

続・プログラミングゼミ

(第6回スタートアップゼミ?)

2012年9月11日(火)

M1 伊藤 創太

データ構造とアルゴリズム



駒場教養の「情報科学」(理系準必修?)のカリキュラム

- ・ 数の計算と関数
- ・ 条件分岐と繰り返し
- ・ 関数から計算へ
- ・ アルゴリズムと計算量
- ・ 数値計算
- ・ パターン認識
- ・ レコードとオブジェクト
- ・ 再帰データ構造
- ・ いろいろなプログラミング言語



データ構造とアルゴリズム

プログラムの実装

データ構造

データをどのようにコンピュータのメモリに並べるかという方式・形式

アルゴリズム

データを操作する手続き

アルゴリズムの理解

→ プログラミング

適切なアルゴリズム・データ構造の選択

→ 計算の高速化・汎用化

探索：配列データからの検索

(例) 郵便番号リスト（ソート済み）からの住所の検索

郵便番号1130033の住所は？

線形探索

配列の順番に見つかるまで調べていく

0010000	北海道札幌市北区	↓	…ちがう！
:	:		…ちがう！
1130032	東京都文京区弥生		…ちがう！
1130033	東京都文京区本郷		…あった！
1130034	東京都文京区湯島		
:	:		
9998531	山形県飽海郡遊佐町菅里		

知りたい答えが見つかったら、探索終了。

線形探索 コード例：

```
import java.io.*; //java.ioパッケージを使う

public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        try { //データをうまく読み込めるとき
            String inputfile = "./input/input-sep1.csv"; //インプットファイル名
            int dataN = 123325; //データ数は123325(今回は固定)
            BufferedReader br = new BufferedReader(new FileReader(inputfile));
            String line = null; //1行ごとに読み込む変数を用意
            String[][] yubin = new String[dataN][2]; //郵便番号表の格納配列
            int i = 0; //郵便番号データ格納に必要なポインタ
            while ((line = br.readLine()) != null) { //最終行になるまで読み込む
                String[] splitline = line.split(","); //カンマ区切りで分割
                yubin[i][0] = splitline[0]; //1列目に郵便番号
                yubin[i][1] = splitline[1]; //2列目に住所
                i++;
            }
            br.close();

            System.out.println( addressmatch("1130033", yubin) );
        }
    }
}
```

郵便番号
データの
格納探索実行
結果表示

線形探索 コード例：

```
    }  
    catch( IOException e ) { //データをうまく読み込めないとき  
        System.out.println("データ入力失敗");  
    }  
}  
  
static String addressmatch(String num, String[][] yubin) {  
    for (int i = 0; i < yubin.length; i++) { //順番に検索対象と一致するか調べる  
        if(Integer.parseInt(yubin[i][0]) == Integer.parseInt(num)){  
            return yubin[i][1]; //一致したら住所を返す  
        }  
    }  
    return "なし"; //一致するものがない場合は「なし」を返す  
}
```

例外処理

線形探索
アルゴリズム

実行結果

東京都文京区本郷

二分探索

前半と後半にわけて絞っていき、検索対象を見つけ出す

0010000	北海道札幌市北区	}	61663件	1130033はこっち
:	:			
6078402	京都府京都市山科区御陵黒岩	}	61662件	
6078403	京都府京都市山科区御陵大岩			
:	:			
9998531	山形県飽海郡遊佐町菅里			



0010000	北海道札幌市北区	}	30382件	1130033はこっち
:	:			
3540015	埼玉県富士見市東みずほ台	}	30381件	
3540016	埼玉県富士見市榎町			
:	:			
6078402	京都府京都市山科区御陵黒岩			

1つに絞られるまで繰り返す。

データは昇順にソートされている必要がある。

二分探索アルゴリズムの実装

- ・ 二分探索法で郵便番号リストから住所を検索する
- ・ 郵便番号がString型になっていることに注意（0から始める番号がある都合上。parseIntやvalueOfでint型に直せる）

（ヒント）

- ・ 探索範囲の上限と下限の変数を導入することとして、upper=yubin.length、lower=0のようにして始めて、upperとlowerが一致したらそれが答え・・・みたいな感じ。

```
static String addressmatch2(String num, String[][] yubin) {
```

```
    ??????
```

```
}
```

2つの探索方法の比較

計算時間（同一の1000件の検索を行った所要時間）

線形探索 . . . 4.674秒

二分探索 . . . 0.087秒

→二分探索の方が速い

アルゴリズムの計算量をどう評価するか

計算時間はコンピュータやコンパイラの性能によって違う

使うデータによっても計算時間は違う

→計算の繰り返し処理の回数の、最大回数で比較

→データ数による繰り返し回数の増加でだいたい計算量の差がわかる

計算量の評価 - O表記法

あるアルゴリズムについてn個のデータに対して必要な計算量のオーダーを示す。

線形探索の場合 . . .

