

Research on delay propagation mechanism of air traffic control system based on causal inference

Zeng, Leya, et al. "Research on delay propagation mechanism of air traffic control system based on causal inference." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 138 (2022): 103622.

理論談話会 #10

M1 倉澤龍平

研究のサマリー

- 航空交通管制(ATC)における遅延発生・遅延伝播のメカニズムの理解
- 因果ダイアグラムの構築を通じ，空港が遅延に及ぼす影響を把握
- システムの遅延を起こしやすい空港を判別する指標を作成.

良い点

複雑なモデリングに頼ることなく遅延メカニズムを理解し，課題のある空港の識別に成功している.

課題点

極端な遅延のみを扱う際の閾値の設定方法がやや力技であり大規模には活用しにくい.

研究のサマリー

新規性

- 遅延メカニズムを強い仮定をおいたモデリングや相関による分析でなく，因果の観点から分析している
- 空港遅延メカニズムにおいて発生する非線形性や吸収される小さな遅延を考慮してメカニズムの解明を行なっている。

有用性

- 遅延を生み出しやすい空港を特定することができ，対策をうち出すべき空港を明確化できる
- メカニズムは他の交通機関の分析にも転用可能

信頼性

アルゴリズムの仮定は定常性以外は妥当性が高い。

目次

1. Introductionと既往研究の整理
2. 提案手法
 - 因果ダイアグラムの性質
 - 因果関係が成立する条件
 - FullCIの課題
 - PCMCIアルゴリズム+極端事象予測
3. シミュレーションによる検証
4. ATCシステムへの適用
5. 結論

Introduction

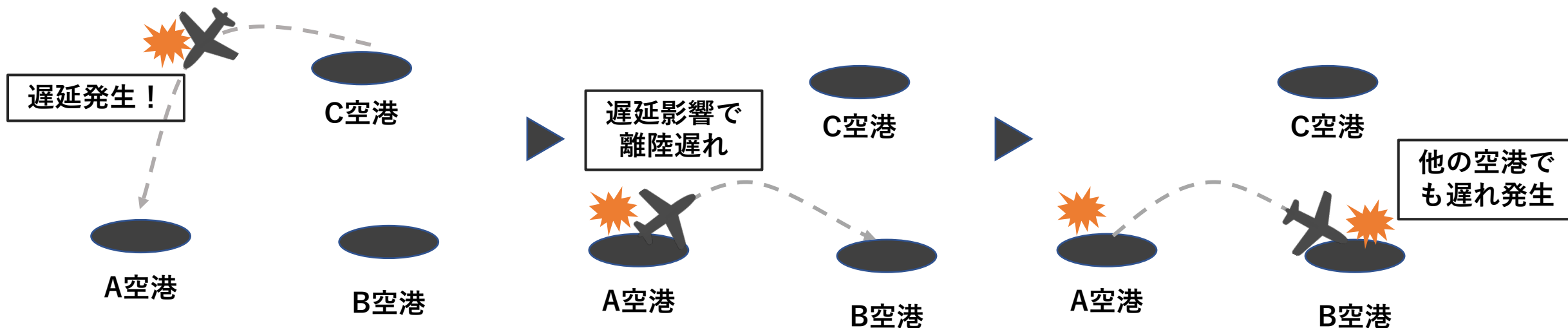
航空産業の需要増加



遅延の発生

航空交通管制(ATC)システムの特徴：**大規模**であり，複雑な**相互作用**を持つ

→小さな出来事が大きな影響を与えることがある



遅延発生のメカニズムを理解したい！

既往研究

ATC遅延システム研究

- 遅延システムのモデリング(Pygiotis et al.(2013), Wu et al.(2018)など)
- 統計学的手法を用いた遅延の予測(Cheng et al.(2019)など)
- 遅延を考慮した飛行軌道の最適化(Belkoura et al.(2016)など)

課題

モデリングでは明示的な相互作用や相関のみを考慮
→現実で起こっている複雑な現象を反映しきれない



時系列因果推論手法を用いた実データ解析

時系列因果推論の適用研究

- Granger因果の適用(Zanin et al.(2017), Du et al.(2018))

→ Y_t の自己回帰モデルに説明変数 X_t の過去の値を含めたとき, 回帰モデルの説明力が強まるか検証

課題：非線形的な影響を扱うことができない

- Transfer Entropyの適用(Xiao et al(2020))

→ Y_t を知っている状態で, X_t の過去の値を知っていることが Y_{t+1} の予測にどれほど寄与するかを情報論的観点から検証

課題：伝播しない遅延の効果を考慮することができない

ex)小さな遅延は, 運行計画のバッファにより伝播させないことが可能

課題：遅延伝播のタイムラグを細かく見ることが不可能

研究手法の概要

PCMCIアルゴリズム

(細かい粒度で因果関係を見出せるアルゴリズム)

+

極端事象測定メカニズム

極端な遅延を対象とした因果ダイアグラムの作成

ネットワークの特徴を表す指標から遅延伝播の特徴を解明

空港の遅延を引き起こしやすさを評価する指標の作成

目次

1. Introductionと既往研究の整理

2. 提案手法

- 因果ダイアグラムの性質・因果関係が成立する条件
- FullCIの課題
- PCMCIアルゴリズム+極端事象予測

3. シミュレーションによる検証

4. ATCシステムへの適用

5. 結論

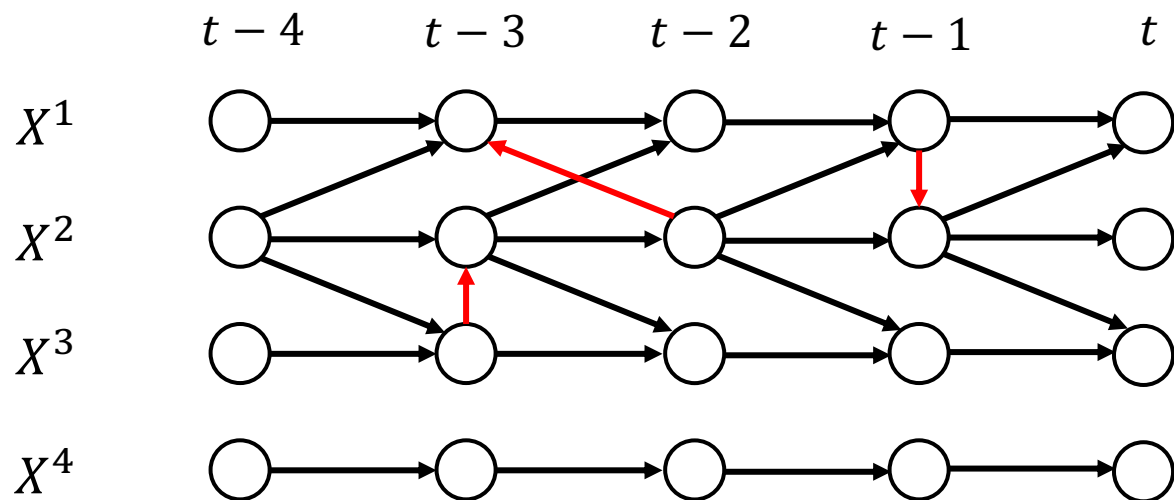
因果ダイアグラム

向きがある

因果ダイアグラム = 因果関係を 非巡回 有向 グラフ (DAG) の形式で表したものの

同じ場所に戻ってこれない

時系列の場合の例



原則として,

原因の後に結果が生じる

という仮定をおく.

赤色のような因果関係は生じない.

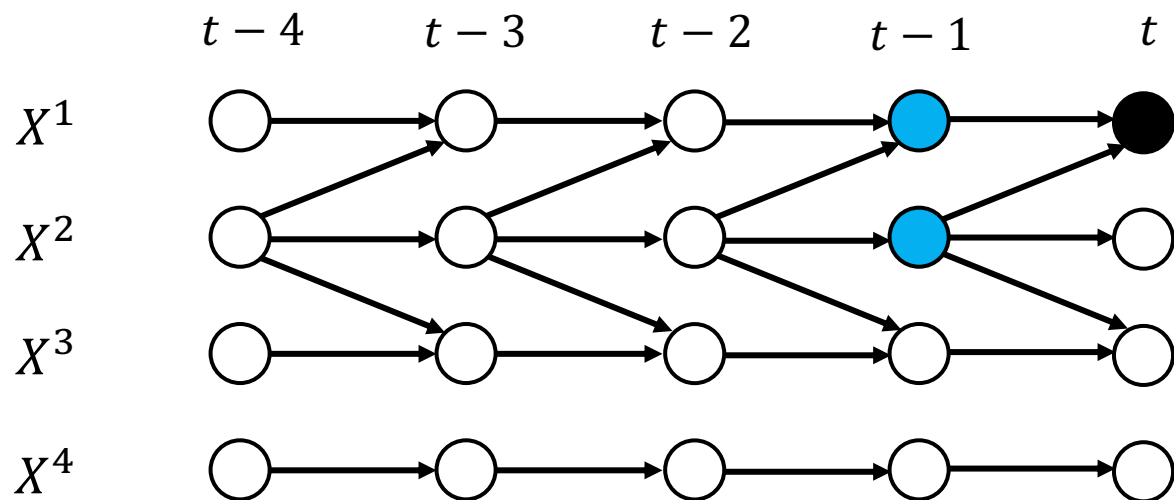
因果ダイアグラム

向きがある

因果ダイアグラム = 因果関係を 非巡回有向グラフ(DAG) の形式で表したもの

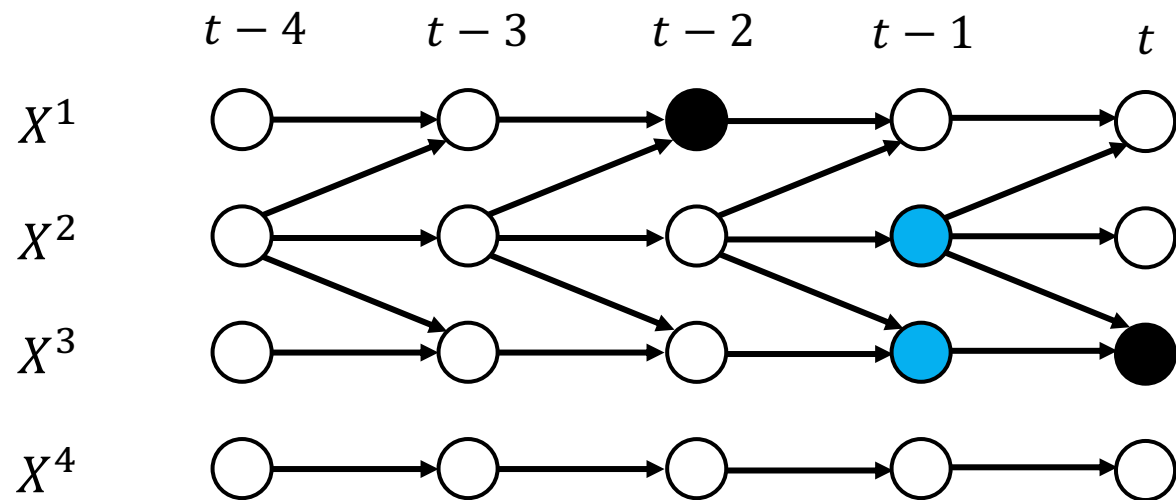
同じ場所に戻ってこれない

時系列の場合



あるノードの原因となるノードを**親**という
ex) X_t^1 の親は X_{t-1}^1, X_{t-1}^2 ,この集合を $P(X_t^1)$ と表す.

