

オークション理論と メカニズムデザイン

2015/09/22

東北大 原 祐輔

本日の内容

1部：オークション理論の概説

1. ネットワーク均衡配分から眺めてみる
2. オークションにまつわる誤解
3. オークションメカニズムの説明
4. ネットワーク問題再考

2部：オークション理論の適用

共同利用交通システムに対する利用権取引制度の設計

3部：今後の研究の方向性

動的なオークションメカニズム

選好誘出メカニズム

計画論にとっての利用者表明の重要性

1. メカニズムデザインとは

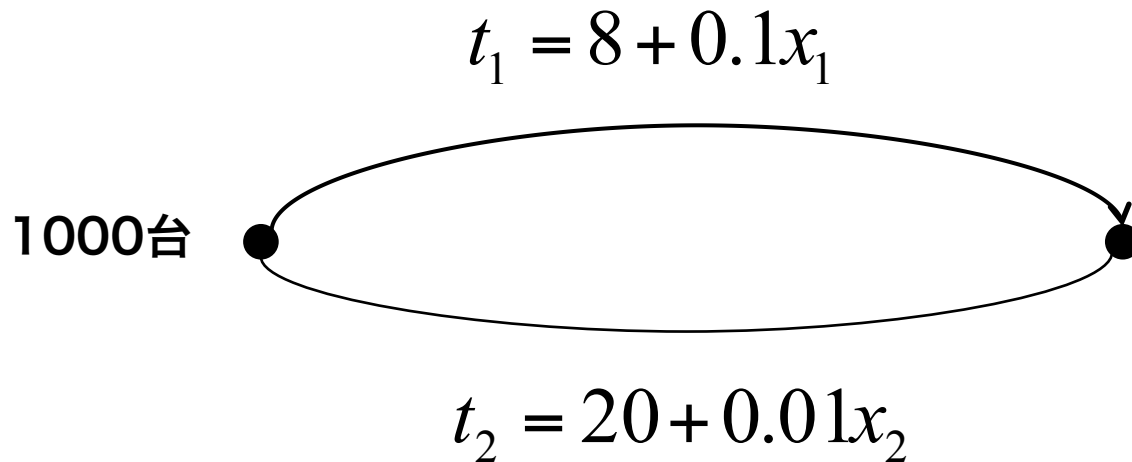
- 経済学, ゲーム理論の応用分野
 - Hurwicz, Maskin and Myersonが2007年ノーベル経済学賞
 - 近年は応用数学, Computer Scienceの分野も参入
- メカニズムデザインが包含する分野
 - オークション理論
 - 1996年ノーベル経済学賞: Mirrlees and Vickrey
 - Vickrey といえばあの混雑税のVickrey
 - 交通の分野ではあの有名なボトルネックモデルのVickrey
 - Vickreyはオークション, 交通渋滞, 道路通行料金, 電力料金の最適化の研究をしていた!
 - マッチング理論
 - 2012年ノーベル経済学賞: Roth and Shapley
 - 公共財供給問題など

メカニズムデザインの目的

- 限りある財をもっとも効率的に配分する仕組みづくり
→ 配分（割当）が重要！
 - 割当ってなんぞ？
 - 道路空間・交通サービスを誰が使うか？
 - 都心の空間を道路or施設or広場に使うか？
 - 限りある財源を都心部・郊外どちらに配分するか？
 - 縮退する都市・コンパクトシティ・復興計画
 - 税スキーム
 - 我々の分野で考える問題の多くは資源配分問題である
- パレート効率性(Pareto efficiency)
 - 他の誰かの効用を犠牲にしない限り、別の人の効用を高められない状態

交通量均衡配分の視点から

□ UE(利用者均衡)とSO(システム最適)の違い



□ この問題のUE, SO時の
各リンク交通量と総所要時間を求めてください

UEとSO (一応復習)

- UEは利用者は自由な行動が許されている
 - 利用される経路の旅行時間は皆等しく，利用されない経路の旅行時間よりも小さいか，せいぜい等しい (Wardropの第一原則)
 - 最適ではないが均衡 (変更するインセンティブがない)
- SOは管理者によって割り振りが決められる
 - 同一ODであってもコストが異なる
 - 最適であるが不公平 (変更インセンティブがある)

UE $x_1 = 200, x_2 = 800, t_1 = t_2 = 28$

$$SC = 1000 * 28 = 28000$$

SO $x_1 = 145, x_2 = 855, t_1 = 22.5, t_2 = 28.55$

$$SC = 27672.5$$

こっちが社会的コストが小さい

なぜUEはSOに一致しないのか？

- UEは利用者視点からみて効用最大化
- SOは管理者視点からみて社会的余剰最大化
- 答えになっていない

- 答えは
- ネットワークの利用には負の社会的外部性 (social externality)があるから
 - リンク費用が一定のUEはSOに一致する (see 青本)

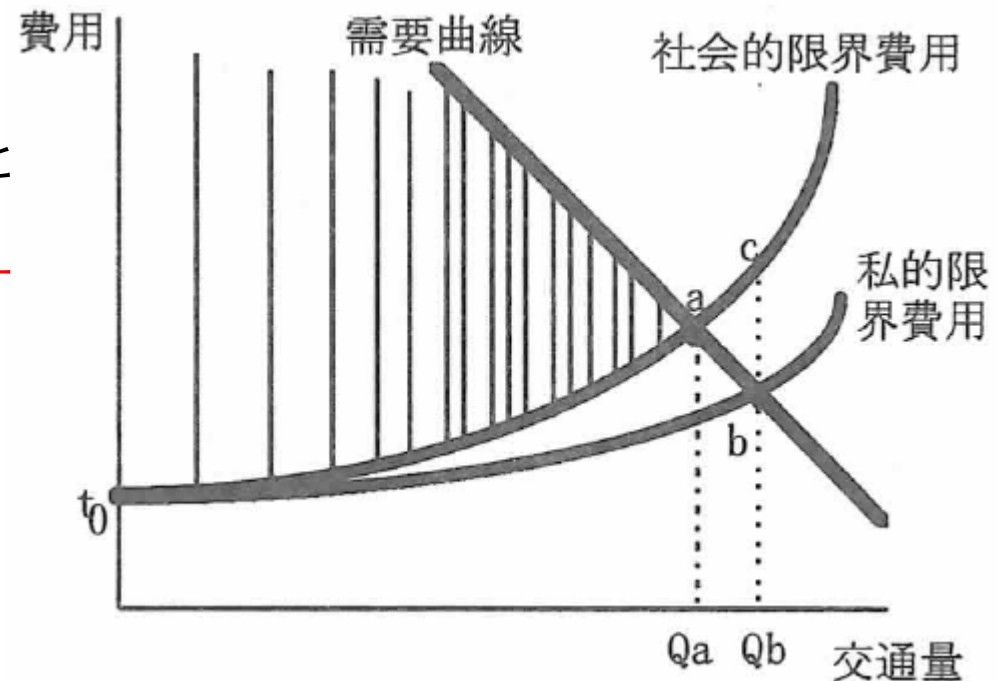
Social Externalityとロードプライシング

- Social Externality (自分の利用が他人に負の影響を与える)が存在するすべての事象において、 $UE=SO$ にはならない
- そこで、ロードプライシング(混雑料金)

私的限界費用が社会的限界費用に一致するように料金を負荷すること

決して値段を上げて、需要を減らすという単純な話ではない

当然、所得移転が起こるが、 $UE=SO$ となり、実現する社会的余剰は最大化される

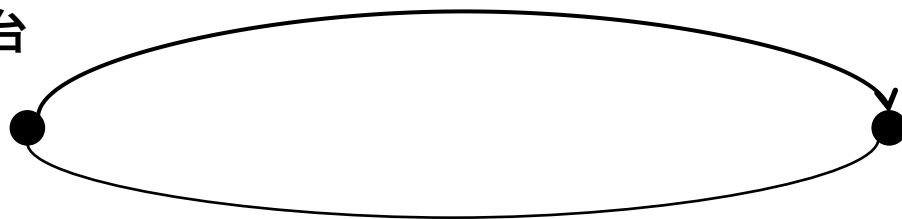


SOをもう少し考えてみよう

□ SOのとき

$$x_1 = 145, t_1 = 22.5$$

1000台



SC = 27672.5で最小
といったが本当？

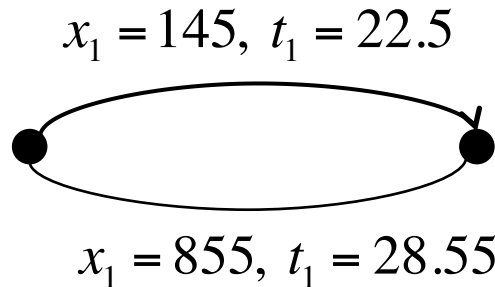
$$x_2 = 855, t_2 = 28.55$$

- これは全員の時間価値が等しい(たとえば1)のとき、社会的費用最小化が総所要時間最小化と一致しているからに過ぎない
- じゃあ時間価値に異質性があるときどうなるの？

時間価値に異質性があるとき

□ 時間価値を v とすると

$v=1$ (800人), $v=2$ (200人)の集団があるとする



□ ケース1: 早い経路1の利用者が全部 $v=1$

$$\begin{aligned} SC &= 145 * 22.5 * 1 + 655 * 28.55 * 1 + 200 * 28.55 * 2 \\ &= 33382.75 \end{aligned}$$

□ ケース2: 早い経路1の利用者が全部 $v=2$

$$\begin{aligned} SC &= 145 * 22.5 * 2 + 55 * 28.55 * 2 + 800 * 28.55 * 1 \\ &= 32505.5 \end{aligned}$$

