

$$LL(\theta) = \sum_{n=1}^N \sum_i y_{in} \log P_n(i|\theta)$$

```
77 ## パラメータ値の最適化 最適化関数optim (重要なので要確認)
78 res <- optim(b0,fr,gr=NULL, method = "Nelder-Mead", hessian = TRUE, control=list(fnscale=-1))
79
80 ## パラメータ推定値、ヘッセ行列
81 b <- res$par
82 hhh <- res$hessian
83
84 ## t値の計算
85 tval <- b/sqrt(-diag(solve(hhh)))
86
87 ## 初期尤度
88 L0 <- fr(b0)
89 ## 最終尤度
90 LL <- res$value
91
92 ##### 結果の出力 #####
93 print(res)
94 ## 初期尤度
95 print(L0)
96 ## 最終尤度
97 print(LL)
98 ##  $\rho^2$ 値 (尤度比)
99 print((L0-LL)/L0)
100 ## 修正済み $\rho^2$ 値
101 print((L0-(LL-length(b)))/L0)
102 ## パラメータ推定値
103 print(b)
104 ## t値
105 print(tval)
```

## 最適化関数optim

### method

- “Nelder-Mead”法
  - 関数値だけを用い頑健だが遅い
  - 初期値に敏感
- “BFGS”法
  - 準ニュートン法
  - 関数値と購買関数を曲面近似に使う
- “CG”法
  - 共役勾配法
  - 破綻しやすいがメモリ使用量が少ない
- “L-BFGS-B”法
  - 変数の上限下限を設定した準ニュートン法
- “SANN”法
  - 確率的手法である焼きなまし法
  - 関数値だけを用い、遅い

パラメータ値に直接の意味はないが、  
正負が直感的に正しいかを確認する

### t値

母集団の平均値の仮設検定に利用  
 $|t| > 1.96$ で5%有意

- 一行ごとに回してエラーの原因を特定しましょう
- 自作の関数の中でエラーを吐いている場合は、デバッグコードを入れて場所を特定しましょう
  - `print("Flag-1")`を入れたり、`for`文の途中では`print(i)`を入れたりして、または逐次結果を出力させて、どこでエラーを出しているのかを特定するのが最優先です。
- データにNAが入っているとエラーを起こすことがあります
- `mode(Data[1])`でデータの型を確認してみましょう。`numeric`型になっていてほしいところが`character`型になっていることがあります