矢印が伸びる条件



X_t^j : 空港 j の時刻 t の説明変数

X_t : 時刻 t の説明変数の集合

X_{t-2}^1 から X_t^3 への直接的因果関係がある

$$X_{t-2}^1 \rightarrow X_t^3$$

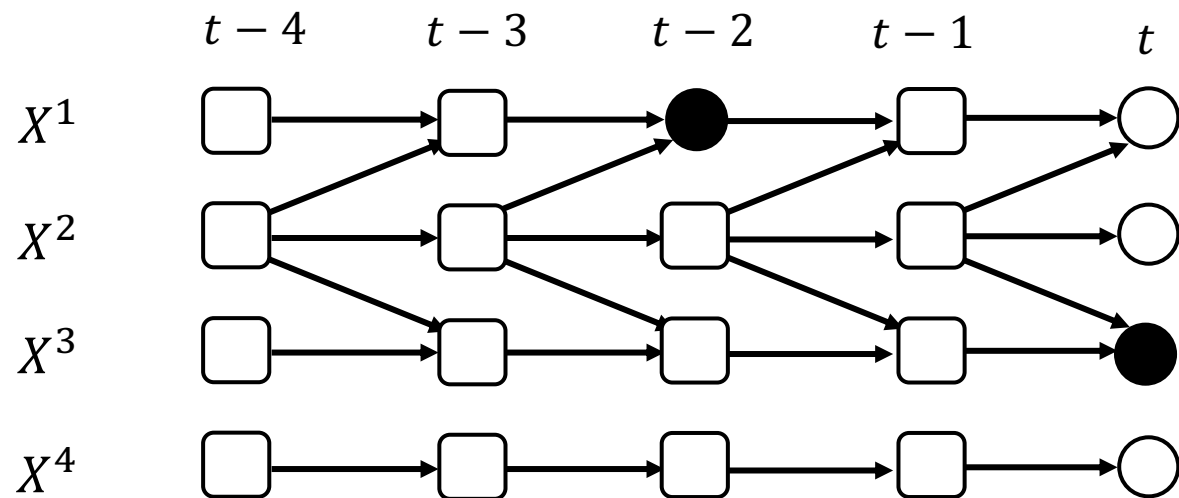


X_{t-2}^1 が X_t^3 の親ノードに含まれる

$$X_{t-2}^1 \in P(X_t^3)$$

データを見ただけではどれが親ノードかわからない...

矢印が伸びる条件



X_t^j : 空港 j の時刻 t の説明変数

\mathbf{X}_t : 時刻 t の説明変数の集合

□ : 条件づけられたノード

X_{t-2}^1 が X_t^3 の親ノードに含まれる

$$X_{t-2}^1 \in P(X_t^3)$$



X_{t-2}^1 から X_t^3 への(直接的)因果関係がある

$$X_{t-2}^1 \rightarrow X_t^3$$



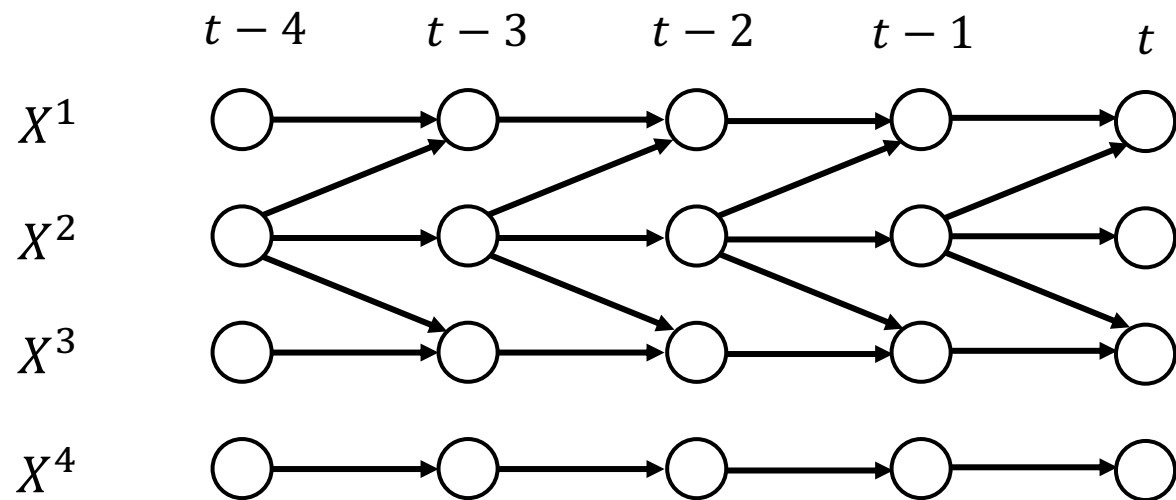
X_{t-2}^1 以外の全ての過去変数 $X_t^- = (\mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{X}_{t-2} \dots)$

を条件づけたときに, X_{t-2}^1 と X_t^3 が独立でない

$$X_{t-2}^1 \not\perp X_t^3 | X_t^- / X_{t-2}^3$$

着目していないノード全てに関する条件付き独立を考える

矢印が伸びる条件(一般化)



X_t^j : 空港 j の時刻 t の説明変数

\mathbf{X}_t : 時刻 t の説明変数の集合

$X_{t-\tau}^i$ から X_t^j への因果関係がある

$$X_{t-\tau}^i \rightarrow X_t^j$$



$X_{t-\tau}^i$ が X_t^j の親ノードに含まれる

$$X_{t-\tau}^i \in P(X_t^j)$$



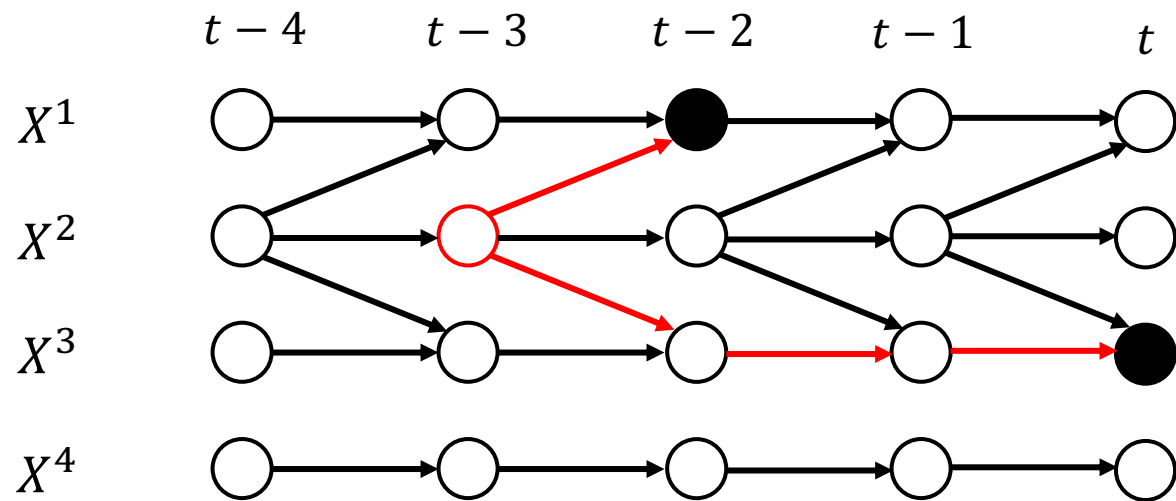
$X_{t-\tau}^i$ 以外の全ての過去変数 $X_t^- = (\mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{X}_{t-2} \dots)$

を条件づけたときに, $X_{t-\tau}^i$ と X_t^j が独立でない

$$X_{t-\tau}^i \not\perp X_t^j | X_t^- / X_{t-\tau}^i$$

この手法を以降, **FullCI**と呼ぶ

条件づけなしで検証すると…



X_t^j : 空港 j の時刻 t の説明変数

\mathbf{X}_t : 時刻 t の説明変数の集合

本来成立すべきでない多くのペアで

$$X_{t-\tau}^i \perp\!\!\!\perp X_t^j$$

が成立する！！

両方の要素に影響を与える共通の要因

(**共変量**)の存在が原因

(例えば赤色のルート)

→因果のないところに因果を検知し

てしまう

FullCIの課題

条件づける変数を増やすと，真の因果関係を検出する力が弱くなる

例

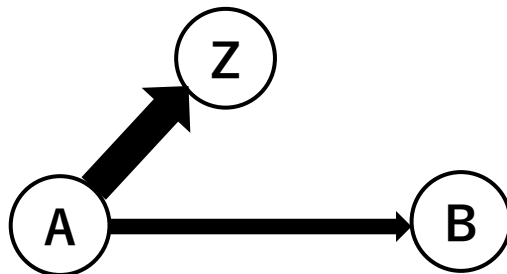
真の因果関係



矢印の太さ = 因果関係の強さ

Aを原因とする

別の変数を導入すると…

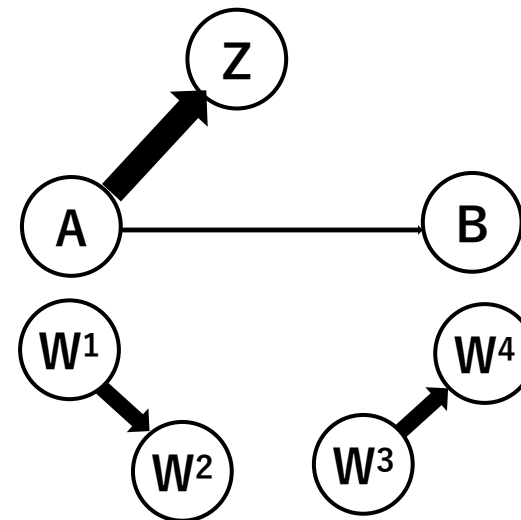


A→Bの因果関係の
検出力の低下

(∵ZがAの情報を含む)