せっかく不公平なシステム最適な制御までしたつもりなのに
後者を必ずしも実現できない (確率的にしか実現しない)

解決策？：差別価格

- v1の集団は2つの経路の効用差が6.05
- v2の集団は2つの経路の効用差が12.1
- なので、早い経路に $6.05 < p < 12.1$ の価格をつけると最適状態(効率的資源配分)が達成できる
- いやいや、ちょっと待て.
- 管理者はどうやって集団1と集団2の時間価値を知ることができたのか？それを知っていれば別にシステム最適配分（命令）なのでできるはず
- じゃあ、どうやって各個人の時間価値を入手するかが重要→その一つの解決策としてオークションメカニズム

余談

- 先日、Twitterでこんなつぶやきを見た



北本 朝展
@KitamotoAsanobu



フォロー中

NHKニュースで、北陸新幹線のニュースをやっている。乗客の最大の不満が「ネット環境が悪いこと」というのは面白いな。もはや、料金などよりもネット接続環境の質が、差別化の大きな要因になっているということか。

- ある程度まで都市間移動が高速化されると、所要時間最小化や費用最小化が目的関数ではなくなり、移動時間の快適性が重要であることを示唆している
- 我々の間違った目的関数の設定は間違った帰結を導く、「**ユーザーが何を望んでいるのか**」を知ることの重要性

2. オークションにまつわる誤解



- ❑ しばしば語られるオークションの問題点(a)
 - ❑ 価格がつり上げられる（金儲けだ！）
 - ❑ そのため貧乏人が買えない（金持ちが優遇される）
- ❑ 研究論文に記されるオークションの実用上の問題(b)
 - ❑ 価格が安くなりすぎて，販売者の利潤が著しく小さい
- ❑ これらは矛盾しているのでは？？？

オークションの誤解

□ 稀少財の場合

(世界に一点の絵画や芸能人と1日過ごす権利など)

- 値段が非常に高くなり、一見(a)が起こっているように見える（しかしそれらは(ほぼ)本来の価値である）

□ しかし、コモディティの場合、(a)は起こらない

- コンビニでペットボトルの飲み物を500点売る
- 300人が1本ずつ買いに来た
- 普通の値段で売ると $150 \times 300 = 45000$ 円の売り上げ
- オークションで価格付けすると $0 \times 300 = 0$ 円の売り上げ
- なぜなら外部性が0のため（詳細は後ほど）

交通に関する財

- 交通に関する財もおそらく同じ
- 1日単位で考えると十分に供給量が多い
(渋滞が発生していても高々容量の10%増)
 - 道路空間, 鉄道, 駐車場, GS, 旅客機など
どれを考えても常に (どの時間帯においても)
需要 > 供給となっている財はありえない
 - よって, 価格は多くの時間帯で現実的な価格
(0または現在の価格と同程度)
 - 需要 > 供給の時間帯・空間において,
現状 or 現状よりも少し高い価格
 - これによって多くの時間帯での外部性を内部化し,
時間的・空間的需要集中が分散されるので,
価格が上がることは単純に悪いことではない(RPの例)

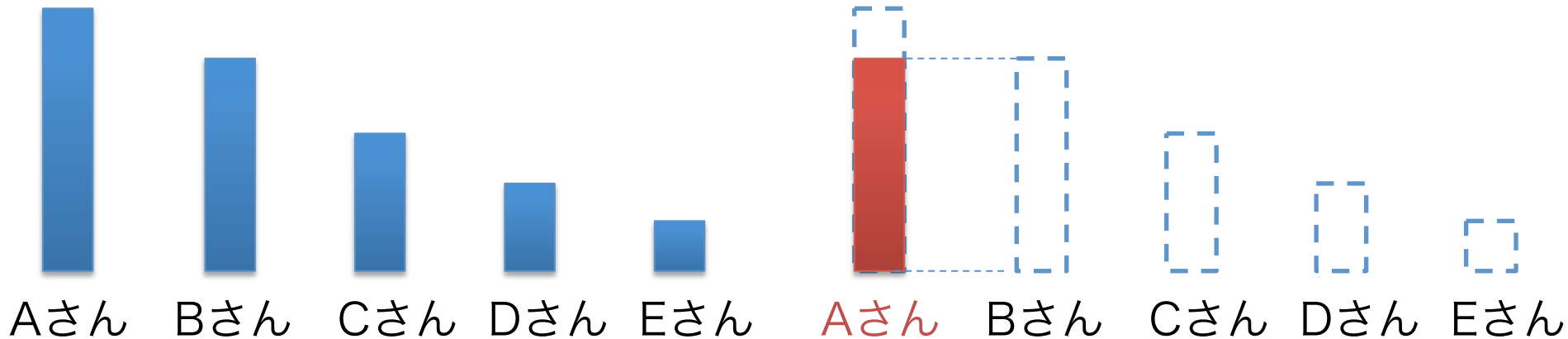
3. オークションメカニズムの説明

- オークションの価格決定法
 - 1位価格オークション
 - 2位価格オークション
 - これらは手続きでしかない（実は本質を見逃す）
- オークション（メカニズムデザイン）が考えるのはあくまで外部性の内部化（＝要はRPと同じ）
- オークションメカニズムが行いたいことは
 - 勝者決定（財の割当決定）
 - 各個人の支払額決定 の2つ

2位価格オークション

□ ある財に対する評価値

勝者と支払額



□ なぜ2位価格なのか？

- Aさんの入札はBさんにしか影響を与えていないから
- Cさん， Dさん， Eさんが入手できなかったのは残念だが， Aさんがいなかったとしてもこの3人は入手できない
- だからAさんが影響を与えているのはBさんにだけ！
- これが外部性

もう少し複雑な方が逆にわかりやすい

- multi item (single unit demand)オークションを考える
 - 同一財, 複数個. 各個人は1単位のみ需要
 - 財の種類はいくつあるか, いくつ供給されるのか, 買い手は何単位望むかによってオークションの性質 (解き方の難しさ) が大きく異なる

- 次の例では8人に5個のケーキを割り当てるケース
 - 各個人は最大で1つのケーキを手に入れることができる

5個のケーキのオークション

buyer	Value	Allocate	$SW^i(x)$ 割当時の自分を 除く社会的厚生	$SW^i(0, x^{-i})$ 自分がない場 合の社会的厚生	P $=SW^i(0, x^{-i})$ $-SW^i(x)$	$U=$ $Value-P$
A	130	2位	470	530	60	70
B	60		600	600	0	0
C	120	3位	480	540	60	60
D	100	4位	500	560	60	40
E	160	1位	440	500	60	100
F	90	5位	510	570	60	30
G	50		600	600	0	0
H	30		600	600	0	0

ランダムな割当（早い者勝ち） $SW = 462.5$
 オークション $SW = 600$

オークションでは全員が正直に入札する限り，最も効率的な割当が可能
 (efficient allocation)

ではどうやって正直表明を実現するか？

incentive compatibilityとは

落札したいがために嘘をついて高く表明した場合

buyer	True Value	Reported Value	Allocate	$SW^i(x)$	$SW^i(0, x^{-i})$	P	U= Value-P
A	130	130	2位	475	565	90	40
B	60	95	5位	510	600	90	-30
C	120	120	3位	485	575	90	30
D	100	100	4位	505	595	90	10
E	160	160	1位	445	535	90	70
F	90	90		605	605	0	0
G	50	50		605	605	0	0
H	30	30		605	605	0	0

真の価値よりも高く表明すると損をする
真の価値よりも低く表明しても損をする

このような性質を**strategy-proofness** または**truth telling**と呼ぶ

Vickrey-Clarke-Grovesメカニズム

□ 効率性と耐戦略性を満たすメカニズム

$\mathbf{x}^i = (x^i(S))$: 個人*i*の各割当に対する評価値ベクトル

$S(\mathbf{x}) = \langle S^1(\mathbf{x}), \dots, S^N(\mathbf{x}) \rangle$: 起こりうる全ての割当集合

ある割当ルール*S*が効率的であるとは割当*S*(*x*)が社会的余剰を最大にすること
つまり,

$$S(\mathbf{x}) \in \max_{\langle T^1, \dots, T^N \rangle} \sum_{i \in N} x^i(T^i)$$

効率的な割当時の社会的余剰は

$$W(\mathbf{x}) = \sum_{i \in N} x^i(S^i(\mathbf{x}))$$

効率的な割当時の*i*以外の社会的余剰は

$$W^{-i}(\mathbf{x}) = \sum_{j \neq i} x^j(S^j(\mathbf{x}))$$

VCGメカニズムの効率性と耐戦略性

次の支払ルールよりVCGメカニズムは効率的なメカニズムである



イメージを表示できません。メモリ不足のためにイメージを開くことができないか、イメージが破損している可能性があります。コンピューターを再起動して再度ファイルを開いてください。それでも赤い x が表示される場合は、イメージを削除して挿入してください。

i が存在しないときの
 i 以外の社会的余剰

i が存在するときの
 i 以外の社会的余剰

これをVickrey paymentsと呼び、
 i の存在が社会的余剰に与える外部性を支払額とする

真の評価値以外の z_i を申告したときの i の期待利得は



イメージを表示できません。メモリ不足のためにイメージを開くことができないか、イメージが破損している可能性があります。コンピューターを再起動して再度ファイルを開いてください。それでも赤い x が表示される場合は、イメージを削除して挿入してください。

社会的余剰の定義 i とは独立

社会的余剰の定義より $z_i = x_i$ が最も最大化できる
→正直表明が弱支配戦略＝インセンティブ両立性を満たす

VCGメカニズムの理論的長所

- strategy-proof

 - 正直表明が弱支配戦略 (Green and Laffont, 1979)