最悪の場合、1番目からn番目まで全て比較する → $O(n)$

(最良の場合は1回で済むが、最大計算量で比較する)

二分探索の場合 . . .

比較を行う回数は、n個のデータのとき $\log_2 n$ 回 → $O(\log_2 n)$

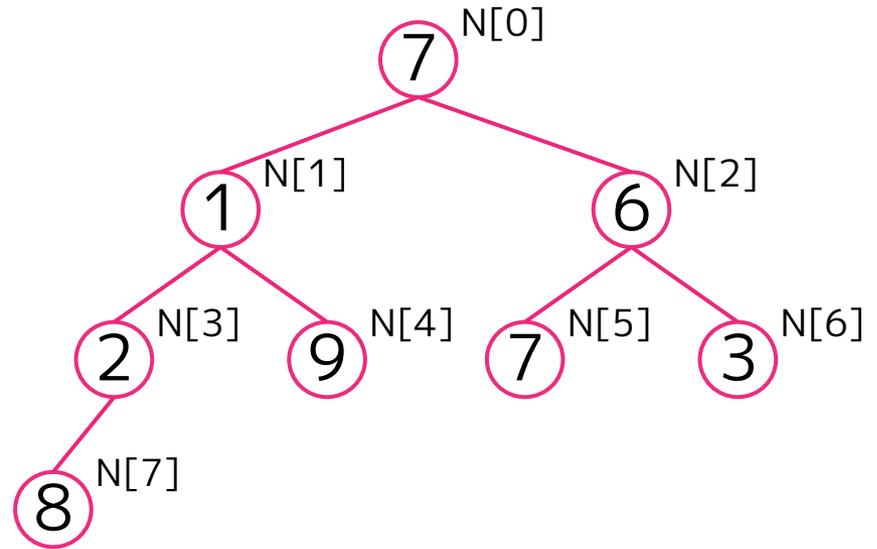
計算量の評価 - ○表記法

データ数 n が増えると、オーダーの違いによる差は大きくなる

n:	2	4	8	16	100	1万	100万	1億
1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
$\log_2 n$	0.7	1.4	2.1	2.8	4.6	9.2	13.8	18.4
$\log n$	1.0	2.0	3.0	4.0	6.6	13.3	19.9	26.6
n	2.0	4.0	8.0	16.0	100.0	10000.0	1.0×10^6	1.0×10^8
$n \log n$	1.4	5.6	16.6	44.4	460.5	92103.4	1.4×10^7	1.8×10^{10}
n^2	4.0	16.0	64.0	256.0	10000.0	1.0×10^8	1.0×10^{12}	1.0×10^{16}
$n!$	2.0	24.0	40320.0	2.0×10^{13}	#	#	#	#

