交通行動の分析とモデリング（北村、森川他）Chap.6-1, 6-4 (p.103~108, 122~132)

行動モデル編 #2

交通研究室　学部四年

日下部　達哉

Contents

1. 経路選択モデル
2. 多項プロビット(MNP)モデル
3. 多項ロジット(MNL)モデル
4. ネスティッドロジット(NL)モデル
5. クロスネスティッドロジット(CNL)モデル
6. GEVモデル
7. Network-GEVモデル

1. 経路選択モデル

- 選択肢は離散的→連続的な指標に落とし込む

①選択肢の望ましさを表現する「効用」を導入
②個人は、効用を最大化する選択肢を選択
③効用は、測定可能な確定項と、測定不可能な誤差項に分けられる

効用最大化理論

ランダム効用仮説

$$U_n = V_n + \epsilon_n$$

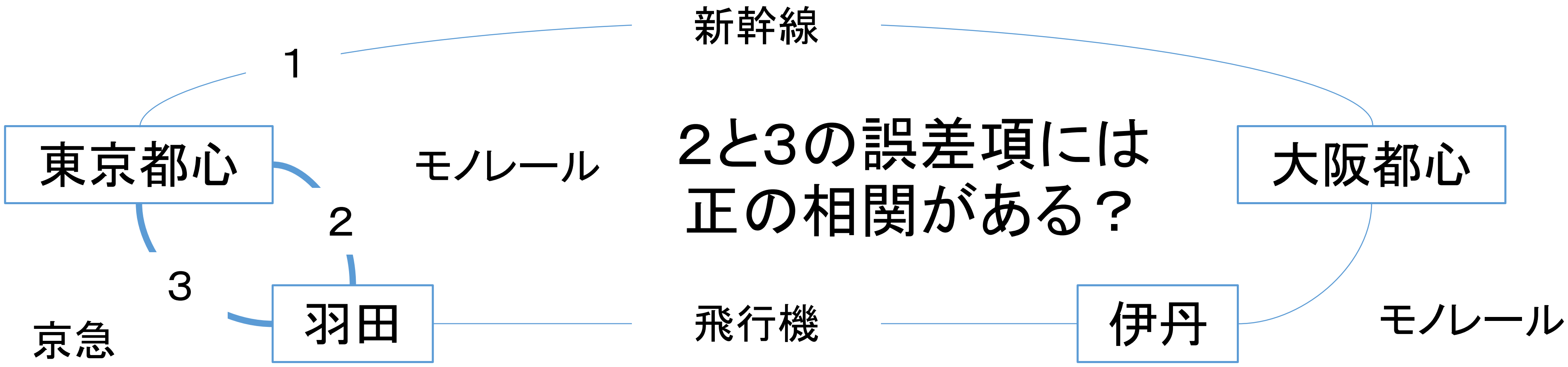
選択肢nの効用　効用の確定項　効用の誤差項

$$V_n = \sum_k (\beta_k * x_{n,k})$$

効用の確定項　k個の変数の線形結合（費用、時間、…）

1. 経路選択モデル

④リンクを重複して使う経路が存在するため、
誤差項に相関がある(経路選択モデルに特徴的)
→相関にどう対処するかを考えて、モデルが発展



2. 多項プロビット(MNP)モデル

- $\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N)$ が多変量正規分布に従う
（平均値 $\mathbf{0}$ 、分散共分散行列 $\boldsymbol{\Omega}$）

〇選択肢の間に相関がある場合、分散が違う場合でも、
正しく推定できる

×多重積分の計算が必要になる
（計算機の性能的に難しかった時代もあったが、
今は改善されてきている）

3. 多項ロジット(MNL)モデル

➢ $\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N)$ が独立で同一なガンベル分布に従う
（ロケーションパラメータ（分布の位置）η_n）
（スケールパラメータ（分布のばらつき）μ）

〇積分の計算を避けられる

① $\epsilon_{max} \sim IID\_Gumbel\left(\frac{1}{\mu} * ln \sum_{n=1}^{N} exp(\mu\eta_n), \mu\right)$