- efficiency

 - 効率的な配分 (= これ以上SWを改善できない配分)

- VCGメカニズムによる収入は他の任意の効率的なメカニズムの収入以上

- 不落札者の支払額は0

 - cf. 愛大倉内先生のじゃんけんアイスゲーム

VCGメカニズムの理論的欠点

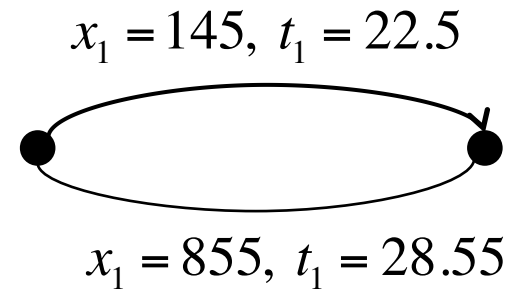
- ❑ 売り手の収入が低いまたは0になりうる
- ❑ 買い手集合や入札量に対する収入の非単調性
- ❑ 入札者の談合に対する脆弱性
- ❑ 偽名入札に対する脆弱性(Yokoo et al. 2004)
- ❑ privacyの問題(Rothkopf et al. 1990)
 - ❑ プロキシ入札や競り上げオークション(Ausubel, 2004)
- ❑ 価格に対する公平性
- ❑ 情報開示の必要性

4. ネットワーク問題再考

□ 時間価値 $v=1$ (800人), $v=2$ (200人)の集団

□ 22.5 分の経路1という財が145

□ 28.55分の経路2という財が855



□ VCGメカニズムでの割当

□ v_1 は経路1に6.05, 経路2に0を入札

□ v_2 は経路1に12.1, 経路2に0を入札

□ 割当結果

□ 経路1には v_2 が145人

□ 経路2には v_2 が55人, v_1 が800人

□ 経路1に割り当てられた v_2 は12.1を支払う

$$\begin{aligned} SC &= 145 * 22.5 * 2 + 55 * 28.55 * 2 + 800 * 28.55 * 1 \\ &= 32505.5 \quad \text{が達成} \end{aligned}$$

メカニズムデザインが考える問題

- strategy-proofになるような価値の表明方法
- その下でのefficientな割当決定
- 割当下での価格決定(Vickrey payments)
- この3つを行うのがメカニズムデザイン(Auction etc)

- staticな世界ではVCGメカニズムで問題ないので、あとは勝者決定問題やVickrey paymentsの効率的な計算法などに研究の関心が移行しつつある
- 交通ネットワークとの違い
 - 伝統的配分では同一ODなら同じ時間価値と考えるが、MDでは個人の異質性に対して全個人異なると考える
 - その異質性は観測できないので表明メカニズムが必要となる
 - その1つがオークションであるというのが原の認識

Dynamic Mechanismに向けて

- ケーキ5個を最適に割り当てたい
- 時間帯は（午前，午後）の2時間帯
- Aさんは午前しか大学におらず，午後は〇〇へ移動
- Eさん，Dさんは午後からしか来ない
- こういうときどうやって割り当てるべきか？

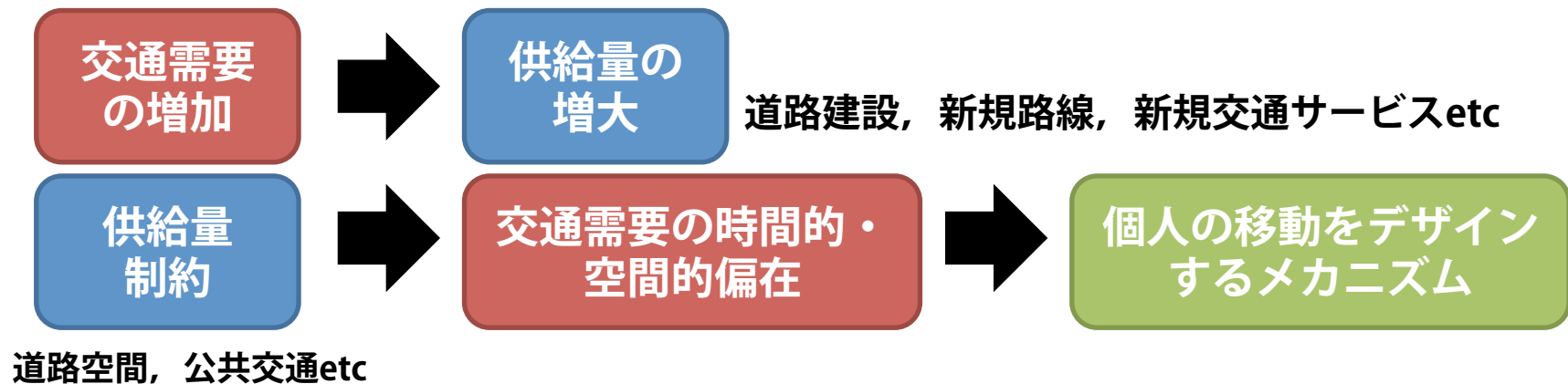
- 全員の評価値が集まってから割り当てようとする
とAさんがもういない
- 午前中にいるメンバーだけで割り当てると，
後からくるメンバーの方が評価値が高いかもしれない
- どうすればいいのだろうか？
 - 一つの方方向性としてOnline VCG mechanism (Parks and Singh, 2003)
 - もう一つの方方向性としてDynamic pivot mechanism (Bergemann and Valimaki, 2010)

共同利用交通システムに対する 利用権取引制度の設計

原祐輔, 羽藤英二, 乗捨て型共同利用交通システムに対する
利用権取引制度の設計とその解法の提案, 土木学会論文集D3,
Vol.70, No.4, pp.198-210, 2014.

研究の背景と目的

□ 人々の移動をデザインする交通システムの必要性



□ 情報通信技術に伴う新しい交通サービスの可能性

- 人々の自由な移動を適切にマッチングする
共同利用型交通サービスの存在

乗捨て型共同利用交通システムのコンセプト

想定するシェアリングサービス

1. 利用者が車両を一定時間自由に運転可能な交通サービス（非軌道型）
2. あらかじめ指定されたポート間で移動し、乗り捨て可能（手段補完性）
3. 1日の中で1台の車両を複数の利用者間で利用(1トリップ性, 車両の効率性)
4. 利用者の移動需要のみでサービスを提供(非運転者, 非配車)