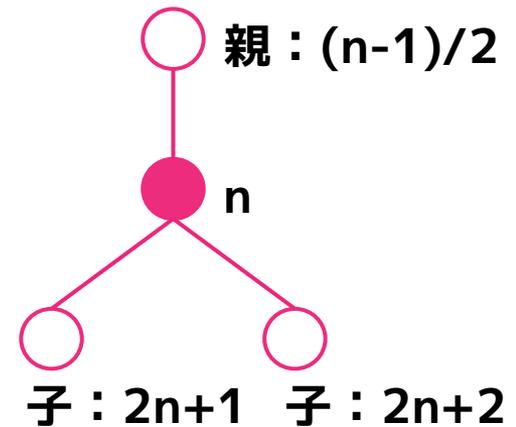
配列で表す二分木

木の構造と配列の要素を
対応させてデータを格納する



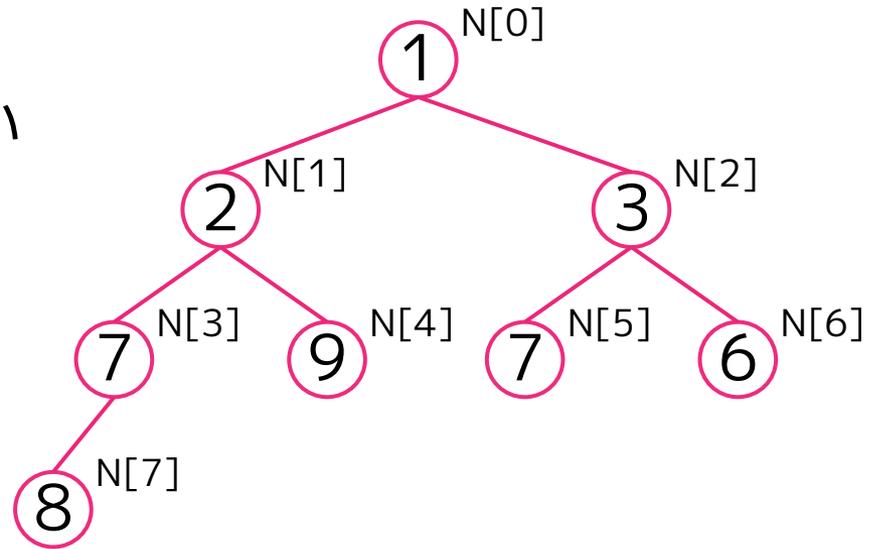
何が嬉しいか

親子関係を配列で表せる
どの部分でも配列添え字の関係が同じ



ヒープ構造

親の要素は子の要素より小さい
木の根の要素は最小の要素



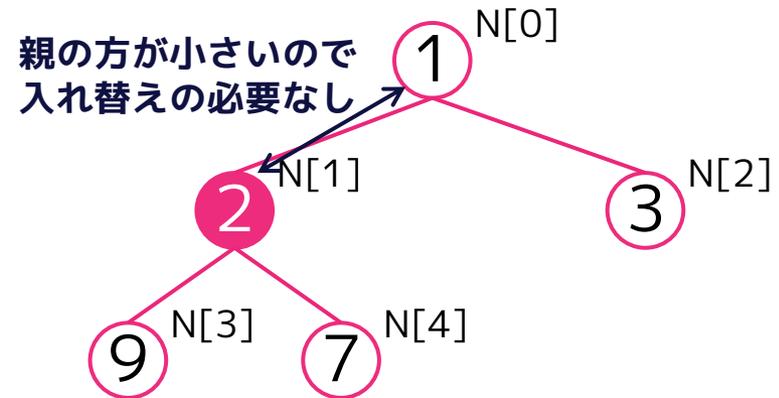
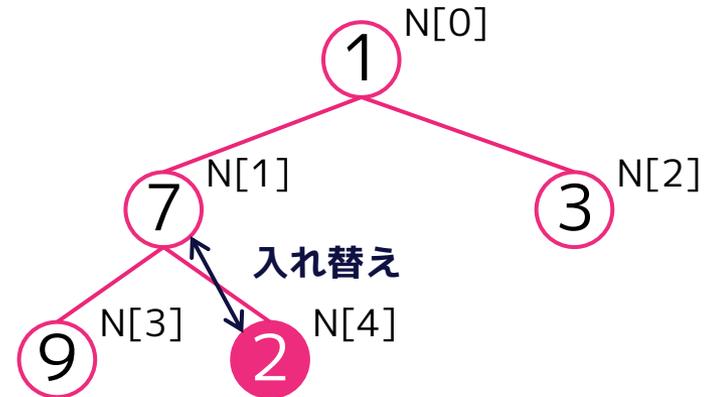
何が嬉しいか