A, Bと無関係な

変数を多数導入すると…



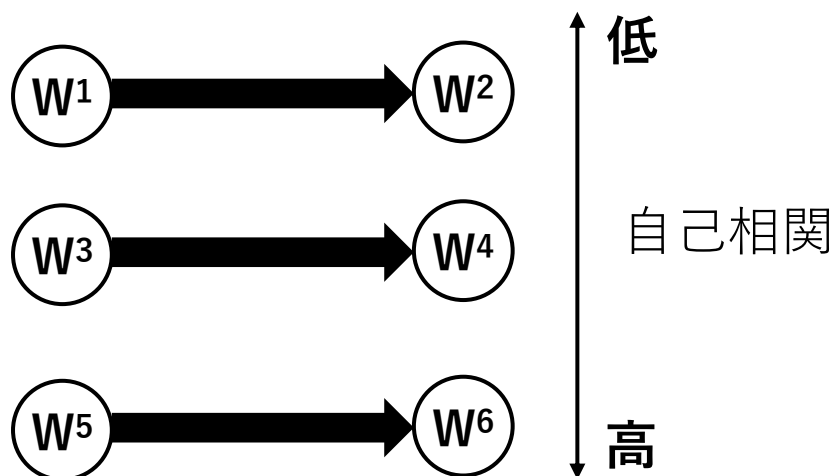
さらにA→Bの因果関係の
検出力の低下(∵多次元性)

FullCIの課題

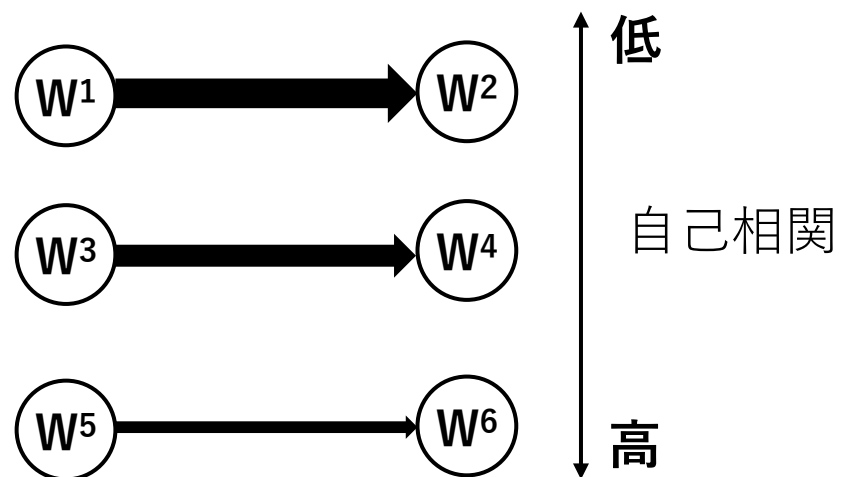
変数の自己相関が強いと、真の因果関係を検出する力が弱くなる

例

真の因果関係



FullCIによる因果関係の検出



FullCIの課題

正確な因果発見のためにはより多くの変数で条件づけたい

が

多くの変数を条件づけると真の因果関係を見つけにくくなる



**条件づける変数を効果のあるものに絞り込んで検証
(PCMCIアルゴリズム)**

因果マルコフ条件の利用

因果マルコフ条件

変数 X をその親にあたる変数で条件づけた際、

X はその非子孫と独立になる

例

Z
↓

左図では、 $X \perp Z | Y$ が成立

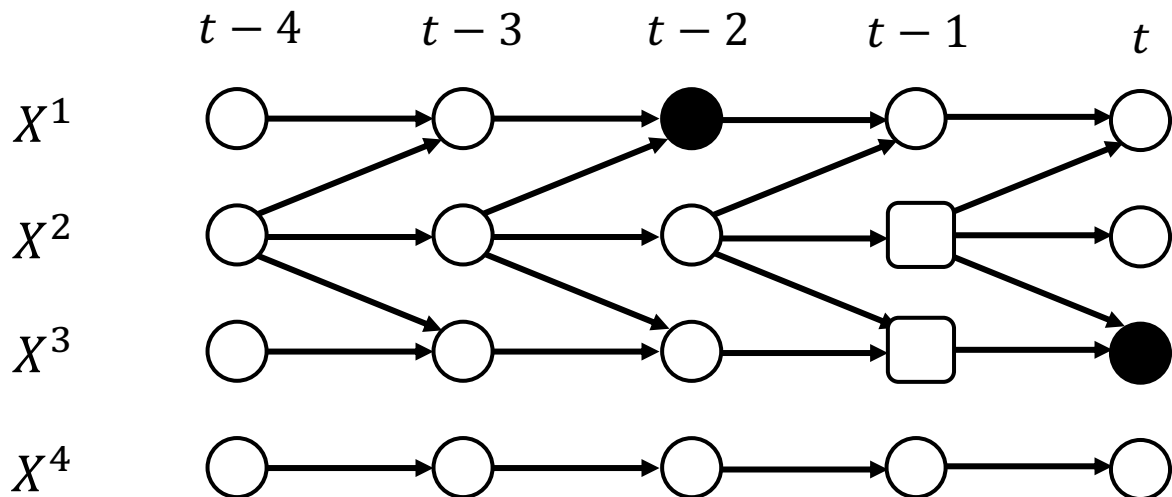
$Y \longrightarrow X$

因果マルコフ条件から、

$X_{t-\tau}^i \rightarrow X_t^j$ を検証するためには、

X_t^j の親ノードの集合 $P(X_t^j)$ から $X_{t-\tau}^i$ を除いたものを条件づければ良い。

→ X_t^j の親ノードの要素を知りたい



PCアルゴリズム

親ノードの候補を絞り込むアルゴリズム

PCアルゴリズムの発想

親ノードは親ノード以外の全ての過去変数と条件づけても子と独立にならない。

$$p \not\perp X_t^j | X_t^- / P(X_t^j), \quad p \in P(X_t^j)$$

$X_t^- = (X_{t-1}, X_{t-2}, \dots)$ はすべての過去変数の集合



[条件]

親ノードは親ノード以外のn個の過去変数と条件づけても独立にはならない。

$$p \not\perp X_t^j | S_n / p, \quad p \in P(X_t^j)$$

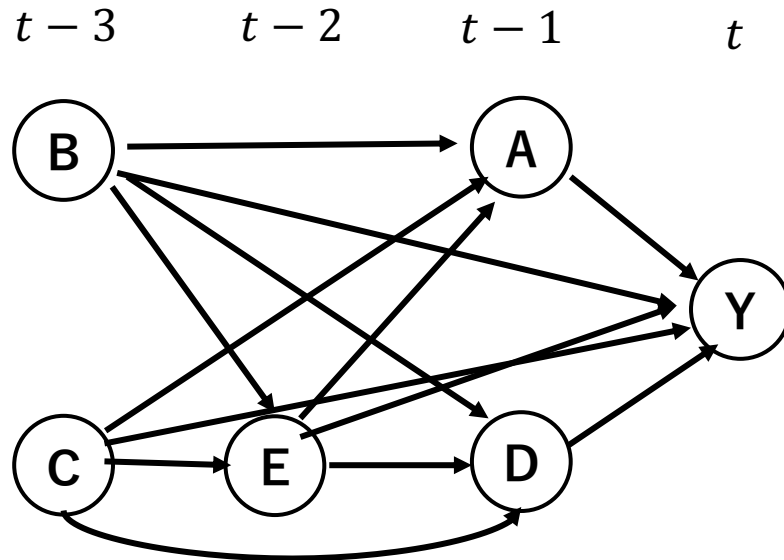
(S_n は X_t^- の要素から n 個抽出したもの)