bicing @Oslo



Vélib' @Paris

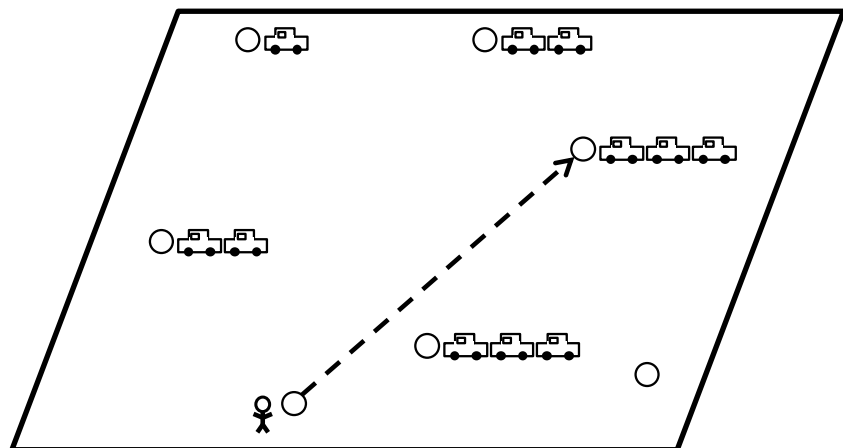


LISELEC @La Rochelle

- 乗捨て型共同利用交通システムが都市空間に与える性質
 - 車両や駐車スペースの共有による効率的利用
 - 既存のライフスタイルにとらわれない新しい移動

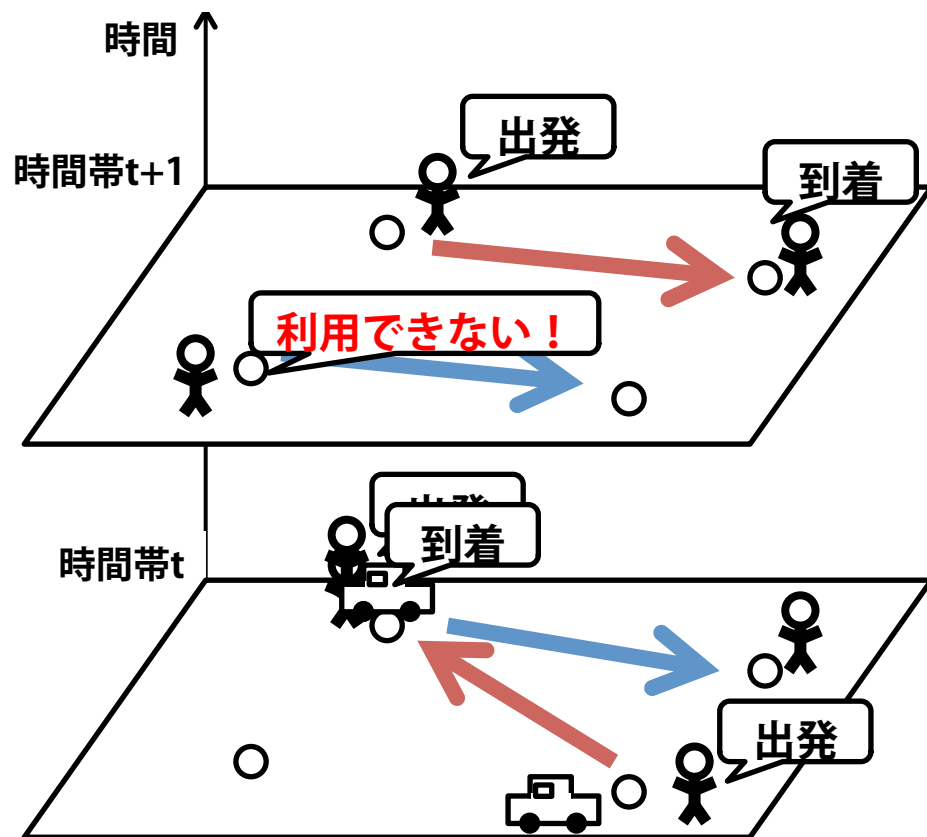
共同利用交通システムが抱える2つの問題

1) モビリティの空間的偏在



交通需要の総量 < 供給量の総量
であっても利用できない

2) 需給の時間的ミスマッチ

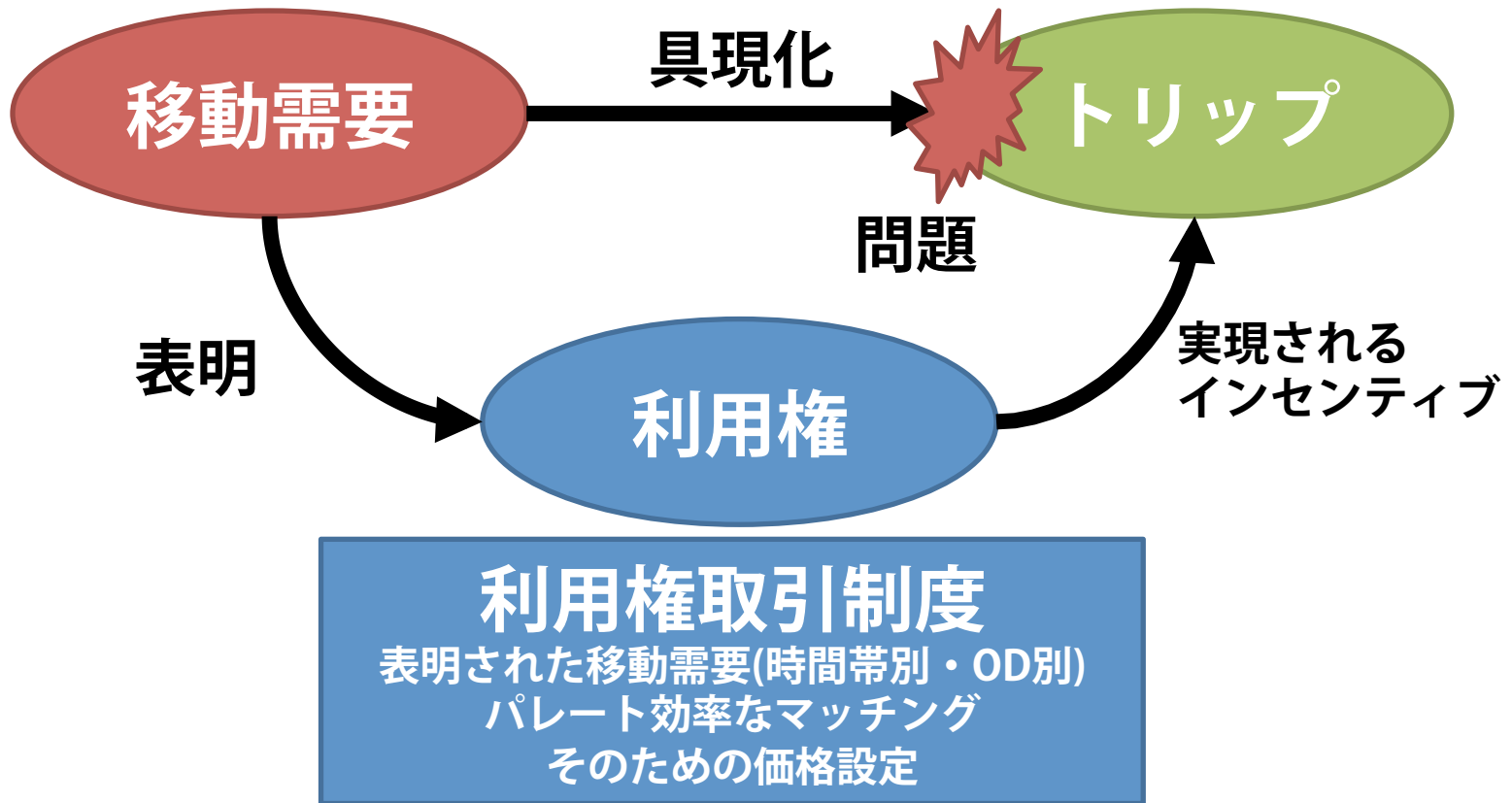


共同利用交通システムの本質

× 1台の車両を複数人で利用すること

○ 複数の個人の移動を時間的・空間的に接続すること

利用権取引制度のコンセプト



利用権制度

特定の移動需要や道路リンクに対して、特定の時間帯にのみ利用することができる権利をサービス提供者が設定・発行し、その利用権を所有する利用者のみ交通サービスが利用できる制度

本研究の目的

- 本研究は乗捨て型共同利用交通システムという交通サービスを対象に時空間OD接続性を満たした運用を可能にするための利用権取引制度の性質について研究を行う
 - VCGメカニズムをベースとした乗捨て型共同利用交通システムの利用権取引制度の設計
 - その勝者決定問題の数理的性質を明らかにし、利用権価格の経済的な解釈
 - 実適用可能な計算アルゴリズムの提案

既往研究: ボトルネック通行権取引制度

交通分野におけるオークション研究の先駆け

赤松ら (2006), 赤松 (2007)

- (1) 利用者情報の推定を必要としない
- (2) 交通渋滞を完全に抑制し、動的混雑料金に対応する通行権価格を市場取引の結果として決定可能
- (3) 一般ネットワーク下において
制度導入後の均衡状態が社会的最適状態に一致

和田・赤松(2010, 2011)

- (1) 一般ネットワーク下で通行権取引市場のオークションメカニズムを構築
- (2) 利用者の異質性が存在する場合は
進化的メカニズムで価格決定

➡ 基本的には**出発時刻の変更**を行わせるアイデア
利用者間の移動の外部性を内部化までは考えていない

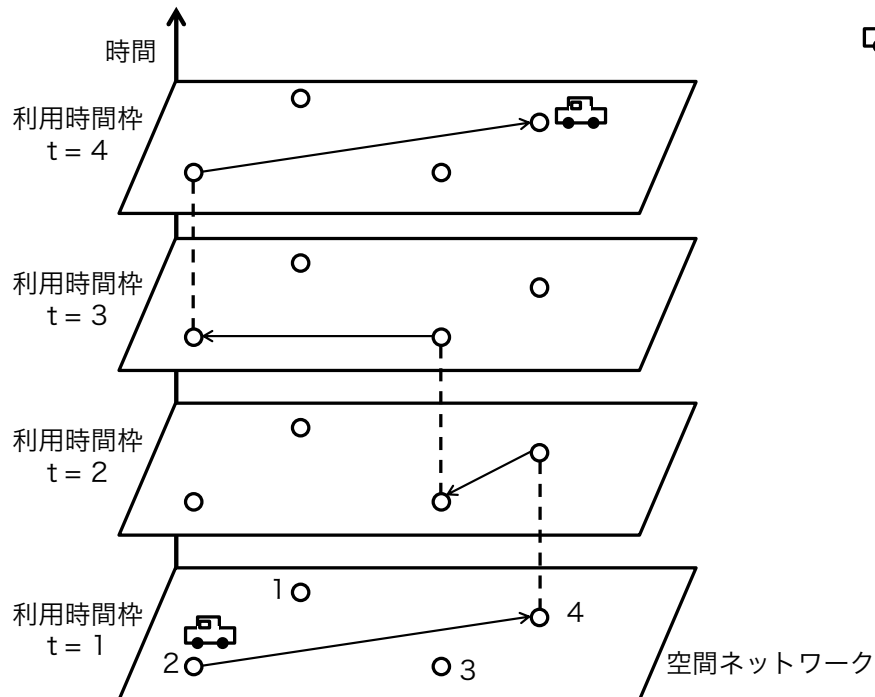
既往研究: 交通に関する組み合わせオークション

- サプライ・チェーン・マネジメント
 - Porter et al. (2002)
 - Moore et al. (1991)
 - Caplice and Sheffi (2003)
- 空港のスロット割当
 - Ball et al. (2006)
- 買い手が財を組み合わせるオークション
- 共同利用型交通システムは供給側が利用者の時間帯別OD需要を組み合わせるオークション

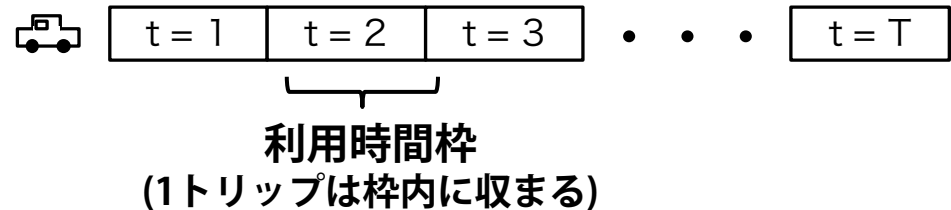
問題設定 1 : 交通空間条件と利用時間枠

- (1)具体的にはカーシェアリングのような交通サービスを想定
- (2)利用者が行うトリップは1つの**利用時間枠内**で十分おさまると仮定
- (3)次時間帯への利用の**遅延による影響**は無視
- (4) **μ 台の車両**が存在し、それぞれ**独立**