② $F(\epsilon_{n1} - \epsilon_{n2}) = \frac{1}{(1+exp\{\mu(\eta_{n2}-\eta_{n1})\})}$

3. 多項ロジット(MNL)モデル

- 選択肢1を選ぶ確率を求める

$$P_1 = Pr[V_1 + \epsilon_1 \geq \max_{n \neq 1}(V_n + \epsilon_n)]$$

$$U^* = V^* + \epsilon^* = \max_{n \neq 1}(V_n + \epsilon_n)\,,\ \epsilon_n \sim IID\_Gumbel(0\,,\ \mu)$$

$$U_n \sim IID\_Gumbel(V_n\,,\ \mu)$$

$$U^* \sim IID\_Gumbel\left(\frac{1}{\mu} * ln \sum_{n=2}^{N} exp(\mu V_n)\,,\ \ \mu\right)$$

$$V^* = \frac{1}{\mu} * ln \sum_{n=2}^{N} exp(\mu V_n)\,,\ \epsilon^* \sim IID\_Gumbel(0\,,\ \mu)$$

3. 多項ロジット(MNL)モデル

- 選択肢1を選ぶ確率を求める

$$P_1 = Pr[\epsilon^* - \epsilon_1 \leq V_1 - V^*]$$

$$= \frac{1}{1+exp\{\mu(V^* - V_1)\}}$$

$$= \frac{exp(\mu V_1)}{exp(\mu V_1) + exp\left(ln \sum_{n=2}^{N} exp(\mu V_n)\right)}$$

$$= \frac{exp(\mu V_1)}{\sum_{n=1}^{N} exp(\mu V_n)}$$ (積分を使わずに導出できた)

3. 多項ロジット(MNL)モデル

$$\frac{P_{n2}}{P_{n1}} = \frac{exp(\mu V_{n2})}{exp(\mu V_{n1})} = exp(V_{n2} - V_{n1})$$

- IIA特性…選択確率の比は、その選択肢の効用の確定項のみで決まる

〇選択肢の集合を部分的にしか知らない場合でも、
　正しく推定できる

×選択肢の間に相関がある場合、正しく推定できない

3. 多項ロジット(MNL)モデル

<u>赤バス－青バス問題</u>

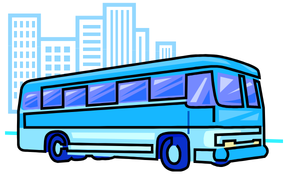
効用の確定項が同じ「自動車」「赤バス」「青バス」がある。

$$V_{車} = V_{赤}$$

$$P_{車} = P_{赤}$$

<u>各々の選択確率：1／2</u>

3. 多項ロジット(MNL)モデル



$$V_{車} = V_{赤} = V_{青}$$

$$P_{車} = P_{赤} = P_{青}$$

各々の選択確率：1／3

車：1／2、赤：1／4、青：1／4
では？？

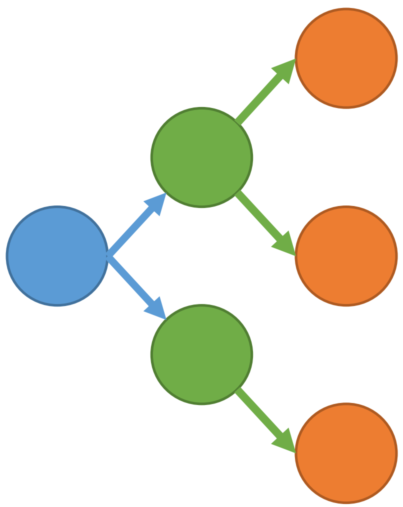
4. ネスティッドロジット(NL)モデル

- 多項ロジットに「ネスト（グループに近い概念）」を導入
- ある選択肢は、似た選択肢の集団である「ネストのどれか一つ」に属する
- 「ネスト」内の選択肢がどれほど似ているか（どれほど相関しているか）を考慮する