$n = 0, 1, \dots$ で [条件] を試し、みたさないものを $P(X_t^j)$ の候補から取り除く

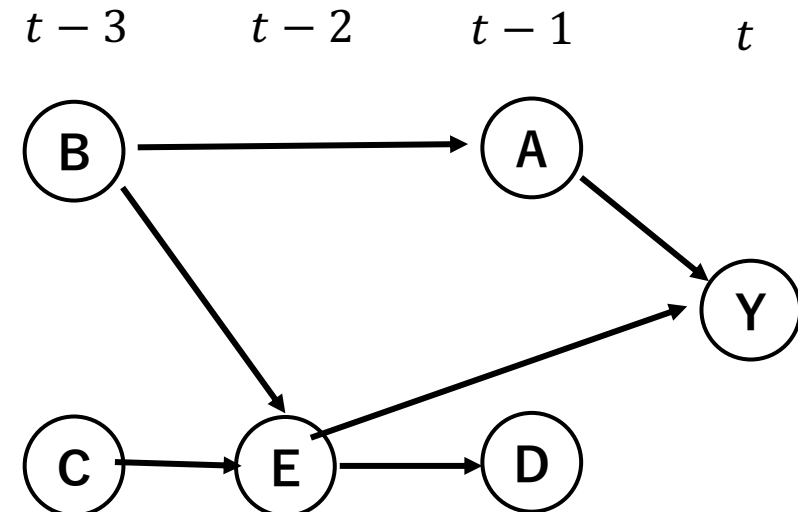
PCアルゴリズムの例

以下の**真の因果関係**を推論してYの親ノードを明らかにしたい。

① 考えられるすべての因果関係に線を引いておく
Yの親ノードの候補:{A,B,C,D,E}



真の因果関係

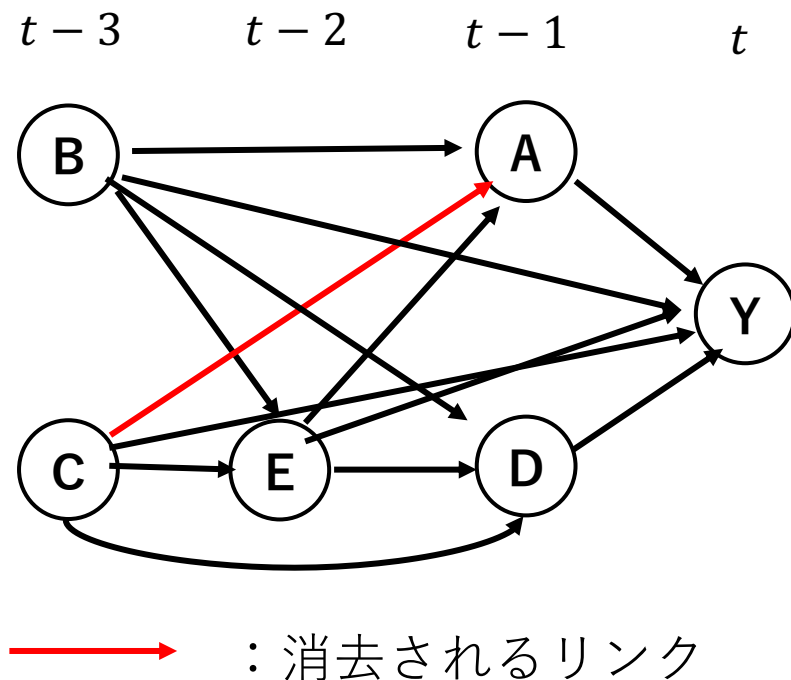


PCアルゴリズムの例

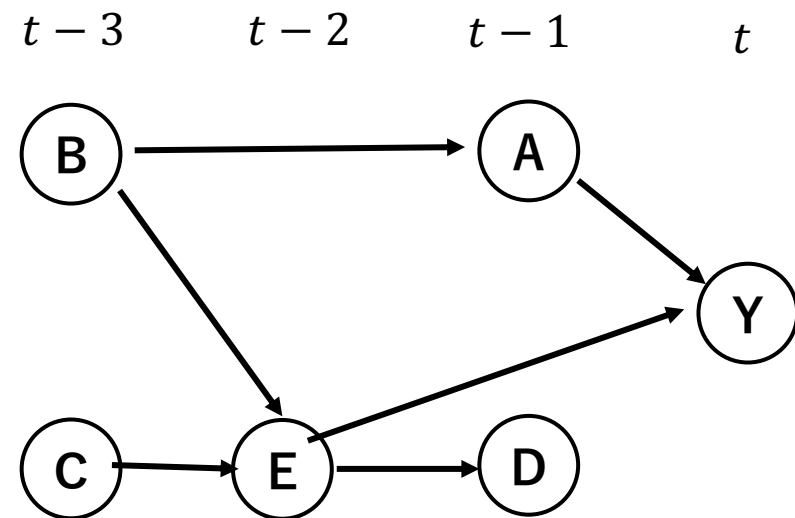
① $n = 0$ の場合の非独立性の検証

$X_{t-\tau}^i \perp X_t^j$ であれば $X_{t-\tau}^i \rightarrow X_t^j$ を消去

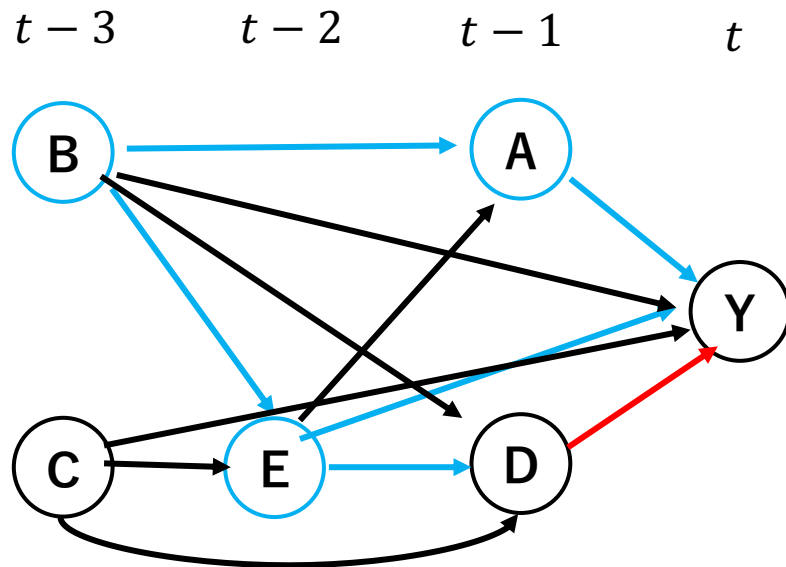
Y の親ノードの候補: {A, B, C, D, E}



真の因果関係



PCアルゴリズムの例



例えば, $D \rightarrow Y$ は

$$D \perp Y | E$$

なので消去される

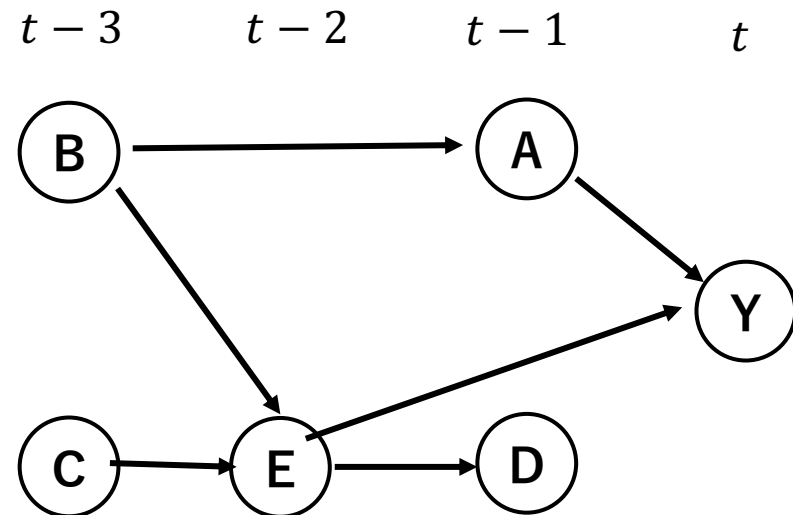
(水色のパスがブロックされる)

② $n = 1$ の場合の非独立性の検証

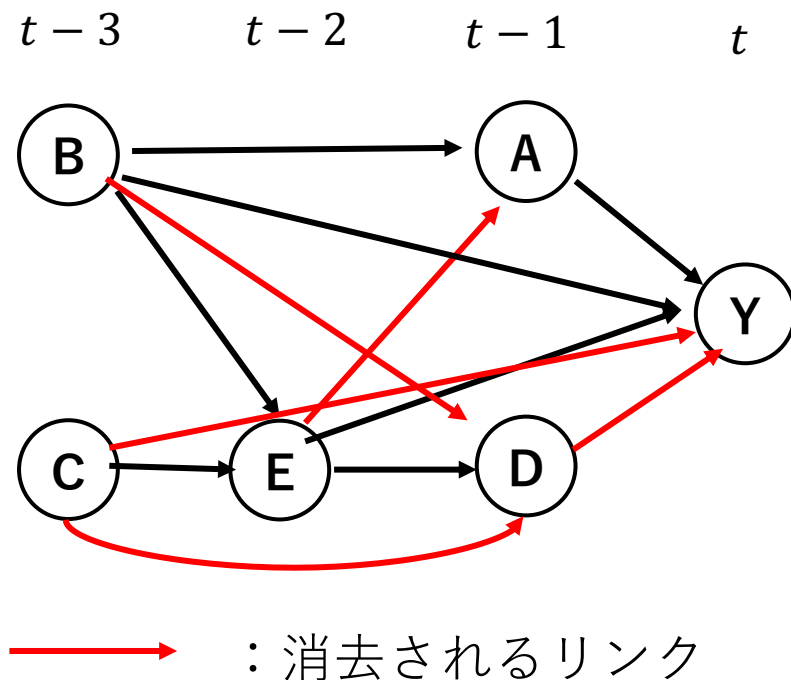
$X_{t-\tau}^i \perp X_t^j / S_1$ であれば $X_{t-\tau}^i \rightarrow X_t^j$ を消去
(S_1 は適当な変数1つ)

Yの親ノードの候補: {A, B, E}

真の因果関係



PCアルゴリズムの例



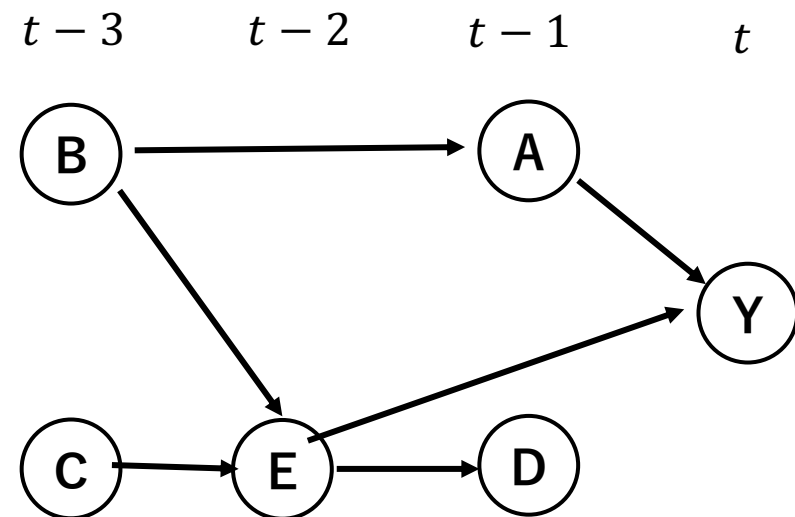
② $n = 1$ の場合の非独立性の検証

$X_{t-\tau}^i \perp X_t^j / S_1$ であれば $X_{t-\tau}^i \rightarrow X_t^j$ を消去

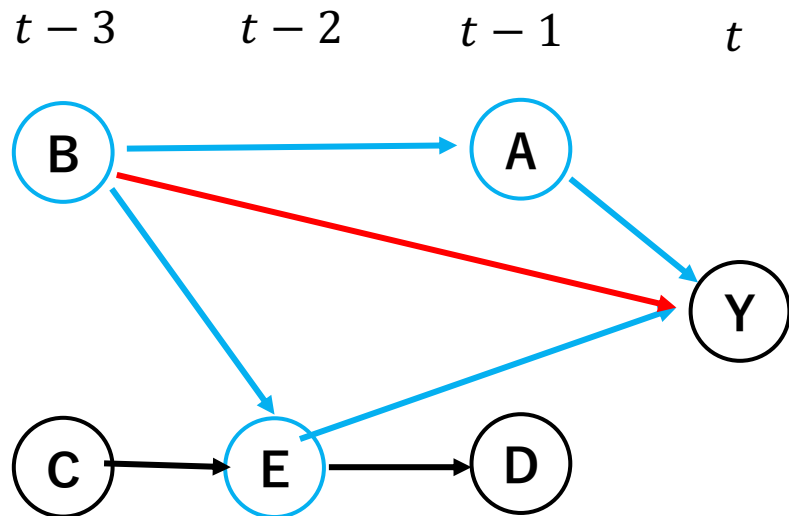
(S_1 は適当な変数1つ)