時空間ネットワーク表現



利用時間枠



$i \in I$: 利用者 i $p, q \in N$: ポートノード
 $t \in T$: 時間帯枠 t $pq \in L$: OD組合せ pq

問題設定 2：供給者と供給量制約

サービス供給者の設定

車両を効率的に運用し、**社会的余剰の最大化**を目指す主体。
供給者はODの偏りの問題に対し、再配車ではなく、すべての利用時間帯枠間で**OD接続性**を満たすように利用者に利用権配分を行う。

供給量制約 μ

サービス供給者が所有する台数。各時間帯に μ 枚の利用権を発行可能

$$\sum_{i \in I} \sum_{pq \in L} x_{pq}^i(t) = \mu \quad \forall t \in T$$

$x_{pq}^i(t) \in \{0, 1\}$ 利用者 i が OD ペア pq を時間帯 t に利用可能な利用権を割り当てられたとき 1, そうでなければ 0 をとる離散変数

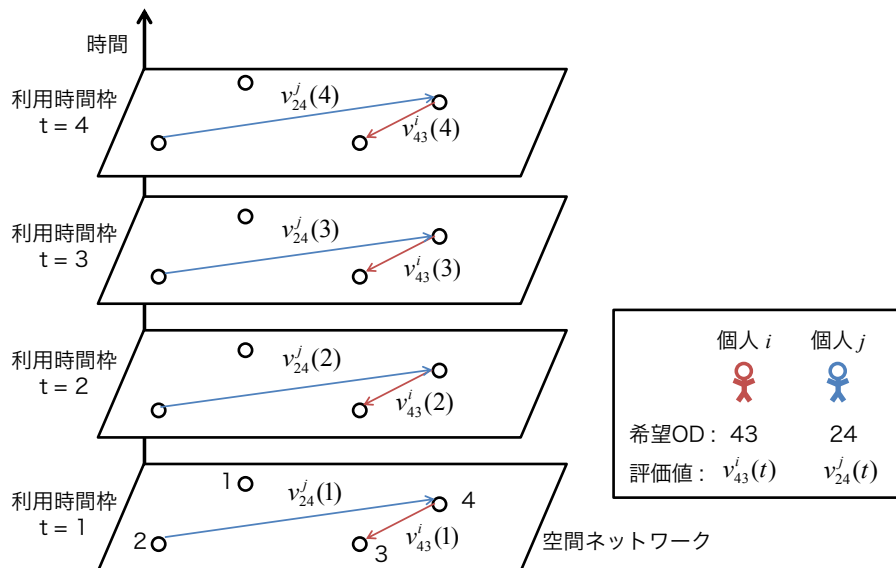
問題設定 3：利用者と評価値

利用者の設定

この利用権オークションに参加する利用者 i は自身の時間価値や希望**出発地** p , 希望**目的地** q , 希望**利用時間枠** t_i をもつ. そしてこれらの関数として, 利用OD pq , 時間帯枠 t の**利用権評価値** $v_{i,pq}(t)$ が表現され, 1回のトリップを行う. 利用権が配分されなかった場合, 効用0の**代替交通手段**を利用する.

$$u_{pq}^i(t) = v_{pq}^i(t) - \underline{P_{pq}^i(t)}$$

利用権価格

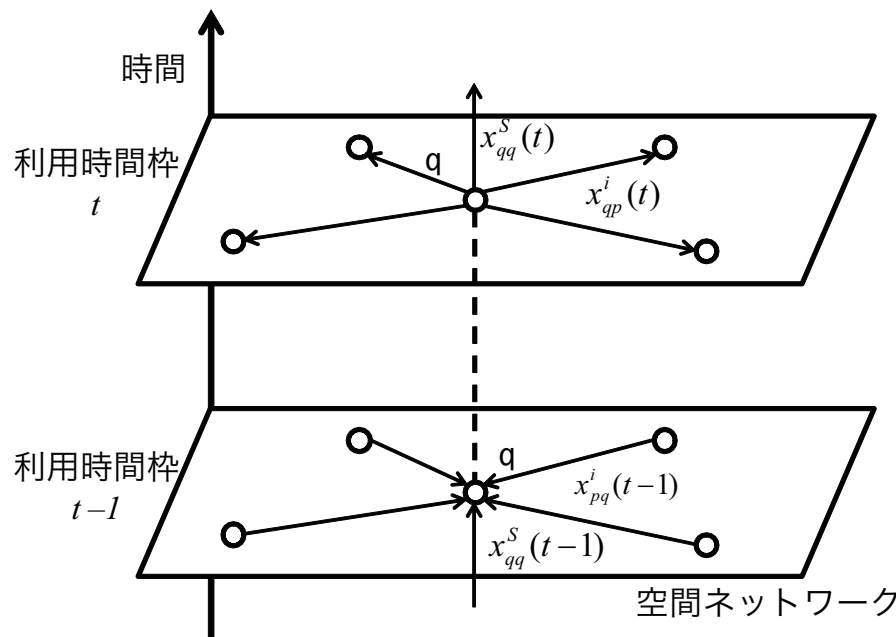


**ODの変更は行わないが
時間帯の変更は行いうる
(時間帯ごとに評価値が異なる)**

問題設定 4：時空間OD接続条件

乗り捨て型共同利用交通システムの時空間OD接続条件が満たされているとはすべてのノード q において以下の式が成り立つこと

$$\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} \underbrace{x_{pq}^i(t-1) + x_{qq}^S(t-1)}_{\text{t-1に置き続ける台数}} = \sum_{i \in I} \sum_{p \in N} \underbrace{x_{qp}^i(t) + x_{qq}^S(t)}_{\text{tに置き続ける台数}} \quad t = 2 \cdots T, \forall q \in N$$



時間帯 t , ノード q における発生需要

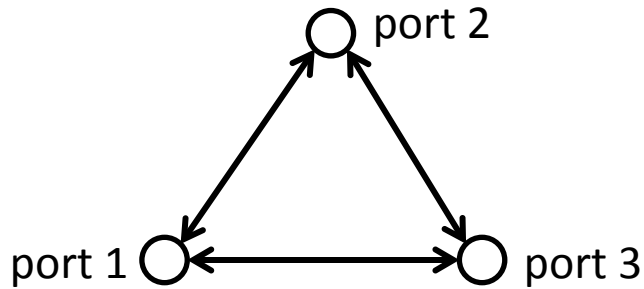
$$\sum_i \sum_p x_{qp}^i(t) + x_{qq}^S(t)$$

時間帯 $t-1$, ノード q における集中需要

$$\sum_i \sum_p x_{pq}^i(t-1) + x_{qq}^S(t-1)$$

利用権割当の例

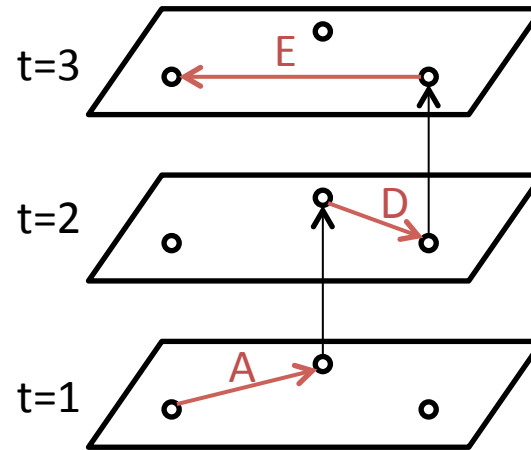
例題ネットワーク



利用権に対する各利用者の需要と評価値

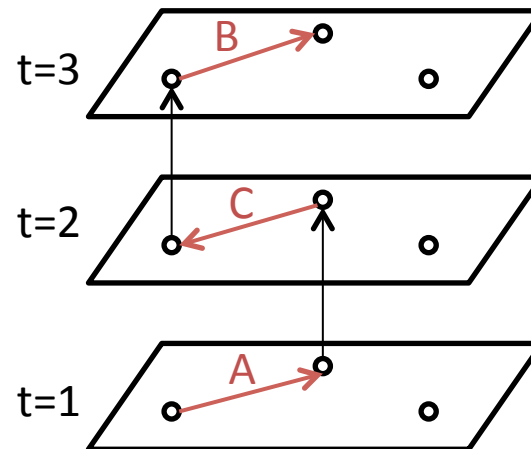
User ID	OD	value (t = 1)	value (t = 2)	value (t = 3)
A	1→2	90	80	70
B	1→2	60	70	80
C	2→1	70	80	70
D	2→3	70	60	50
E	3→1	50	60	70

割当の例1 {A, D, E}



評価値合計
(社会的余剰)
220

割当の例2 {A, D, E}



評価値合計
(社会的余剰)
240

目標とする社会的に最適な利用枠配分

□ 落札者の評価値の総和を最大にする最適化問題[SO]

$$\max_{\mathbf{x}} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} v_{pq}^i(t) x_{pq}^i(t)$$

subject to

$$\sum_{i \in I} \sum_{pq \in L} x_{pq}^i(1) + \sum_q x_{qq}^S(1) = \mu$$

供給量制約条件

$$-\sum_{i \in I} \sum_{pq \in N} x_{pq}^i(t-1) - x_{qq}^S(t-1) + \sum_{i \in I} \sum_{pq \in N} x_{pq}^i(t) + x_{qq}^S(t) = 0 \quad t = 2 \cdots T, \forall q \in N$$