常に根がその木の中の
最小値を格納している

→最小値取り出しの計算量は **$O(1)$**

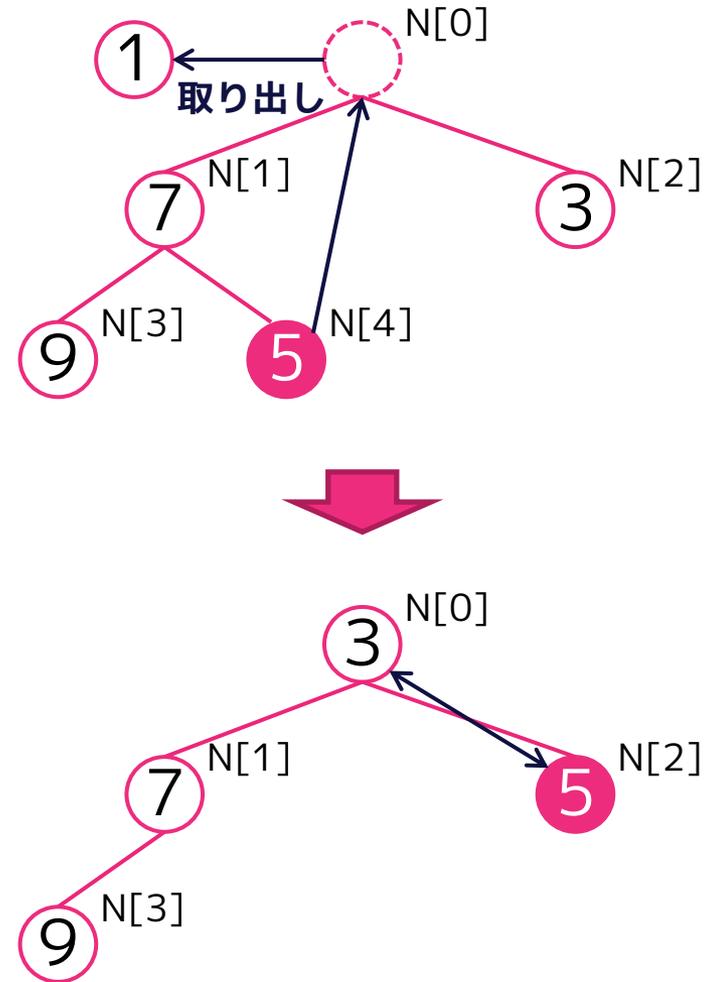
要素の挿入

木の最後（配列の最後に追加）
親と比較して親が大きければ
入れ替え



要素の取り出し

最後の要素を先頭に入れ、
子の方が小さければ入れ替え



javaでの実装例

```
import java.io.*; //java.ioパッケージを使う
import java.util.ArrayList; //ArrayListを使う

public class Main {
    public static void main(String[] args) {
        ArrayList<Integer> heapnode = new ArrayList<Integer>();
        insert(3,heapnode); //ここでは3,2,1を挿入している
        insert(2,heapnode);
        insert(1,heapnode);
        System.out.println(draw(heapnode)); //根の要素を取り出して結果を表示
    }

    static void insert(int x, ArrayList<Integer> heap){ //新しい要素の挿入の関数
        heap.add(x); //配列の最後に入れる
        int n = heap.size() - 1;
        while(heap.get((n-1) / 2) > heap.get(n)){ //親ノード((n-1)/2)との比較
            int a = heap.get((n-1) / 2); //要素の入れ替え
            heap.set((n-1) / 2, heap.get(n));
            heap.set(n, a);
            n = (n-1) / 2;
        }
    }
}
```

javaでの実装例

```
static int draw(ArrayList<Integer> heap){  
    int minimum = heap.get(0);  
    heap.set(0, heap.get(heap.size() - 1));  
    heap.remove(heap.size() - 1);  
    int n = 0;  
    while(2*n+1 < heap.size() && heap.get(n) > heap.get(2*n+1)){ //子(左側)との比較  
        int a = heap.get(n);  
        heap.set(n, heap.get(2*n+1));  
        heap.set(2*n+1, a);  
        n = 2*n+1;  
    }  
    while(2*n+2 < heap.size() && heap.get(n) > heap.get(2*n+2)){ //子(右側)との比較  
        int a = heap.get(n);  
        heap.set(n, heap.get(2*n+2));  
        heap.set(2*n+2, a);  
        n = 2*n+2;  
    }  
    return minimum;  
}  
}
```

//根の要素の取り出しの関数
//いったん根の要素を保管
//最後尾の要素を根に持ってくる
//最後尾要素を消去

ダイクストラ法

javaでの実装例

```
static int draw(ArrayList<Integer> heap){  
    int minimum = heap.get(0);  
    heap.set(0, heap.get(heap.size() - 1));  
    heap.remove(heap.size() - 1);  
    int n = 0;  
    while(2*n+1 < heap.size() && heap.get(n) > heap.get(2*n+1)){ //子(左側)との比較  
        int a = heap.get(n);  
        heap.set(n, heap.get(2*n+1));  
        heap.set(2*n+1, a);  
        n = 2*n+1;  
    }  
    while(2*n+2 < heap.size() && heap.get(n) > heap.get(2*n+2)){ //子(右側)との比較  
        int a = heap.get(n);  
        heap.set(n, heap.get(2*n+2));  
        heap.set(2*n+2, a);  
        n = 2*n+2;  
    }  
    return minimum;  
}  
}
```