Y の親ノードの候補: {A, B, E}

真の因果関係



PCアルゴリズムの例



$B \rightarrow Y$ は

$$B \perp Y | A, E$$

なので消去される

(水色のパスがブロックされる)

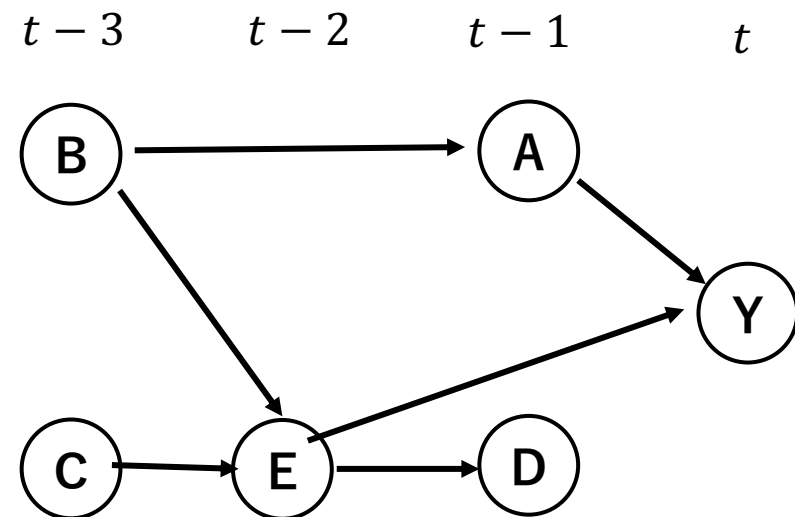
② $n = 2$ の場合の非独立性の検証

$X_{t-\tau}^i \perp X_t^j / S_2$ であれば $X_{t-\tau}^i \rightarrow X_t^j$ を消去
(S_2 は適当な変数2つ)

Yの親ノードの候補: {A, E}

→復元完了!

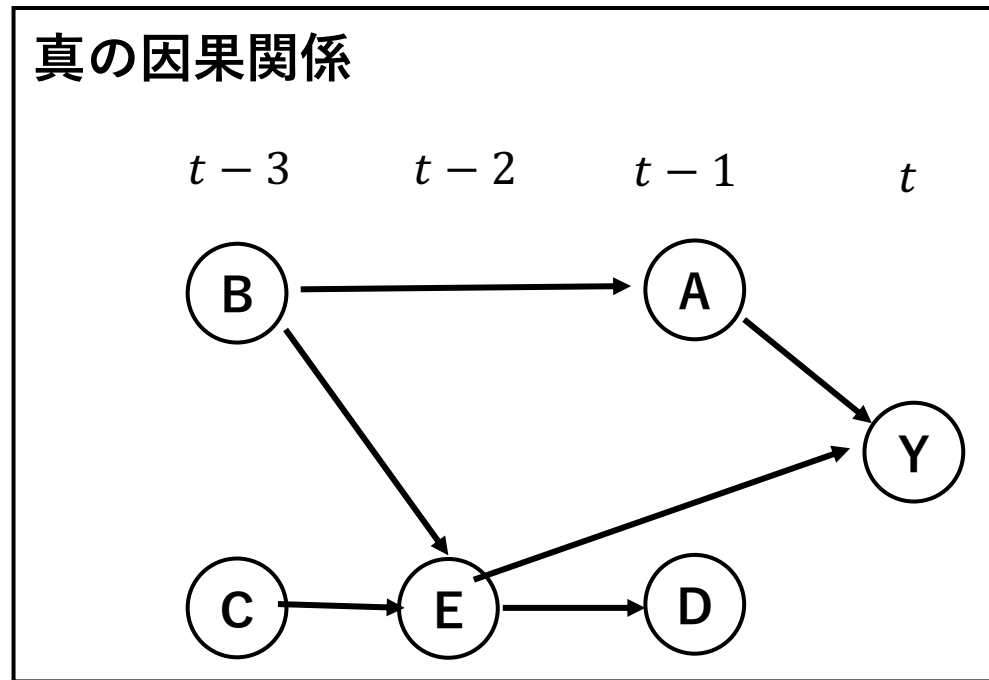
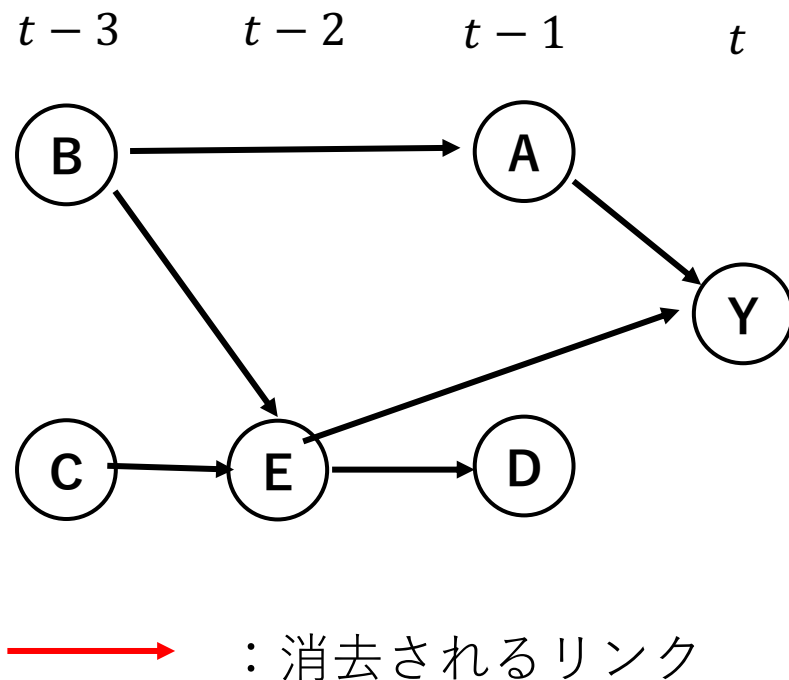
真の因果関係



PCアルゴリズムの例

今回は $n = 2$ の時の検証で完全な因果関係がわかるが、
複雑なデータではもっと大きい値での検証が必要

→ n の上限を設定して、**親ノードの候補** $\hat{P}(X_t^j)$ をある程度絞り込む



MCIテスト

PCアルゴリズムで絞り込んだ親ノードの候補を利用して因果関係を検証しようとする時、

$$X_{t-\tau}^i \not\perp X_t^j | \hat{P}(X_t^j) / X_{t-\tau}^i$$

の検証をすることになるが、これではうまくいかないことがある。

→ 「**変数の自己相関が強いと真の因果関係を検出する力が弱くなる**」という課題を解決できていないため

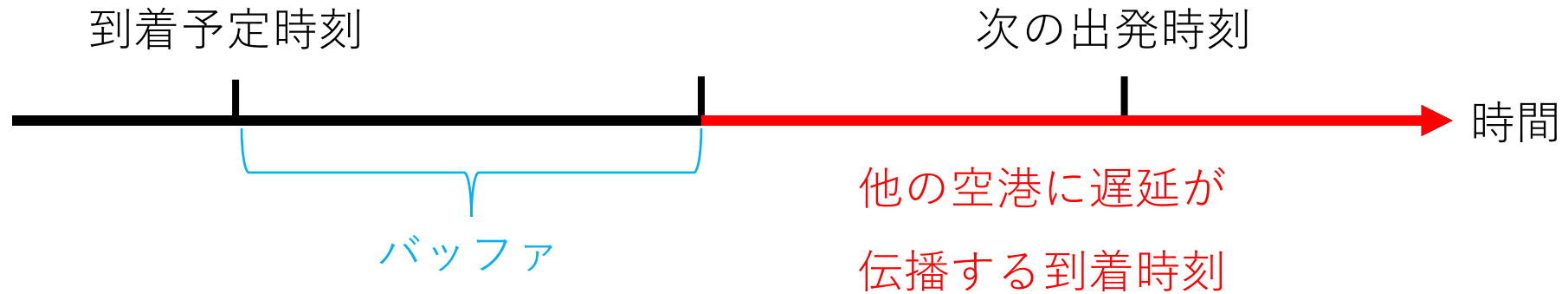
これは、

$$X_{t-\tau}^i \not\perp X_t^j | \hat{P}(X_{t-\tau}^i), \hat{P}(X_t^j) / X_{t-\tau}^i$$

と原因の親に関しても条件づけることで解決できる。

極端事象測定

航空機の遅延は小さければバッファを用いて遅延を吸収することが可能。



全ての遅延データを用いて因果関係を検証すると「平均的な」因果の伝播関係が得られるが、小さな遅延データを含むため、極端な遅延の因果関係分析には向かない

→ 閾値を設定し、大きい遅延のみを扱う

閾値の選定方法・MCIテストとの組み合わせ

閾値設定の上での課題

- 空港によって閾値が異なる
- どのように設定してもバイアスが生じる

→MCI検定においていろいろな値を試して、もっとも統計的有意性が高かったものを採用

MCIテストとの組み合わせ

MCIテスト

$X_{t-\tau}^i$ と X_t^j の因果関係の有無を

$$X_{t-\tau}^i \not\propto X_t^j | \hat{P}(X_{t-\tau}^i), \hat{P}(X_t^j) / X_{t-\tau}^i$$

を検証することで把握

因果関係が
存在した場合

閾値設定

$X_{t-\tau}^i$ と X_t^j の値で閾値 ($X_{t-\tau}^i \min, X_t^j \min$) 以上の値のみで

$$X_{t-\tau}^i \not\propto X_t^j | \hat{P}(X_{t-\tau}^i), \hat{P}(X_t^j) / X_{t-\tau}^i$$

を再検証。閾値を色々ためし、最もp値が高いものを採用

提案手法の全体像

① PCアルゴリズム

目的：親ノードの候補を絞り込む

入力：時系列データセット

出力：変数の親ノードの候補

② MCIテスト + 極端事象測定

目的：極端事象における因果関係の把握

入力：時系列データセット，変数の親ノード候補

出力：変数同士の因果関係の強さ，要素ごとの閾値

目次

1. Introductionと既往研究の整理
2. 提案手法
 - 因果ダイアグラムの性質
 - 因果関係が成立する条件
 - FullCIの課題
 - PCMCIアルゴリズム+極端事象予測
- 3. シミュレーションによる検証(要約のみ)**
4. ATCシステムへの適用
5. 結論

シミュレーションによる検証：要約

シミュレーションにより，提案手法が正しい因果関係をとらえられるかを検証した。
因果関係の検出・因果関係の生じるタイムステップに関して提案手法(PCMCI+閾値設定)は
PCMCI(GPDC)と同等の性能を示した。

