

行動モデルの基礎

-経路選択モデルの系譜-

M2 小川 大智

2023/4/5

スタートアップゼミ#2

東京大学大学 交通・都市・国土学研究室

行動モデルとは

- 行動モデル：人の選択行動を数式で表現するモデル

- 個人の選択

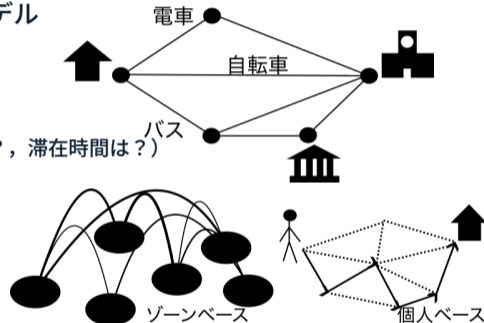
E.g.) 今日大学までどうやって行こうか？

- 交通手段（徒歩？，電車？，自転車？，バス？）
- 寄り道するか（コンビニ？，図書館？，カフェ？，滞在時間は？）
- 経路（本三？東大前？，根津？，御徒町？）

- 集計→非集計

- 集計：4段階推定法
時間概念の欠如・各段階の整合性に問題あり
- 非集計：行動モデル

個人単位的意思決定，動的・細かな表現が可能．推定のために個人単位の観測結果が必要



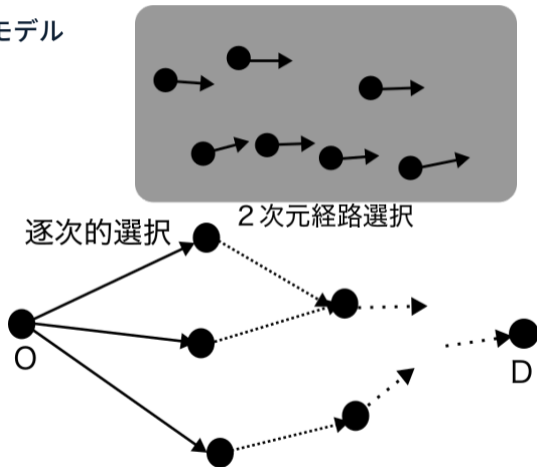
1. 経路選択モデル (小川)
2. アクティビティモデル (白井)
3. 課題について (白井・小川)

- 経路選択モデルの論点
- 最小費用基準
- 期待効用最大化理論
- その他の経路選択モデル

経路選択モデルの論点

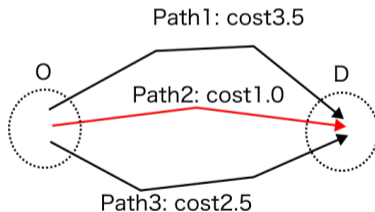
経路選択モデル：人の経路選択を表現するモデル

- 選択肢集合
 - グラフか 2次元平面か
 - 選択肢集合を明示的に与えるか否か
出発地から目的地にいたる経路は膨大
 - Link-based か Path-based か
- 意思決定ルール
 - 最小費用基準・期待効用最大化
 - 相互作用ルール
 - 静的・動的



最小費用基準：経路コストが確定的で完全情報の場合

- Path-based モデル
- 経路として一般化費用を最小化
一般化費用：所要時間や右左折の回数などのコストを換算して合計したもの
- 経路列挙方法
 - K 番目最短経路探索
 - ラベリング法
 - 分枝限定法
 - ランダムウォーク法
 - メトロポリス・ヘイスティングス法



今回は説明を省略します．詳細は [BinN studies] などをご覧ください．

ランダム効用最大化

- 「効用」：選択により得られる主観的な満足を表す尺度
- 仮定：意思決定者は合理的に行動する（最も効用の高い選択肢を採る）。
- 「ランダム効用」：確率的に変化する効用
個人 n の選択肢 i に対する効用 U_{in}

$$U_{in} = V_{in} + \varepsilon_{in}$$

V_{in} ：効用の確定項， ε_{in} ：効用の誤差項（確率変数）

効用関数 $U_{in} = V_{in} + \varepsilon_{in}$

- 確定項はパラメータ θ と選択肢の説明変数 x_i の線形和

$$V_{in} = \theta \cdot x_i$$

Ex.) 経路選択

経路の属性：旅行時間，料金，土地利用，混雑度など

$$V = \theta_{time} \times x_{time} + \theta_{fare} \times x_{fare} + \theta_{land} \times x_{land} + \theta_{congestion} \times x_{congestion}$$

- 誤差項は確率変数：分析者にとって不明な項目を内包する
 - 非観測属性：好み，気分など
 - 測定誤差・不完全情報

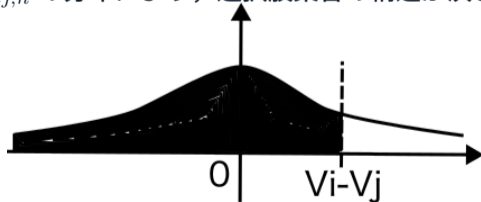
選択確率の表現

選択肢 i が選択される確率は,

$$\begin{aligned} P_{in} &= Pr[U_{in} > U_{jn} \text{ for any } j(\neq i)] \\ &= Pr[V_{in} + \varepsilon_{in} > V_{jn} + \varepsilon_{jn} \text{ for any } j(\neq i)] \\ &= Pr[V_{in} - V_{jn} > \varepsilon_{jn} - \varepsilon_{in} \text{ for any } j(\neq i)] \\ &= Pr[V_{in} - V_{jn} > \varepsilon_{ij,n} \text{ for any } j(\neq i)] \end{aligned}$$

誤差項の差 $\varepsilon_{ij,n}$ の分布を決めると選択確率がもとまる.