〇IIA特性を緩和することができる

×ネストの定義が難しい

×一つのネストにしか所属できない



4. ネスティッドロジット(NL)モデル

➢ 選択肢nを選ぶ確率を求める

① ネストを定義 … $(C_1, \ldots, C_M)$
② ネスト内の相関度を定義 … $(\lambda_1, \ldots, \lambda_M)$
　※ $0 \leq \lambda \leq 1$ で、大きいほど相関が少ない
③ 選択肢nがネストCに属する … $P_n = P_C P_{n|C}$

ネストC
における
経路nの
選択確率

ネストCの
選択確率

$$P_C = \frac{\left(\sum_{n' \in C_m} exp\left(\frac{V_{n'}}{\lambda_m}\right)\right)^{\lambda_m}}{\sum_{m'=1}^{M}\left(\sum_{n' \in C_{m'}} exp\left(\frac{V_{n'}}{\lambda_{m'}}\right)\right)^{\lambda_{m'}}}$$

$$P_{n|C} = \frac{exp\left(\frac{V_n}{\lambda_m}\right)}{\sum_{n' \in C_m} exp\left(\frac{V_{n'}}{\lambda_m}\right)}$$

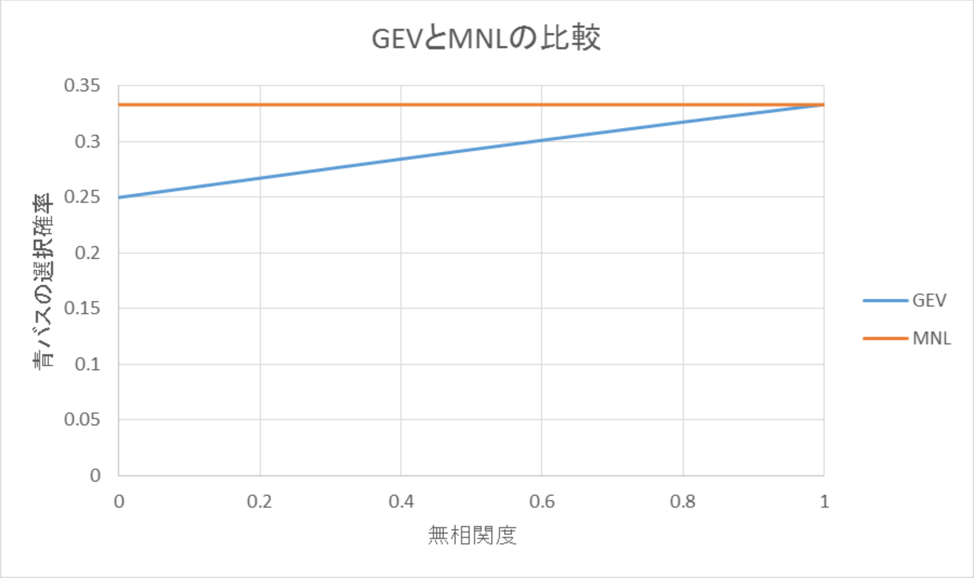
4. ネスティッドロジット(NL)モデル

赤バス – 青バス問題

効用の確定項が同じ「自動車」「赤バス」「青バス」がある。ここで $C_1 \ni$ 車 , $C_2 \ni$ (赤, 青) とネストを定義

$$P_{青} = \frac{exp\left(\frac{V_{青}}{\lambda_2}\right) * \left(exp\left(\frac{V_{赤}}{\lambda_2}\right) + exp\left(\frac{V_{青}}{\lambda_2}\right)\right)^{\lambda_2 - 1}}{exp\left(V_{車}\right) + \left(exp\left(\frac{V_{赤}}{\lambda_2}\right) + exp\left(\frac{V_{青}}{\lambda_2}\right)\right)^{\lambda_2}}$$