//根の要素の取り出しの関数
//いったん根の要素を保管
//最後尾の要素を根に持ってくる
//最後尾要素を消去

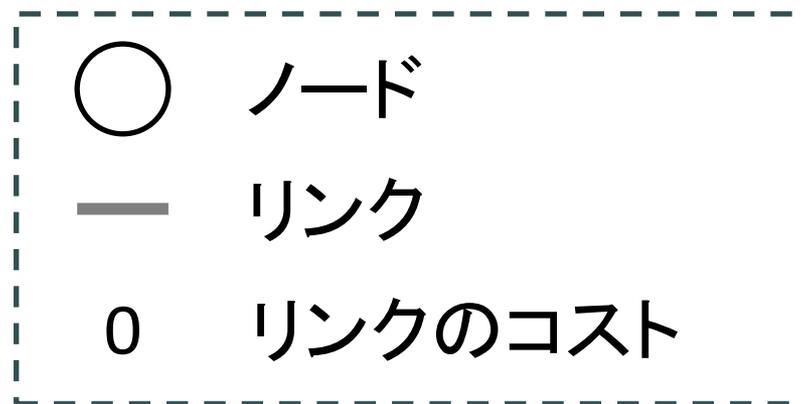
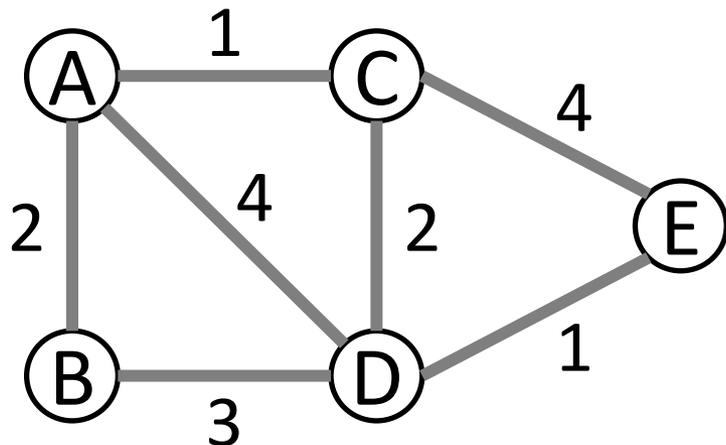
○ダイクストラ法