→ $\varepsilon_{ij,n}$ の分布により, 選択肢集合の構造が決まる.



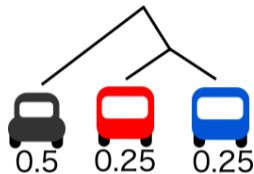
誤差項の従う分布による分類

誤差項分布の仮定

- (独立同分布) ガンベル分布: 極値分布の 1 種

→ 多項ロジットモデル (MNL)
$$P_{in} = \frac{\exp \frac{1}{\mu} V_{in}}{\sum_j \exp \frac{1}{\mu} V_{jn}}$$

- 選択確率が closed-form で書ける. × IIA (選択肢間の無相関性)



IIA 特性の緩和のために, NL, CNL などが提案されている.

- 多変量正規分布

→ 多項プロビットモデル (MNP)

$$P_{in} = \int_{-\infty}^{V_{in}-V_{1n}} \cdots \int_{-\infty}^{V_{in}-V_{Jn}} \phi(\varepsilon_{i1,n}, \cdots, \varepsilon_{iJ,n}) d\varepsilon_{i1,n} \cdots \varepsilon_{iJ,n}$$

- 複雑な相関関係を表現可能. × 選択確率が closed-form で書けない.
- ガンベル分布と多変量正規分布の混合分布
→ 多項 Mixed Logit モデル (MXL)
○ 誤差項のネスト構造や個人・時点間の相関を表現可能. × 選択確率が closed-form で書けない.

Link-based モデル

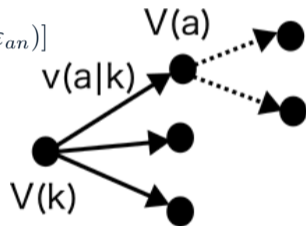
- Path-based モデルは選択枝集合を明示的に扱う必要がある。
→ Recursive Logit モデル：再帰計算により選択枝の列挙を回避
- 目的地 d に向かう時，状態 k の効用は将来状態 a により再帰的に定義される。

$$V_n^d(k) = E\left[\max_{a \in A(k)} (v_n(a|k) + V_n^d(a) + \mu \varepsilon_{an})\right]$$

ロジット型の選択モデルを仮定すると，

$$P_n^d(a|k) = \frac{\exp \frac{1}{\mu} (v_n(a|k) + V_n^d(a))}{\sum_{a' \in A(k)} \exp \frac{1}{\mu} (v_n(a'|k) + V_n^d(a'))}$$

$$V_n^d(k) = \begin{cases} \mu \ln \sum_{a \in A(k)} \exp \frac{1}{\mu} (v_n(a|k) + V_n^d(a)) & (k \neq d) \\ 0 & (k = d) \end{cases}$$



→ $z := \exp V_n^d$ の線型方程式により求解可能









最尤推定法

- 行動データのサンプルから母集団の行動原理を推定する
→ 行動モデルにおいては、パラメータ θ を求めること
- パラメータ θ の尤もらしさ（尤度関数）＝ そのパラメータの元で行動データが観測される確率
- 尤度関数

$$L(\theta; x) = \prod_i Pr(x_i; \theta) \quad x \text{ はデータ}$$

- 尤度関数を最大化する θ を求めれば良い。尤度関数の最大化が難しい場合は、対数尤度関数 $\ln L$ の最大化でも良い。

通常は R や python のライブラリを用いて計算する。

-  朝倉康夫; 羽藤英二. 交通ネットワーク上の経路選択行動: 観測と理論. 土木学会論文集, 2000, 660: 3-13.
-  <http://bin.t.u-tokyo.ac.jp/kaken/data/4-20140926.pdf>
-  FLÖTTERÖD, Gunnar; BIERLAIRE, Michel. Metropolis – Hastings sampling of paths. Transportation Research Part B: Methodological, 2013, 48: 53-66.
-  羽藤英二. ネットワーク上の交通行動. 土木計画学研究・論文集, 2002, 19: 13-27.
-  BEN-AKIVA, Moshe E. Structure of passenger travel demand models. 1973. PhD Thesis. Massachusetts Institute of Technology.
-  MCFADDEN, Daniel. Modelling the choice of residential location. 1977.
-  FOSGERAU, Mogens; FREJINGER, Emma; KARLSTROM, Anders. A link based network route choice model with unrestricted choice set. Transportation Research Part B: Methodological, 2013, 56: 70-80.
-  OYAMA, Yuki; HATO, Eiji. A discounted recursive logit model for dynamic gridlock