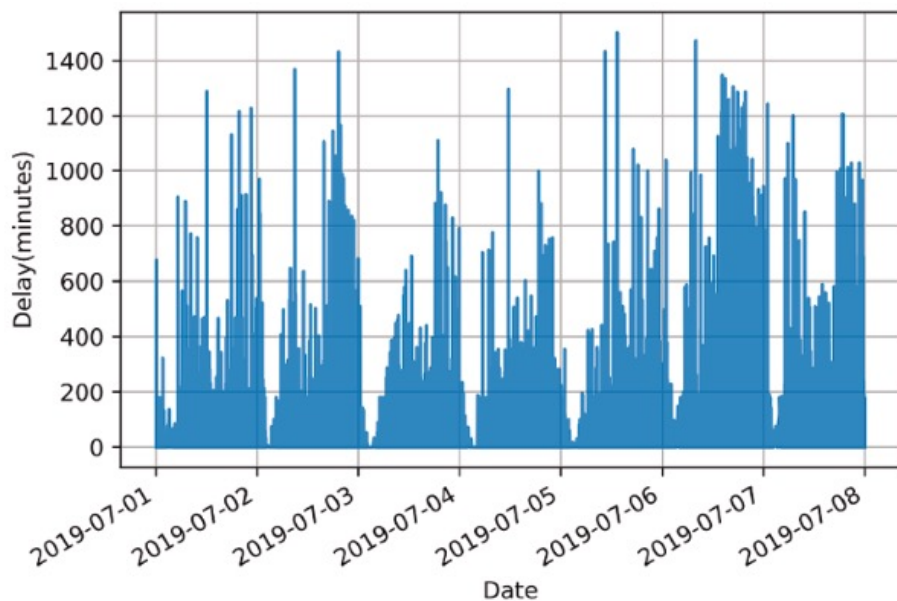
目次

1. Introductionと既往研究の整理
2. 提案手法
 - 因果ダイアグラムの性質
 - 因果関係が成立する条件
 - FullCIの課題
 - PCMCIアルゴリズム+極端事象予測
3. シミュレーションによる検証
4. **ATCシステムへの適用**
5. 結論

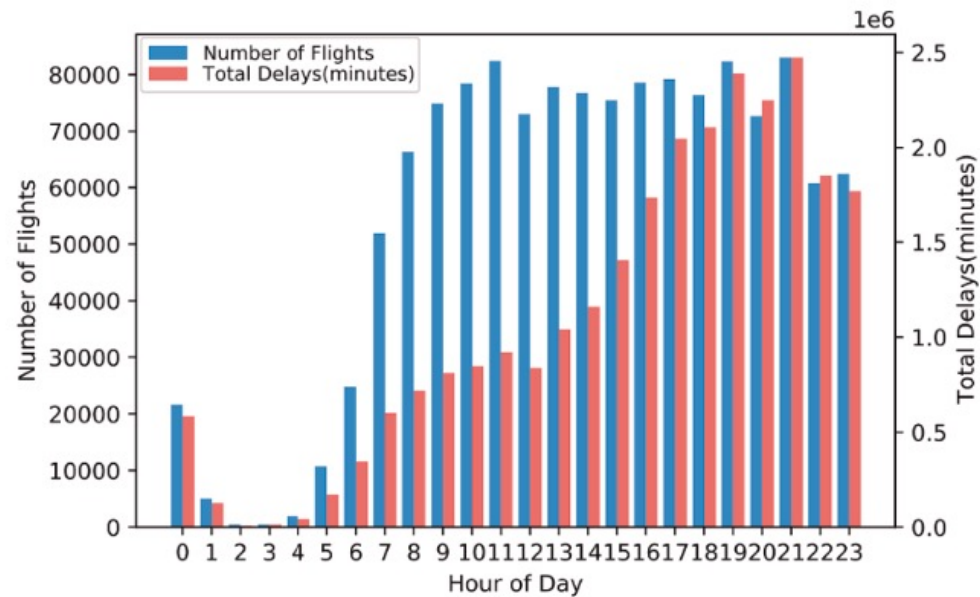
データ概要

- アメリカの2019年7月, 8月のフライトデータを利用
- 1時間単位で, 時間帯 h における空港 i ごとの平均遅延到着時間 $D_i(h)$ を集計
- 因果発見のためには**定常性**が必要→非定常な部分をEWMAを用いて平滑化

$$\widetilde{D}_i(h) = \beta D_i(h) + (1 - \beta) \widetilde{D}_{i-1}(h)$$



総遅延時間の日毎の推移

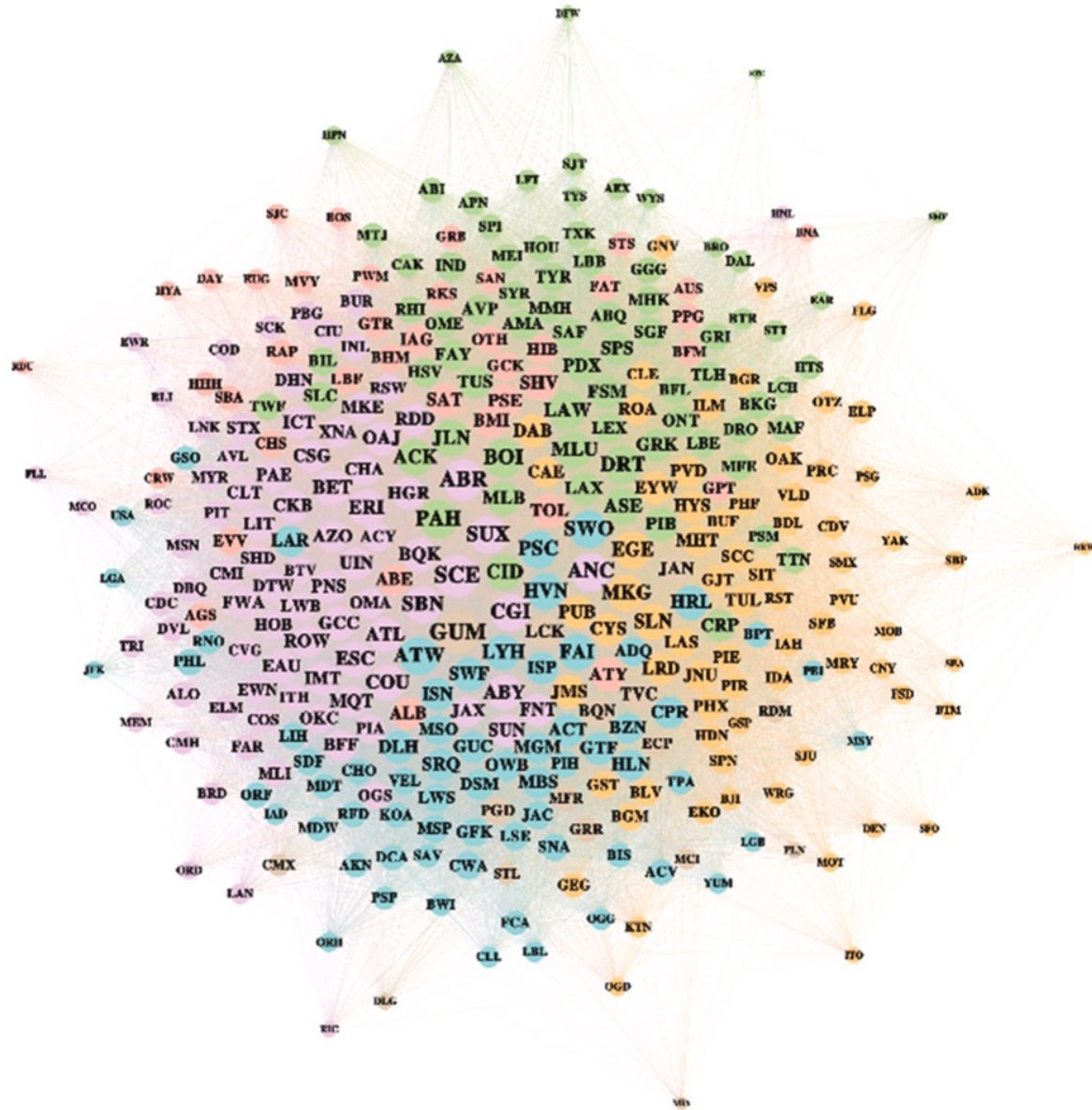


時間帯ごとの平均的な総遅延時間

提案手法の適用結果

因果ダイアグラムの作成

このままでは何がなんだかわからないので、
集計的な指標を用いて特徴を整理

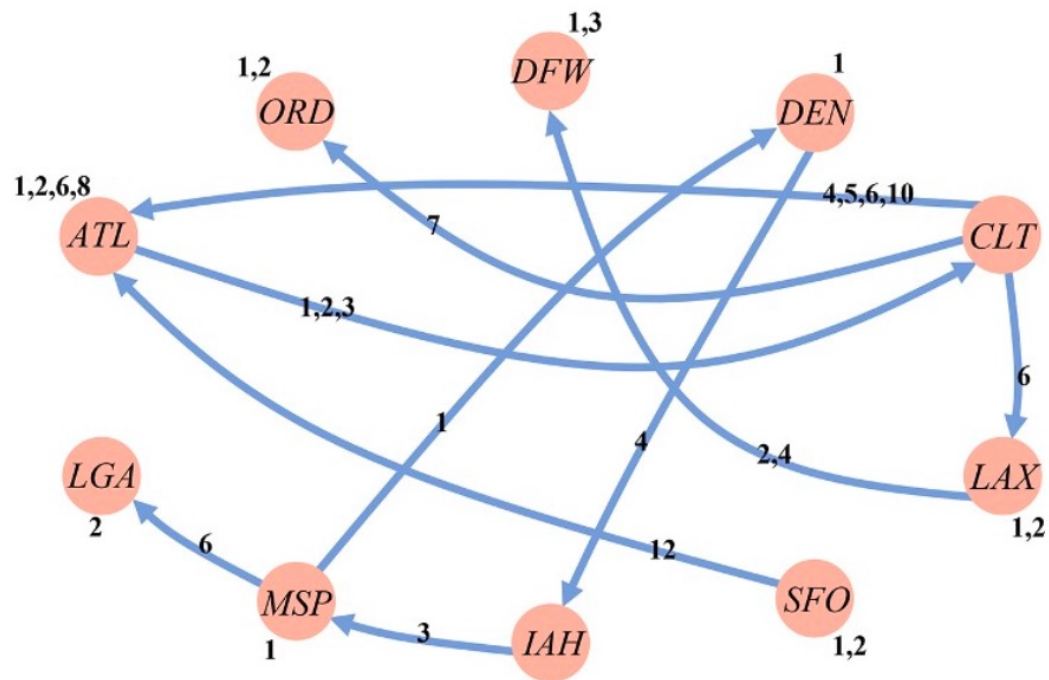


検出された因果ダイアグラム

伝播のタイムラグ

便数の多い10空港を抽出し、伝播のタイムラグの性質をみる。

- 空港の遅延はその空港自身の遅延によってもたらされている(そのタイムラグはおもに1)