OD 接続条件

$$\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x_{pq}^i(t) \leq 1$$

単一需要条件

$$\forall i \in I$$

$$x_{pq}^i(t) \in \{0, 1\}$$

各利用者の利用権割当

$$\forall pq \in L, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$x_{qq}^S(t) \in N$$

$$\forall q \in N, \forall t \in T$$



サービス供給者が問題[SO]を解いて最適な割当を求めるためには
(1)利用者が自身の評価値 v を正しく入札すること
(2)最適化問題[SO]を効率的に解く解法
が必要

乗捨て型共同利用交通システムのVCGメカニズム

VCGメカニズム

1. 利用者は利用しうるすべての利用権に入札を行う
2. 供給者は時空間OD接続制約や供給量制約の下で入札値の和が最大になるように利用権の割当者を決定する[勝者決定問題:WDP]
3. 利用権を落札した利用者は自分が入札することで生じる他者の社会的余剰の減少分を利用権価格として支払う[Vickrey paymentsの計算]



命題1

乗捨て型共同利用交通システムの利用権取引制度は時空間OD接続性の制約下でのVCGメカニズムを設計することで**効率性**と**耐戦略性**を満たすことができる

効率性(efficiency) :

実現する割当は社会的余剰を最大化する

耐戦略性(strategy-proof) :

各利用者は自身の評価値を正直に入札するインセンティブが存在する

□ 勝者決定問題

$$\max_x \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{x}$$

subject to $A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$

$$x^i \in \{0, 1\} \quad \forall i$$

$$x^s \in N$$

□ 制約条件行列

[illegible]

$E: |N| \times |N|$ の単位行列とする

$$B_1 = \left(\begin{array}{cccc} -E & -E & \cdots & -E \end{array} \right) \begin{array}{c} \updownarrow \\ |N| \end{array}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} \overbrace{1 \dots 1}^{|N|} & & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overbrace{1 \dots 1}^{|N|} & \\ & & \underbrace{1 \dots 1}_{|N|^2} \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \updownarrow |N| \end{matrix}$$

$$\mathbf{b}^T = (\underbrace{\mu, 0, 0, \dots, 0}_{1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{|N|(|T|-1)}, \underbrace{\dots, 1}_{|I|})$$

43

単一入札と複数入札

□ 複数入札

- 同一ODに対して複数の時間帯の利用権に同時に入札することを許容する

□ 単一入札(single-minded bid)

- ただ一つの時間帯の利用権にのみ入札すると仮定
- 組み合わせオークションの分野において、単一入札を仮定した問題は数学的に良い性質を持つことが知られている(Blumrosen and Nisan, 2007)

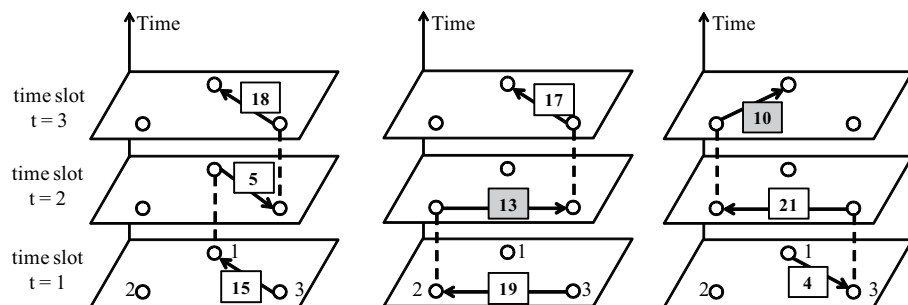
- まず、単一入札を考えて乗捨て型共同利用交通システムの利用権オークションの問題構造を明らかにする

複数入札と単一入札の違い

複数入札の
評価値ベクトル

入札者	OD	$v(t=1)$	$v(t=2)$	$v(t=3)$
1	1 → 2	41	31	21
2	1 → 2	25	30	20
3	1 → 2	27	32	37
4	1 → 3	89	79	69
5	1 → 3	88	93	83
6	1 → 3	70	75	65
7	1 → 3	52	57	62
8	2 → 1	93	83	73
9	2 → 1	61	66	56
10	2 → 1	83	88	93
11	2 → 3	76	66	56
12	2 → 3	78	83	73
13	2 → 3	87	92	97
14	2 → 3	75	80	85
15	3 → 1	97	87	77
16	3 → 1	73	78	68
17	3 → 1	88	93	98
18	3 → 1	75	80	85
19	3 → 2	99	89	79
20	3 → 2	82	72	62
21	3 → 2	86	91	81
22	3 → 2	59	64	69

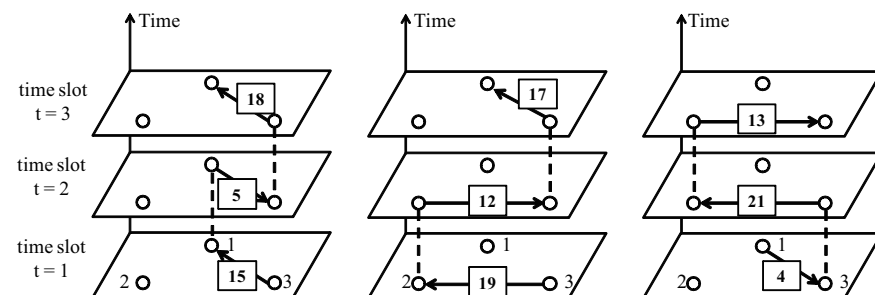
割当結果



単一入札の
評価値ベクトル

入札者	OD	$v(t=1)$	$v(t=2)$	$v(t=3)$
1	1 → 2	41	-	-
2	1 → 2	-	30	-
3	1 → 2	-	-	37
4	1 → 3	89	-	-
5	1 → 3	-	93	-
6	1 → 3	-	75	-
7	1 → 3	-	-	62
8	2 → 1	93	-	-
9	2 → 1	-	66	-
10	2 → 1	-	-	93
11	2 → 3	76	-	-
12	2 → 3	-	83	-
13	2 → 3	-	-	97
14	2 → 3	-	-	85
15	3 → 1	97	-	-
16	3 → 1	-	78	-
17	3 → 1	-	-	98
18	3 → 1	-	-	85
19	3 → 2	99	-	-
20	3 → 2	82	-	-
21	3 → 2	-	91	-
22	3 → 2	-	-	69

割当結果



(複数入札時の最適割当) $\geq$ (単一入札時の最適割当)

単一入札時の勝者決定問題[SO-SMB]

$$\max_{\mathbf{x}} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} v_{p^i q^i}^i(t^i) x_{p^i q^i}^i(t^i)$$

subject to

$$\sum_{i \in I} \sum_{pq \in L} x_{p^i q^i}^i(1) = \mu$$

供給量制約条件

$$-\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{p^i q^i}^i(t-1) + x_{qq}^S(t-1) + \sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{q^i p^i}^i(t) + x_{qq}^S(t) = 0$$

OD 接続条件

$$\forall t = 2, \dots, T, \forall q \in N$$

$$x_{p^i q^i}^i(t^i) \in \{0, 1\}$$

$$\forall pq \in L, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$x_{qq}^S(t) \in N$$

$$\forall q \in N, \forall t \in T$$

- 複数入札との違いは各個人が単一入札のため、単一需要を表す制約条件が取り除かれる
- この整数計画問題の解を求めるのにLP緩和を行う

LP緩和問題と整数計画問題の解の一致性

- 制約条件行列が完全ユニモジュラ行列 (totally unimodular matrix) であれば, LP緩和問題の解は整数解となる (Korte, 2000; Vohra, 2011)

命題2

問題[SO-SMB]のLP緩和問題[SO-SMB-LP]の制約条件行列Aは完全ユニモジュラ行列である.

$$A = \begin{pmatrix} \overbrace{\begin{matrix} 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \end{matrix}}^{|I|} & \overbrace{\begin{matrix} 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \end{matrix}}^{|N|(|T|-1)} \\ \hline \begin{matrix} \boxed{-1} & \boxed{-1} & & & & & & & & \\ & \boxed{1} & \boxed{1} & & & & & & & \\ & \boxed{-1} & \boxed{-1} & \boxed{1} & & & & & & \\ & & \boxed{-1} & & \boxed{1} & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & \\ & & & & \boxed{-1} & \boxed{-1} & \boxed{1} & & & \end{matrix} & \begin{matrix} -E & E \\ -E & E \\ \vdots & \vdots \\ -E & E \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Dimensions: $|I|$ (width of first block), $|N|(|T|-1)$ (width of second block), $|N|(|T|-1)$ (height of second block), $|I|$ (height of first block).

(証明)

フロー保存則を表す接続行列は完全ユニモジュラ行列である (Korte, 2000) また, 完全ユニモジュラ行列と単位行列を結合した行列は完全ユニモジュラ行列である (Hoffman and Kruskal, 1956).

以上より, この行列Aは完全ユニモジュラ行列である.

利用権価格の解釈

- VCGメカニズムで決定するオークション価格の解釈
- 最適化問題[SO-SMB-LP]の双対問題

$$\min_{P(1), \mathbf{u}} \mu \cdot P(1) + \sum_{i \in I} u^i$$

subject to

$$P_{p^i}(t^i) - P_{q^i}(t^i + 1) + u^i \geq v^i \quad \forall i \in I$$

$$P(1) - P_q(2) \geq 0 \quad \forall q \in N$$

$$P_p(t-1) - P_q(t) \geq 0$$

$$\forall p, q \in N, t = 3, \dots, T$$

$$\mathbf{P} \geq 0, \quad \mathbf{u} \geq 0$$

- 時刻tにポートpからポートqへ移動する利用権価格

$$P_{pq}(t) = \underline{P_p(t)} - \underline{P_q(t+1)}$$

時刻tにおける

ポートpでの出発価格

時刻t+1における

ポートqでの出発価格

複数入札時の問題の性質

命題3

問題[SO]のLP緩和問題[SO-LP]の制約条件行列Aは完全ユニモジュラ行列ではない.