▼ダイクストラ法

グラフの最短距離・経路を求めるアルゴリズム

ダイクストラ(蘭)が1958年に考案

(例) AからEまで行く最短距離は？
そしてその経路は？



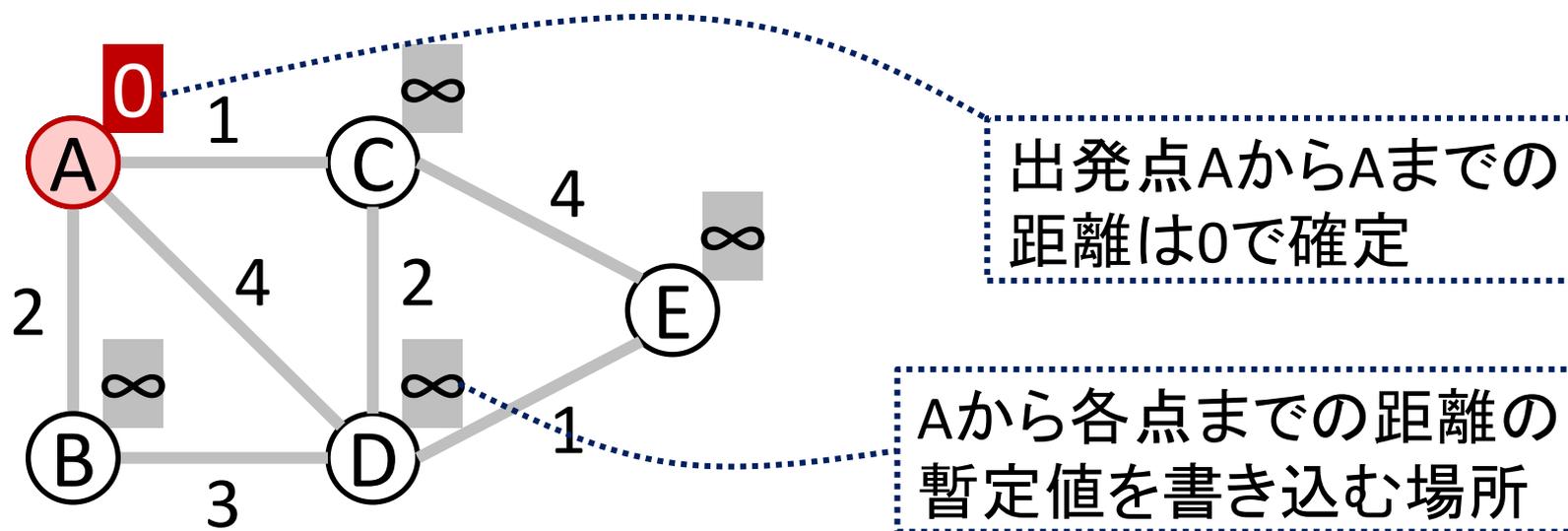
○ダイクストラ法

▼ダイクストラ法の考え方

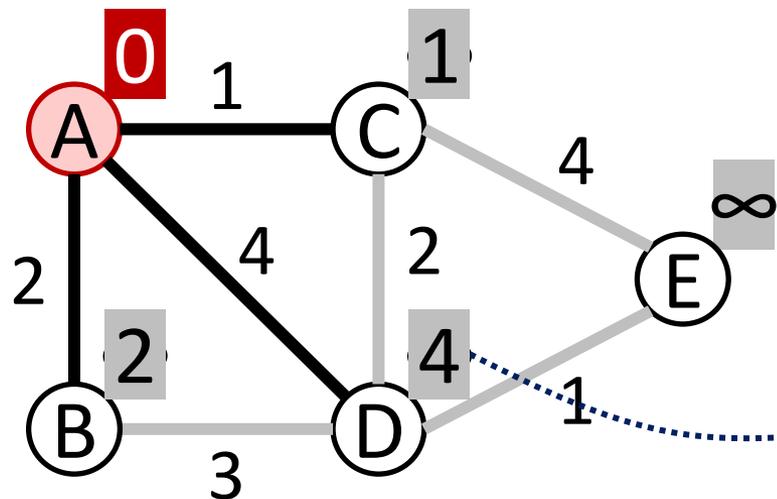
<わかった最短経路から確定させていく>

【Step1】 出発点から各点の距離の暫定値を設定

(赤色:確定済のノード・値、灰色:未確定)