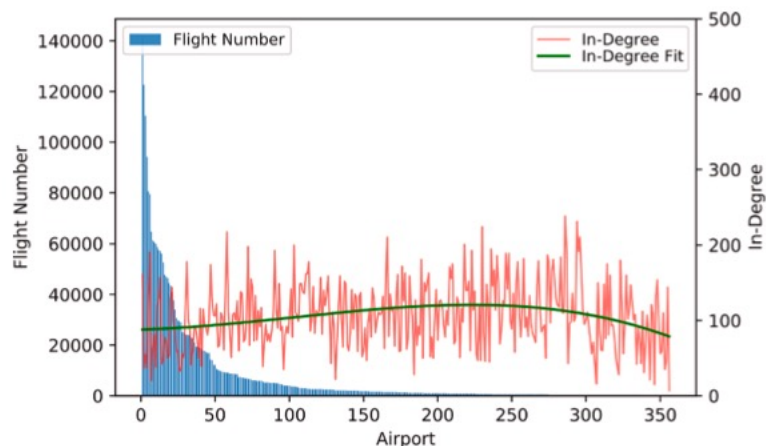


タイムラグを含めた因果ダイアグラム

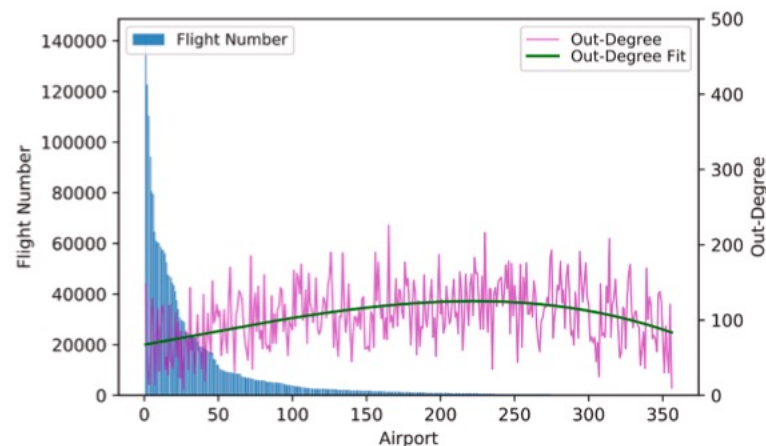
空港の特性

ノードを空港の便数が多い順にソートし、入次数・出次数・次数を比較

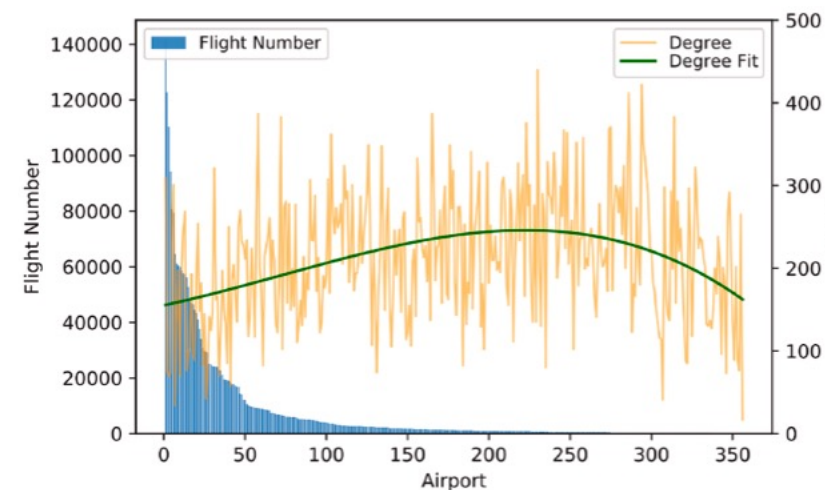
入次数



出次数



(総)次数



結果・考察

どの値も規模の小さめの空港で大きくなる→**小規模空港は遅延に弱く、遅延を伝播しやすい**

大規模空港は便数が多いが、その分遅延に対してロバスト

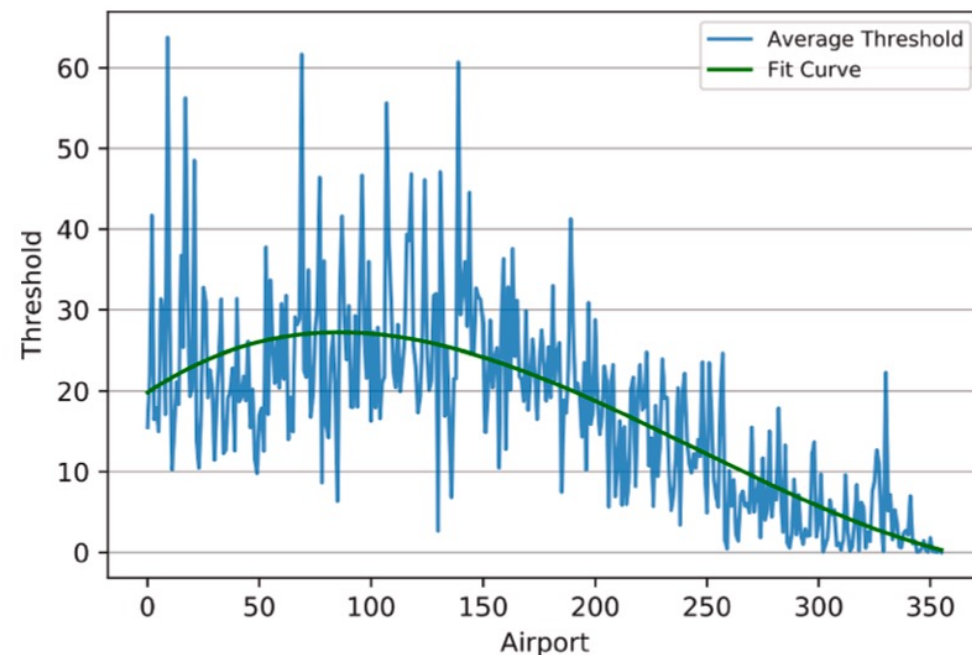
小規模空港は遅延を受け止める能力が不足している

閾値に着目した空港の特性

ノードを空港の便数が多い順にソートし、閾値の特性を分析

結果・考察

- 大規模空港の方が閾値高い
→遅延に対するロバスト性が強い
- 超大規模空港では閾値がやや低く
→ロバスト性は高いものの、それにも増して過負荷



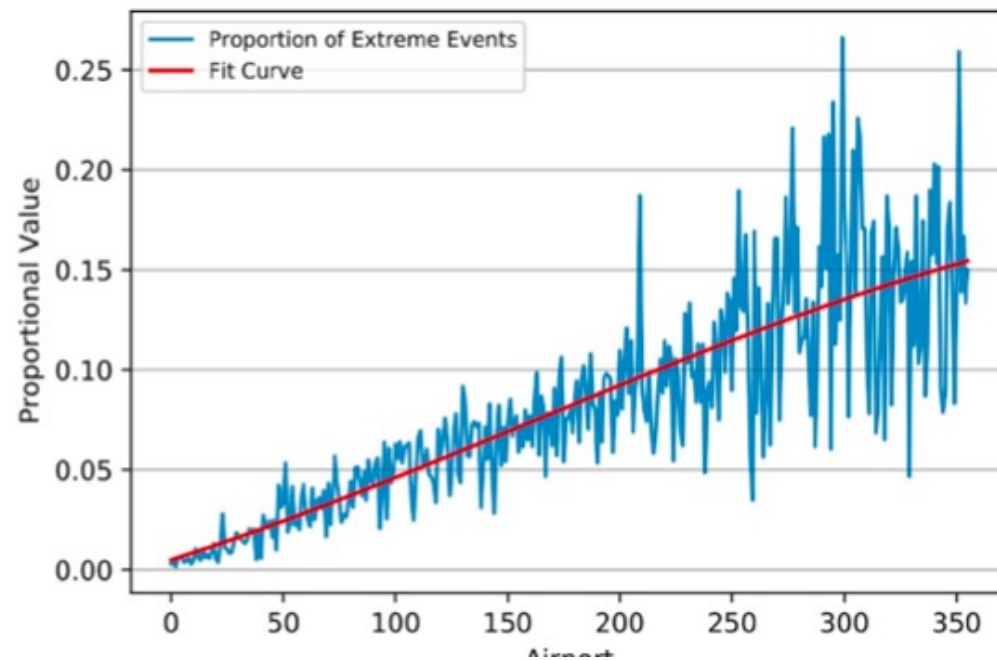
便数と閾値の関係

閾値に着目した空港の特性

続いて、閾値を超えた便数の割合を比較

結果・考察

- 小規模な空港ほど極端な遅延現象が発生しやすい
→小規模空港の遅延が伝播してシステム全体の遅延へ



便数と閾値を超えた便の割合の関係

システムの遅延に影響を与えやすい空港の選別

空港システムの遅延につながる要因と対応する指標

- ① 他の空港の遅延の影響を受けやすいこと

$$K_i^{in} = \sum_{j=1}^N \left(a_{ji} \sum_{\tau} v_{ji}^{\tau} \right)$$

- ② 発生した遅延が他の空港に伝播しやすいこと

$$K_i^{out} = \sum_{j=1}^N \left(a_{ij} \sum_{\tau} v_{ij}^{\tau} \right)$$

- ① + ②により総合的な影響力を表す指標を得る

$$K_i^{all} = K_i^{in} + K_i^{out}$$

文字設定

a_{ji} : ノード i と ノード j が 接続 されて いれば 1, そう で なければ 0

v_{ij}^{τ} : ノード i から ノード j へ の タイム ラグ τ の 因果 強度

ノードから出る矢印の本数が多く、かつ矢印の先のノードとの結びつきが強いと大きくなる

システムの遅延に影響を与えやすい空港の選別

空港自体の遅延発生率の考慮

K_i^{all} は空港が遅延の影響を伝播しやすいかという指標

空港*i*が遅延をどのくらい発生させるか、という指標も重要



新たな評価指標

$$K_i = p_i K_i^{all}, \text{ただし } p_i = \frac{\text{(極端な遅延が発生した便数)}}{\text{(総便数)}}$$

システムの遅延に影響を与えやすい空港の選別

Table 5

Top 20 critical airports in the U.S. aviation network.