Diagram illustrating the structure of the matrix A . The matrix is partitioned into four main blocks based on dimensions $|N|^2 |T|$, $|N|^2 |I|$, $|N| |T|$, and $|N| |I|$.

The matrix A is structured as follows:

- Top-Left Block ($|N|^2 |T|$):** Contains sub-blocks B_1 and B_2 .
- Top-Right Block ($|N|^2 |I|$):** Contains sub-blocks B_1 and B_2 .
- Bottom-Left Block ($|N| |T|$):** Contains sub-blocks B_1 and B_2 .
- Bottom-Right Block ($|N| |I|$):** Contains sub-blocks B_1 and B_2 .

The matrix is symmetric and has a block-tridiagonal structure. The dimensions are indicated by arrows and labels: $|N|^2 |T|$, $|N|^2 |I|$, $|N| |T|$, and $|N| |I|$. The matrix is labeled $A =$ and has a vertical dimension of 1 on the right side.

(証明)

完全ユニモジュラ行列の定義は行列A
の任意の小行列式が0, +1, -1のいずれ
かであることである.

[SO-LP]の制約条件行列からは左図の小行列式を考えると

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

という反例が存在する. 以上より, 行列Aは完全ユニモジュラ行列ではない.

共同利用交通システムオークションの解法

□ 単一入札時の解法

- LP緩和問題が整数解をもつため、
LP緩和問題を解くことで割当が得られる

□ 複数入札時の解法

- LP緩和問題が整数解をもつとは限らない
- 整数計画問題をそのまま解くには計算コストが大きい
- 複数入札時の勝者決定問題[SO]の双対問題を利用して
強い制約条件を追加した新たなLP緩和問題を生成し、
最適解を求めるのに利用

複数入札時の解法アルゴリズム

step.0 元問題[SO]を現在の定式化として設定し, step.1へ

step.1 現在の定式化に対して, LP緩和した問題を解く.

得られた解 x が整数解であれば終了. そうでなければ, step.2へ

step.2 現在の定式化のLP緩和問題の双対問題を解く.

その解を $y=(P, u)$ とする. ここで,

$$u^i > v_{pq}^i(t) - (P_p(t) - P_q(t+1))$$

が任意の p, q, t で成り立つ i が存在する場合, 現在の定式化に

$$\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x_{pq}^i(t) = 0$$

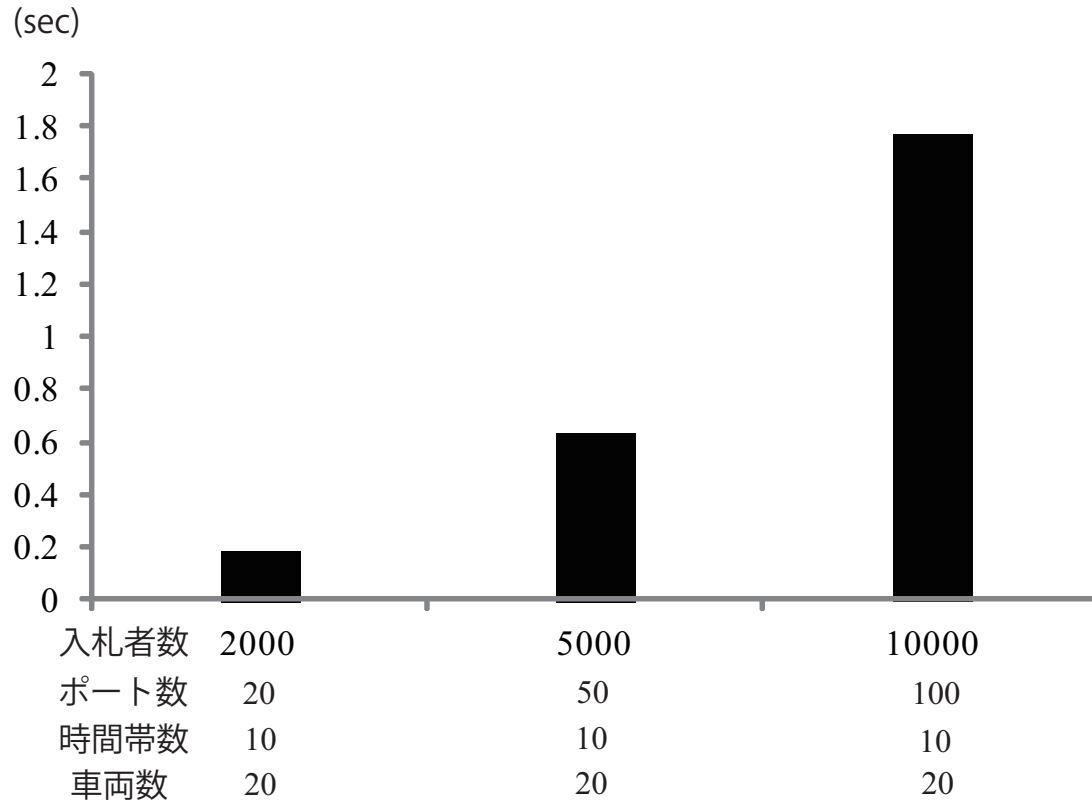
という強い制約式を追加し, step.1に戻る.

そのような i が見つからない場合はstep.3へ

step.3 step.1のLP緩和で得られた解 x のうち, 整数以外の解 $x_{pq}^i(t)$ に対して, それぞれについて, $x_{pq}^i(t)=1$ を追加した子問題, $x_{pq}^i(t)=0$ を追加した子問題を作成し, LP緩和問題を解く. 子問題の解で整数以外の解を持つとき, 更に場合分けした子問題を作成し, 順次解を求める.

最も下層のすべての子問題が整数解のみをもつときに子問題の作成を終了する. 解が整数解のみで構成される子問題の中で目的関数の値が最大となる子問題の解が元問題の解である

数値計算例



- 入札者が10000人程度であっても、平均1.81(sec)で解を求めることが可能
- サービス供給者が社会的に最適な割当を達成するための2つ目の問題を解決

利用権オークションを用いたリロケーションの可能性

- 一般にVCGメカニズムで決定する価格は非負
- 乗捨て型共同利用交通システムの利用権価格は2つの価格の差分

$$P_{pq}(t) = \underbrace{P_p(t)}_{\text{出発時に支払う価格}} - \underbrace{P_q(t+1)}_{\text{到着時に受け取る価格}}$$

出発時に支払う価格 到着時に受け取る価格

- 極端な需要分布の場合は負の価格が発生



入札者	OD	$v(t=1)$	$v(t=2)$	$v(t=3)$
1	1 → 2	95	90	85
2	1 → 2	82	92	72
3	1 → 2	74	86	61
4	1 → 2	60	80	92
5	2 → 1	30	20	10

各個人の支払い額

$$P^1 = (82 + 20 + 92) - (20 + 92) = 82$$

$$P^5 = (95) - (95 + 92) = -92$$

$$P^4 = (95 + 20 + 72) - (95 + 20) = 72$$



効率的な車両運用への
インプリケーション

本研究のまとめ

- ❑ 乗捨て型共同利用交通システムの利用権取引制度の提案
- ❑ (1) 利用者の評価値の正直表明性→VCGメカニズム
- ❑ (2) 最適割当問題が組み合わせ最適化問題
→Primal-Dual法による切除平面法と分枝限定法を用いた計算アルゴリズム
- ❑ 共同利用交通システムの利用権価格は
各ポート利用価格の差分として解釈可能
- ❑ メカニズム内でリロケーションも発生させうるため、
ポート間の需要平準化も内在化

今後の研究の方向性として

□ モビリティシェアリングオークション(or 交通サービスオークション)の課題

1. 時間的に（特に劇的に）変動する評価値

- Online VCG mechanism (Parks and Singh, 2003)

- Dynamic pivot mechanism (Bergemann and Valimaki, 2010)

2. 企業ではなく大多数のユーザーの入札を必要

- 交通オークションの研究の99%はロジスティクス

- 利用者に入札させるのはかなり大変

□ 現在取り組んでいる研究は主に2の「**選好誘出**」

- 原祐輔, 時間帯別交通利用権オークションに対する選好誘出の効率性に関する研究, 土木学会論文集D3, Vol.71 No.5, 2015.