4. ネスティッドロジット(NL)モデル



無相関度0 (赤バスも青バスも全く同じ)
… 青バスの選択確率１／４
無相関度1 (赤バスと青バスは全く違う)
… 青バスの選択確率１／３

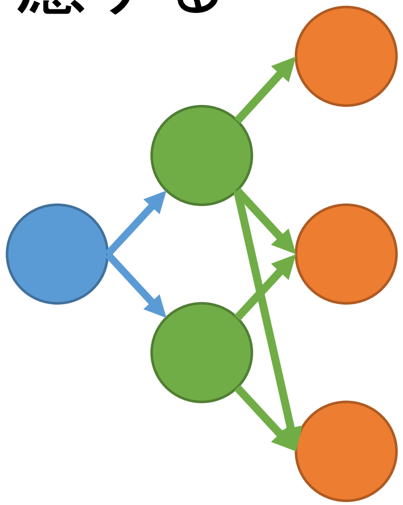
5. クロスネスティッドロジット(CNL)モデル

- ある選択肢は、似た選択肢の集団である「複数のネスト」に属する
- ネスト内の選択肢がどれほど似ているか（どれほど相関しているか）を考慮する
- ある選択肢がどれほどネストに帰属しているかを考慮する

〇IIA特性を緩和することができる

〇複数のネストに所属できる

×グループの定義が難しい



5. クロスネスティッドロジット(CNL)モデル

- 選択肢nを選ぶ確率を求める

①ネストへの帰属度を定義 … α_{mn}
※選択肢nがネストmにどれだけ帰属しているか
②選択肢nが複数のネストに属する … $P_n = \sum_m P_m P_{n|m}$

ネストmにおける経路nの選択確率

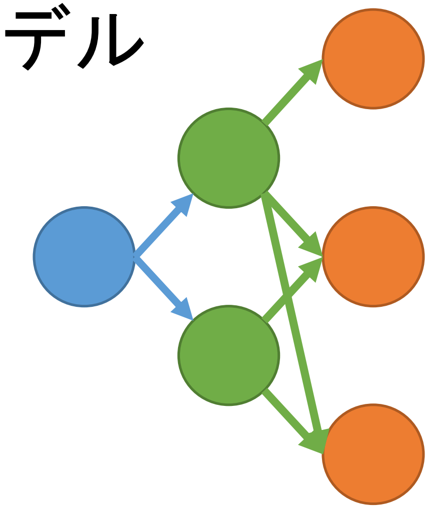
ネストmの選択確率

$$P_m = \frac{\left(\sum_{n' \in C_m} \left(\alpha_{mn'} exp(V_{n'})\right)^{\frac{1}{\lambda_m}}\right)^{\lambda_m}}{\sum_{m'=1}^{M} \left(\sum_{n' \in C_{m'}} \left(\alpha_{m'n'} exp(V_{n'})\right)^{\frac{1}{\lambda_{m'}}}\right)^{\lambda_{m'}}} \qquad P_{n|m} = \frac{\left(\alpha_{mn} exp(V_n)\right)^{\frac{1}{\lambda_m}}}{\sum_{n' \in C_m} \left(\alpha_{mn} exp(V_{n'})\right)^{\frac{1}{\lambda_m}}}$$

6. GEVモデル

- PCLモデル…選択肢ごとに相関を考慮できる
- C-logitモデル／PSLモデル
  …リンク共有の度合いを表現する修正項を導入する
- GNLモデル…PCLモデルとCNLモデルを組み合わせる

- GEVモデル…ランダム効用理論に基づくこれらのモデル
  （NML, NL, CNL を含む）を統合的に表す
- $\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_N)$ が一般化極値分布に従う



6. GEVモデル

- 選択肢nを選ぶ確率を求める

ネストCにおける
経路nの選択確率

$$P_{n|C} = \frac{y_n * \frac{\partial G}{\partial y_n}(y_1, \ldots, y_N)}{\mu * G(y_1, \ldots, y_N)}$$

$y_n = exp(V_n)$

G … μ_GEV関数

MNL

$$G(y) = \sum_{n=1}^{N} y_n^{\mu}$$

NL

$$G(y) = \sum_{m=1}^{M} \left(\sum_{n=1}^{N_m} y_n^{\mu_m} \right)^{\frac{\mu}{\mu_m}}$$