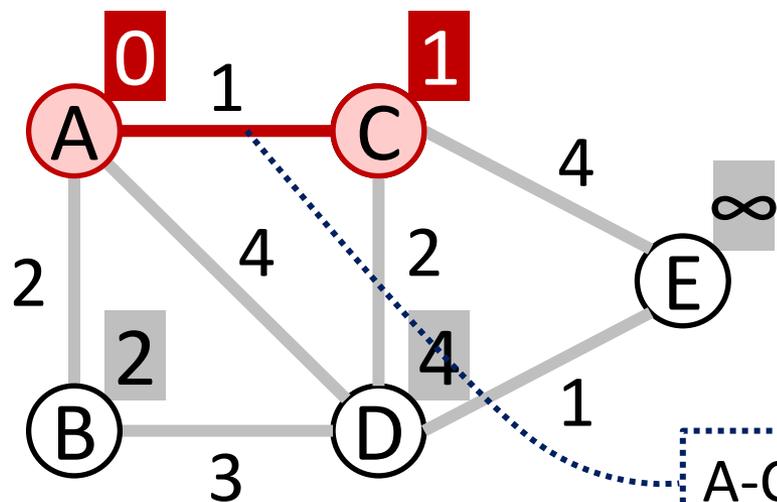
○ダイクストラ法



【Step2】

確定済の点から経路を
たどり暫定値を更新

例えば現時点でのAからDの
最短距離は4

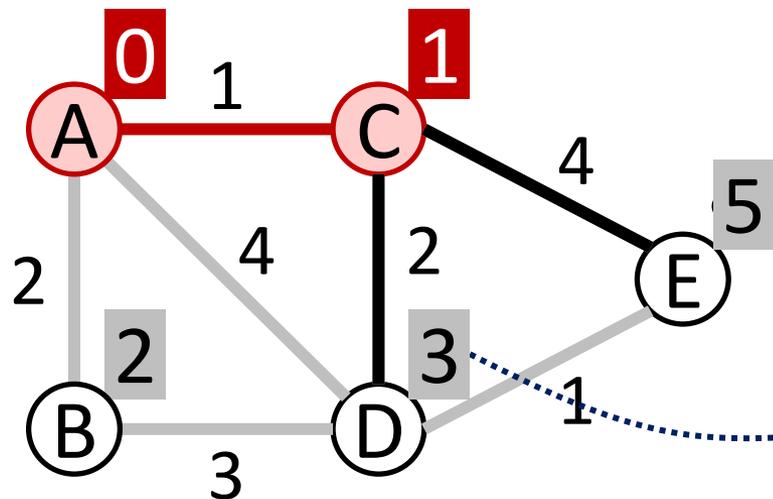


【Step3】

未確定の中で最小距離の
点を確定させる

A-Cの最短経路も確定

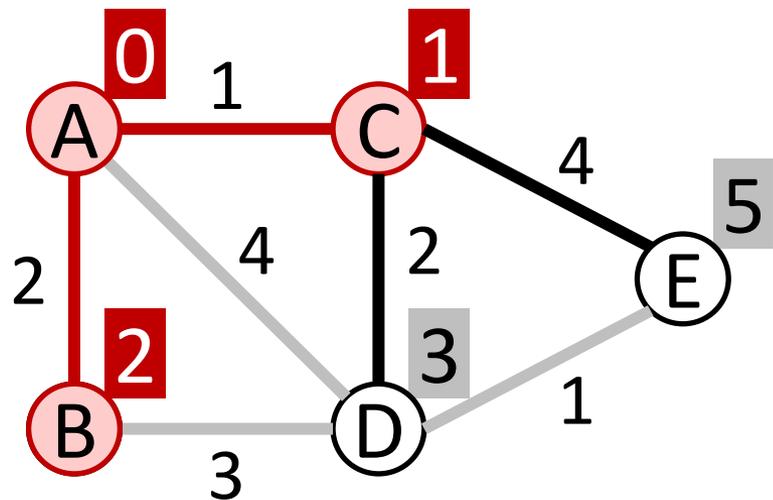
○ダイクストラ法



【Step4】

確定済の点から経路を
たどり暫定値を更新

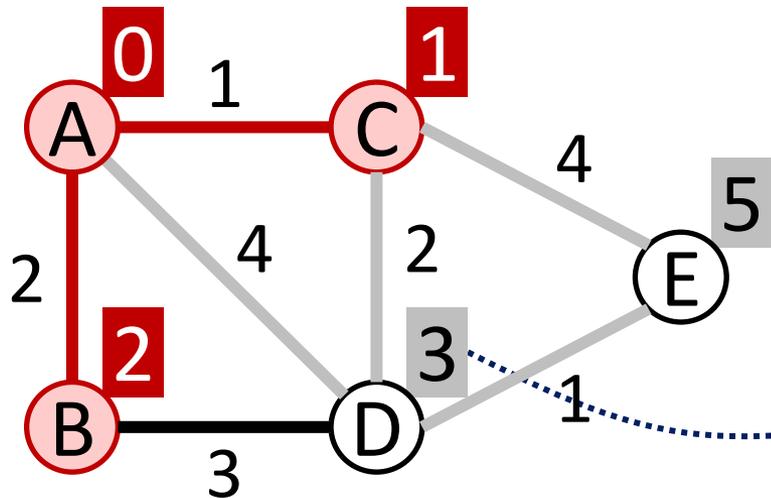
A-Dの4よりA-C-Dの3の方が
小さいため、3に更新



【Step5】

未確定の中で最小の
点を確定させる

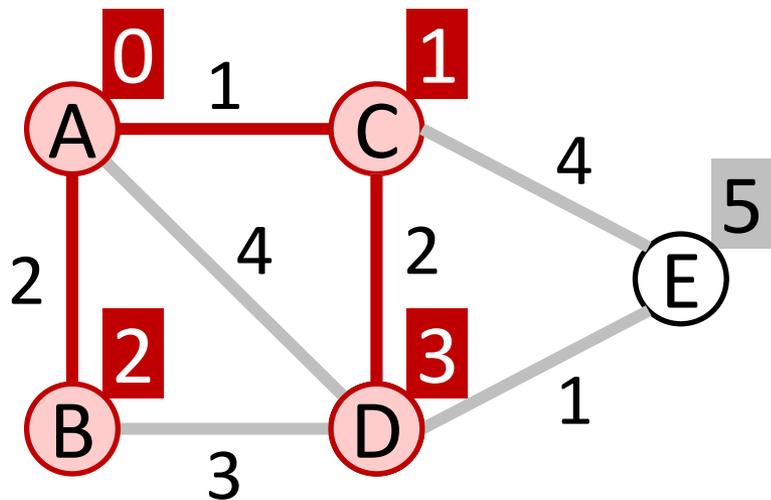
○ダイクストラ法



【Step6】

確定済の点から経路を
たどり暫定値を更新

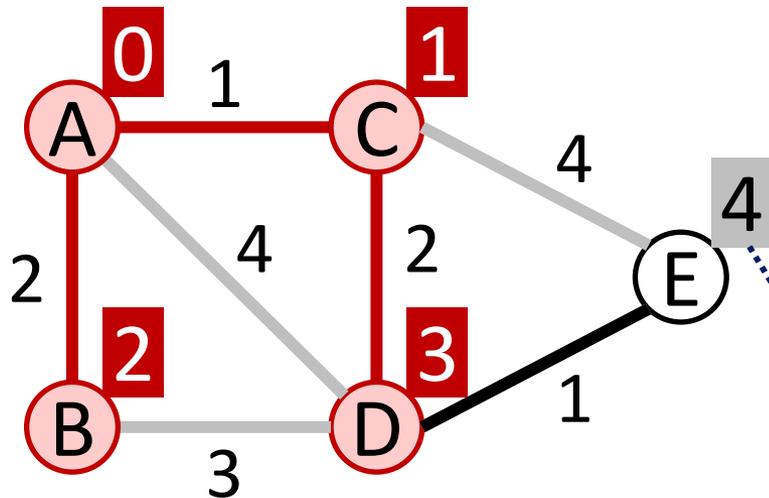
A-C-Dの3よりA-B-Dの5の方が
大きいため更新されず



【Step7】

未確定の中で最小の