もう少し広い問題意識

- ❑ 都市計画・土木計画・交通計画という分野にとって、システム最適（社会的厚生最大化）を考えることは重要
 - ❑ 実現できるかどうかは別に、ベンチマークとしても重要
- ❑ その際に、社会の構成員が何を望んでいるのかを計画者・政策立案者が知っていることは必要条件
- ❑ 社会の構成員の希望（選好）は自明としているケースが研究/実際の政策双方において多すぎないか？という問題意識
 - ❑ 最初の北陸新幹線の例
- ❑ 2年前の秋大会の発表
 - ❑ 原祐輔: 観測と顕示選好に関する一考察, 土木計画学研究・講演集, Vol.48, CD-ROM, 2013.
 - ❑ 本当に自明？我々はどうやって「問題が発生している」という問題に気付くことができるのか？そんな方法論あった？

近い問題意識

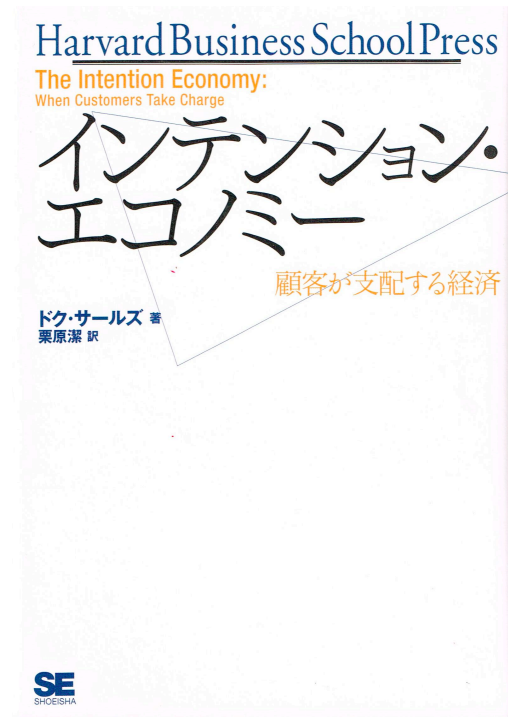
- 土木計画学 -> 主として官(計画立案者)の立場に立つ学問
- 交通工学 -> 主として道路管理者の立場に立つ学問
- どちらも(本質的には)利用者の立場に立っていない

- 私の問題意識に近い本

- ドク・サールズ著

- インテンション・エコノミー

- 「インターネット社会の進展で顧客の情報収集能力が飛躍的に高まり、従来の供給者側からの消費行動分析(=ビッグデータ型)は通用しなくなる」



供給者オリエンテッドから利用者オリエンテッドへ

□ 従来



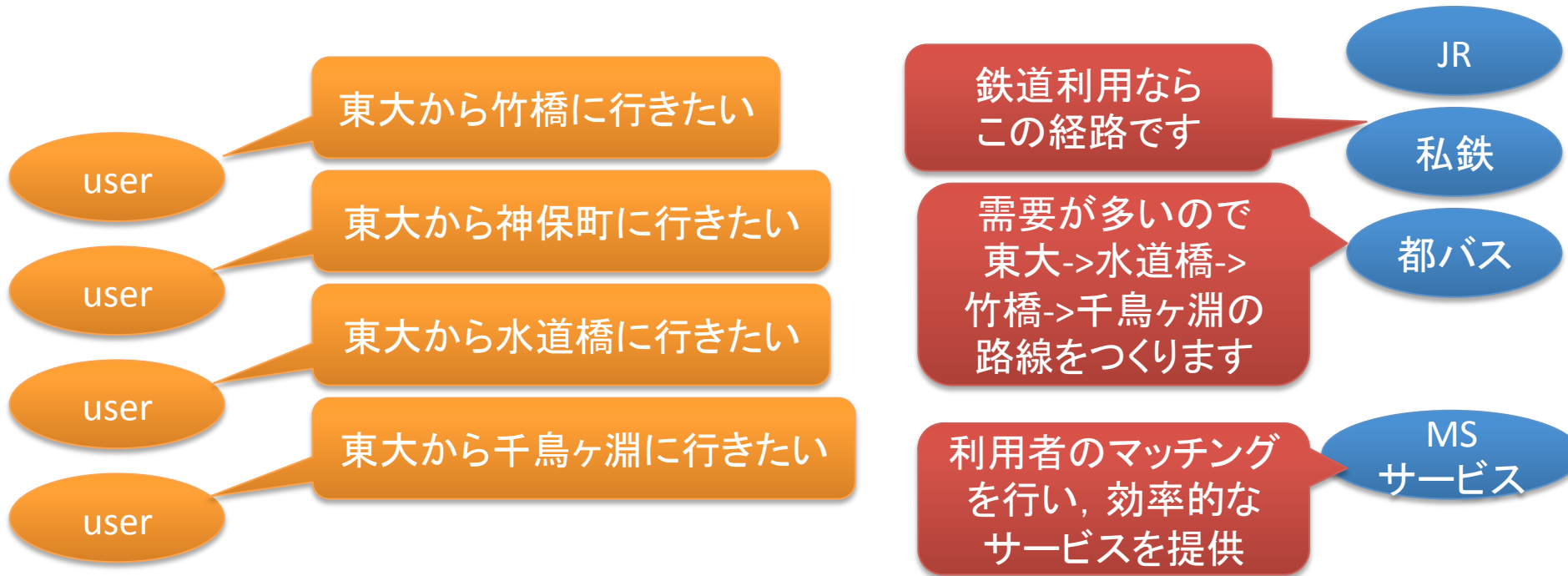
計画や需要予測の結果，策定された路線（交通サービス）の中から利用者が選択する

□ もう少し現代的だと

- Google Now的なサービスがuserの過去の行動履歴から，勝手にレコメンドする(もっと未来では自動で予約)

供給者オリエンテッドから利用者オリエンテッドへ

□ 利用者オリエンテッドでは利用者が先に表明



利用者の表明（移動需要）が先にあり，その後で交通サービスが供給されるという形がありえるのではないかな？

→オークションで言うところのダブルオークション型
そのためにも表明メカニズムの洗練は大変重要（と思う）

本日のまとめ

- 交通ネットワーク配分の観点からオークション（メカニズムデザイン）の概説
 - どういう場合に有効なのか？
- MSオークションの説明
 - 最適化問題(整数計画問題)の見方, 解き方
- 今後の方針と問題の重要性
 - 動的な需要の変化
 - 選好表明
 - さらにいえば, 利用者の移動需要の表明（把握）は計画にとって根源的な問い

メカニズムデザインの参考文献

- 坂井豊貴・藤中裕二・若山琢磨, メカニズムデザイン—資源配分制度の設計とインセンティブ, ミネルヴァ書房, 2008.
 - 日本語のメカニズムデザインの専門書. 初学者は少し取っつきづらい
- 坂井豊貴, マーケットデザイン入門—オークションとマッチングの経済学, ミネルヴァ書房, 2010.
 - 上記よりわかりやすい
- ポール ミルグロム, オークション理論とデザイン, 東洋経済新報社, 2007.
 - 数式展開が通常のオークション理論と異なりかなりつらい.
- ケン・スティグリッツ, オークションの人間行動学 最新理論からネットオークション必勝法まで, 日経BP社, 2008.
 - 読み物+専門書. 読みやすい
- ジョン マクミラン, 市場を創る—バザールからネット取引まで, NTT出版, 2007.
 - 読み物. オークションの事例などがまとめられている
- 横尾真, オークション理論の基礎—ゲーム理論と情報科学の先端領域, 東京電機大学出版局, 2006.
 - 入門書. 組合せオークションについても触れられている
- Krishna, V. Auction Theory, Second Edition, Academix Press, 2009.
 - 伝統的なオークション理論を勉強するならこれを読むべし. わかりやすい
- Cramton, P., Shoham, Y., Steinberg R, Combinatorial Auctions, The MIT Press, 2010.
 - 組合せオークションの本. 交通屋さんには伝統的オークションよりもおもしろいはず. 自分はこの中で一番おもしろい本だと思う
- Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, E., Vazirani, V., Algorithmic Game Theory, Cambridge University Press, 2007.
 - online mechanismなどが触れられた新しめの研究の本.

References

1. 赤松隆, 佐藤慎太郎, Nguyen Xuan Long : 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集D, Vol.62, No.4, pp.605-620, 2006.
2. 赤松隆 : 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集D, Vol.63, No.3, pp.287-301, 2007.
3. 和田健太郎, 赤松隆 : 単一ボトルネックにおける渋滞と混雑を解消する情報効率的メカニズムの設計, 土木学会論文集D, Vol.66, No.2, pp.160-177, 2010.
4. 和田健太郎, 赤松隆 : ネットワーク通行権取引市場のオークション・メカニズム, 土木学会論文集D, Vol.67, No.3, pp.376-389, 2011.
5. Porter, D., Torma, D. P., Ledyard, J. O., Swanson, J. A. and Olson, M.: The First Use of a Combined-Value Auction for Transportation Services, Interfaces, Vol.32, No.5, pp. 4-12, 2002.
6. Moore, W. E., Warmke, J. M. and Gorban, L. R.: The Indispensable Role of Management Science in Centralizing Freight Operations at Reynold Metals Company, Interfaces, Vol.21, No.1, pp.107-129, 1991.
7. Caplice, C. and Sheffi, Y.: Optimization Based Procurement for Transportation Services, Journal of Business Logistics, Vol.24, No.3, pp.109-128, 2003.
8. Ball, M. O., Donohue, G. L. and Hoffman, K.: Auctions for the Safe, Efficient, and Equitable Allocation of Airspace System Resources, In: Cramton, P., Shoham, Y., Steinberg, R. (eds), Combinatorial Auctions, MIT Press, pp.507-538, 2006.

References

9. Vickrey, W.: Counter speculation, auctions, and competitive sealed tenders, *Journal of Finance*, Vol.16, pp.8-37, 1961.
10. Clarke, E. H.: Multipart Pricing of Public Goods, *Public Choice*, Vol.11, pp.17-33, 1971.
11. Groves, T.: Incentives in Teams, *Econometrica*, Vol.41, pp.617-631, 1973.
12. Krishna, V. and Perry, M.: Efficient Mechanism Design, Mimeo, Penn. State University, 1998.
13. Blumrosen, L. and Nisan, N.: *Combinatorial Auctions*, Algorithmic Game Theory, Cambridge University Press, 2007.
14. Vohra, R. V.: *Mechanism Design: A Linear Programming Approach*, Cambridge University Press, 2011.
15. Bikhchandani, S. and Ostroy, J. M.: The Package Assignment Model, *Journal of Economic Theory*, Vol.107, No.2, pp.377-406, 2002.
16. Korte, B. and Vygen, J.: *Combinatorial Optimization. Theory and Algorithms*, Springer, 2000.
17. Hoffman, A. J. and Kruskal, J. B.: Integer boundary points of convex polyhedra, *Annals of Mathematics Study*, No.38, Princeton University Press, Princeton, pp. 233-246, 1956.