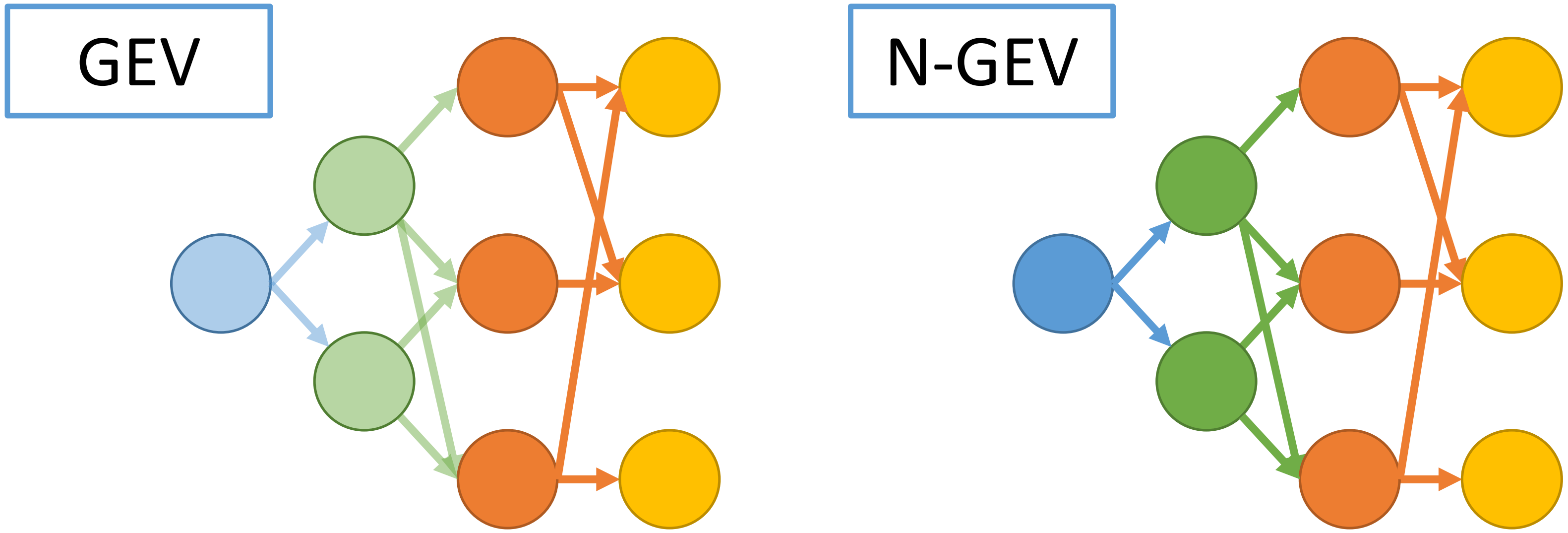
CNL

$$G(y) = \sum_{m=1}^{M} \left(\sum_{n=1}^{N_m} \left(\alpha_{nm}^{\frac{1}{\mu}} y_n \right)^{\mu_m} \right)^{\frac{\mu}{\mu_m}}$$

7. NETWORK-GEVモデル

- GEVモデルでは「選択肢を決める段階」に着目
- Network-GEVでは「全ての段階」に着目

  …全ての段階に着目したら、ネスト構造そのものが
  ネットワークのように見えてきた？



7. NETWORK-GEVモデル

- 上位ノードiを選んだとき、下位ノードjを選ぶ確率を求める

$$G^i(y) = \sum_{j \in succ(i)} \alpha_{ji} G^j(y)^{\frac{\mu_i}{\mu_j}}$$

上位ノードi
における
μ_GEV関数

下位ノードj
における
μ_GEV関数

$$P_{n|C} = \frac{y_n * \frac{\partial G}{\partial y_n}(y_1, \dots, y_N)}{\mu * G(y_1, \dots, y_N)}$$

ネストCにおける
経路nの選択確率

$$P_{j|i} = \frac{\alpha_{ji}\left(G^j\right)^{\frac{\mu_i}{\mu_j}}}{\sum_{j \in succ(i)} \alpha_{ji} \left(G^j\right)^{\frac{\mu_i}{\mu_j}}}$$

上位ノードiにおける
下位ノードjの選択確率