点を確定させる

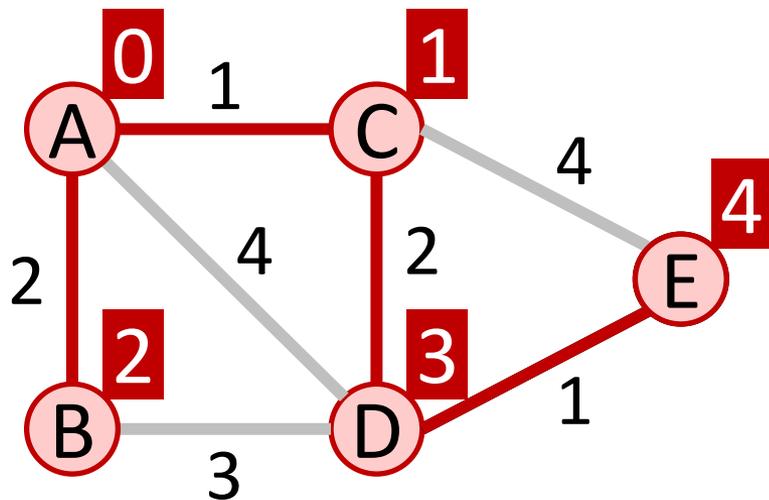
○ダイクストラ法



【Step8】

確定済の点から経路を
たどり暫定値を更新

A-C-Eの5よりA-C-D-Eの4の
方が小さいため更新



【Step9】

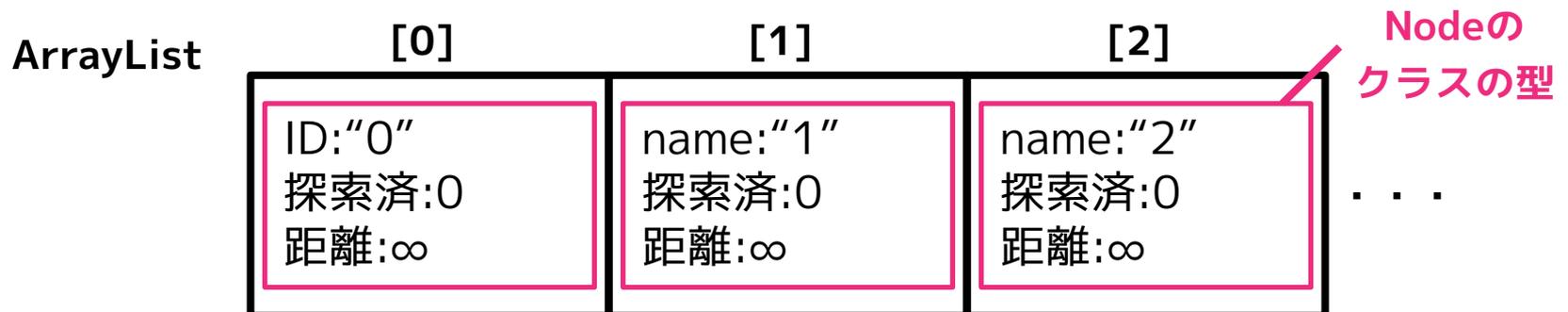
未確定の中で最小の
点を確定させる

完成 AからEの最短距離は4で
経路はA-C-D-E

ダイクストラ法アルゴリズムの実装

- ・ダイクストラ法をjavaで実装
- ・まずはやってみる、可能であればデータの構造やアルゴリズムの工夫で高速化

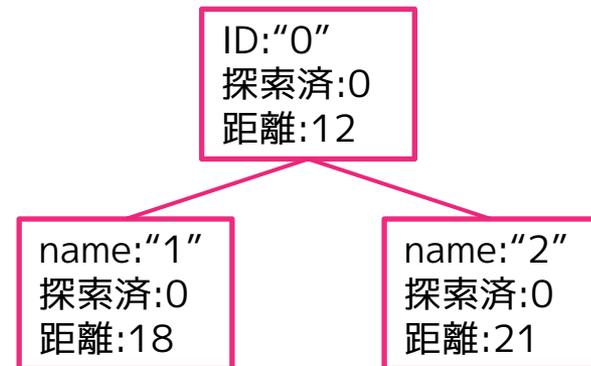
基本的には、nodeとlinkについてそれぞれクラスの型を作って配列で管理、逐次探索する



ダイクストラ法アルゴリズムの実装

高速化のヒントとして . . .

- ・ 次に探索する可能性のあるノードをヒープ木にするとか



- ・ Nodeのデータの中に次に接続可能なNodeを格納して、リンクの長さは行列で管理するとか . . .

```
ID: \"0\"  
探索済: 0  
距離: ∞  
次ノード: 1, 4, 7
```