Rank	Airport	K_i^{in}	K_i^{out}	P_i	K_i
1	DRT	43.353	49.976	0.1743	16.2648
2	SCE	64.314	57.426	0.1333	16.2320
3	SUX	40.727	35.294	0.1896	14.4116
4	SWO	51.403	43.723	0.1462	13.9073
5	PSE	38.772	21.276	0.2209	13.2643
6	PIB	34.296	26.983	0.2154	13.2024
7	HGR	35.065	29.669	0.1837	11.8899
8	MKG	43.228	29.338	0.1573	11.4116
9	CGI	41.888	42.035	0.1331	11.1732
10	PAH	40.743	44.174	0.1299	11.0282
11	GUC	27.607	34.389	0.1717	10.6458
12	BET	47.649	29.772	0.1338	10.3591
13	GCC	37.296	30.173	0.1532	10.3380
14	LWB	22.337	25.000	0.2165	10.2501
15	BQN	36.793	17.430	0.1872	10.1494
16	LYH	49.630	21.745	0.1371	9.7852
17	GCK	16.765	23.956	0.2339	9.5235
18	HVN	39.417	41.026	0.1170	9.4135
19	PPG	20.384	15.488	0.2593	9.3001
20	BKG	21.058	23.584	0.2029	9.0578

遅延に影響を与えやすい空港TOP20

目次

1. Introductionと既往研究の整理
2. 提案手法
 - 因果ダイアグラムの性質
 - 因果関係が成立する条件
 - FullCIの課題
 - PCMCIアルゴリズム+極端事象予測
3. シミュレーションによる検証
4. ATCシステムへの適用
5. 結論

結論

成果

- PCMCIアルゴリズム + 閾値設定による**極端な遅延の因果関係図**の作成
- 小規模空港は遅延に弱く，小規模空港へのフライトの連続が遅延を伝播させる，という**遅延特徴の解明**
- 遅延に影響を与えやすい空港を識別する**新たな評価指標の提案**

今後の課題

- より正確な遅延の予測
- リアルタイムで遅延を緩和するシステムの構築
- より現実的なモデルの作成

所感

- 因果発見手法は卒論に取り組んでいた時期に少し勉強したが、どの要素を因果関係図作成の対象に含めるのかといった点が難しかった。今回のように1つの空港を1つの要素とみなす大規模ネットワークでは因果発見手法がかなり有効に使われていると感じた。
- 発展の方向性として、空港の地理的な性質や特徴といった要素を用いることで遅延に影響を与えやすい空港の特徴を一般的に論じれるようになると感じる。

参考文献

- Zeng, Leya, et al. "Research on delay propagation mechanism of air traffic control system based on causal inference." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 138 (2022): 103622.
- Runge, Jakob, et al. "Detecting and quantifying causal associations in large nonlinear time series datasets." *Science advances* 5.11 (2019): eaau4996.
- 清水昌平, 統計的因果探索, 講談社(2017)
- PCアルゴリズムによるベイジアンネットワーク
<https://speakerdeck.com/s1ok69oo/pcarugorizumuniyorubeiziannetutowaku>

補足：独立性の検証手法

PCアルゴリズムでもMCIテストでも、独立性の検定が必要。

非線形性が強いデータにおける独立性検定には、**GPDC法**が用いられる

$X \perp Y | Z$ を検証したい際のGPDC法の適用

①ガウス過程回帰を行う

ガウス過程回帰：具体的な関数系を指定せず、非線形な関数で回帰する方法の1つ

$$X = h_X(\mathbf{Z}) + \varepsilon^X$$

$$Y = h_Y(\mathbf{Z}) + \varepsilon^Y$$

$$\varepsilon^i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

②残差を計算する

$$\hat{r}_X = X - \hat{h}_X(\mathbf{Z})$$

$$\hat{r}_Y = Y - \hat{h}_Y(\mathbf{Z})$$

その上で距離相関

$$dCor(\hat{r}_X, \hat{r}_Y)$$

を計算する。これは2変数が独立であるときのみ0になる。

補足：提案手法の仮定

以下の仮定が敷かれている。

1. 原因の前に結果が先行したり，原因と結果が同時に起こることはない
2. 非観測変数による影響を考慮しない
3. 因果マルコフ条件：ある変数の直接的な原因となる変数を条件づければ，その変数の結果となる変数以外と独立
4. 忠実性：独立性は「たまたま」起こることはない(いくつかの原因の効果が打ち消しあって，たまたま独立になることはない)
5. 定常性：季節性やトレンドが存在しない

補足：シミュレーションによる検証

シミュレーションにより，以下の4手法を比較

- GC(=Granger Causability) • PCMCI(ParCorr)
- PCMCI(GPDC) • 提案手法(PCMCI+閾値設定)

ParCorr, GPDCは独立性検定の手法. GPDCは非線形な関係にも適応可能.

対象データ

6変数結合エノン写像(カオス的な挙動をすることで知られる)

$$X_i^t = \begin{cases} 1.4 - (X_i^{t-1})^2 + 0.3X_i^{t-2} + \eta_i^t, & i = 1, K \\ 1.4 - [0.25(X_{i-1}^{t-1} + X_{i+1}^{t-1}) + 0.5X_i^{t-1}]^2 + 0.3X_i^{t-2} + \eta_i^t, & i = 2, \dots, K-1 \end{cases}$$

timestep 512,1024のデータを生成し因果関係を検証

真の因果関係図

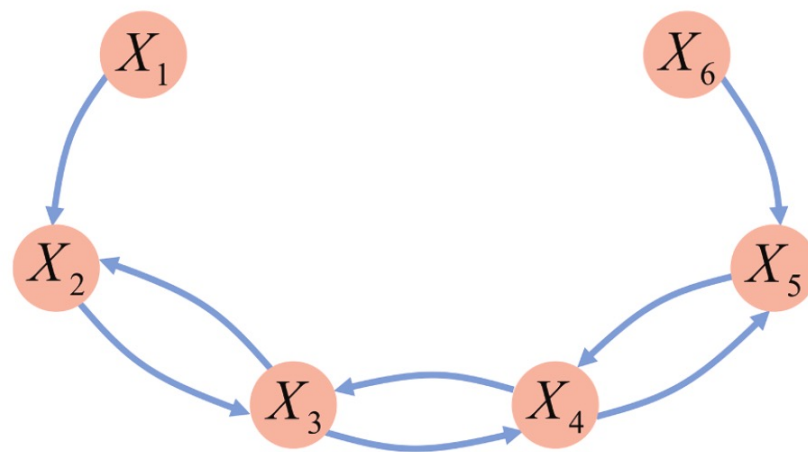


Fig. 5. The causality network of 6-variable coupled Hénon maps.

補足：シミュレーションによる検証

評価指標

SE (Sensitivity): 検出したリンクが実在する割合

$$SE = \frac{TP}{TP + FN}$$

SP (Specificity): 実在しないリンクを検出しない割合

$$SP = \frac{TN}{TN + FP}$$

F1スコア: 精度の総合的な指標

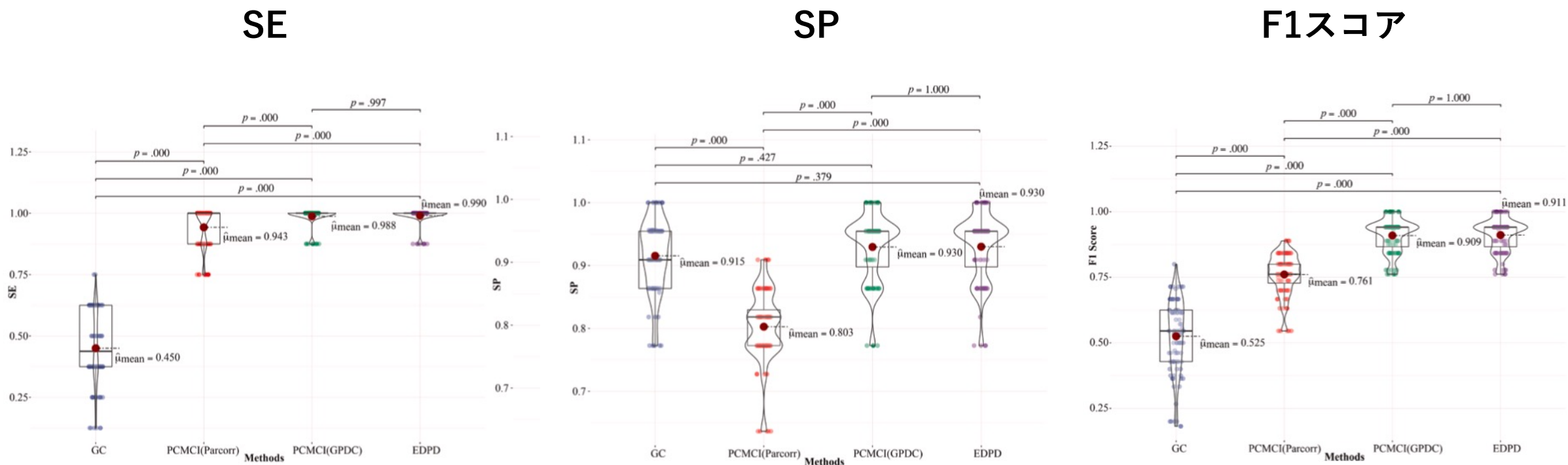
$$F1score = \frac{2TP}{2TP + FP + FN}$$

	Actual Positive $A \rightarrow B$	Actual Negative $A \not\rightarrow B$
Test Positive $A \rightarrow B$	TP	FP
Test Negative $A \not\rightarrow B$	FN	TN
	Sensitivity(SE)	Specificity (SP)

Fig. 4. The definitions of TP , FN , TN , FP .

補足：因果関係の検出

timestep = 1024のときの各手法のSE, SP, F1スコアを比較(timestep = 512は省略)



提案手法はGC,PCMCI(Pacorr)と比較し優れ, PCMCI(GPDC)と同等

補足：タイムラグを考慮した因果関係の検出

因果のタイムラグを正しく検出できているかも検証したい。

$$X_i^t = \begin{cases} 1.4 - (X_i^{t-1})^2 + 0.3X_i^{t-2} + \eta_i^t, & i = 1, K \\ 1.4 - [0.25(X_{i-1}^{t-1} + X_{i+1}^{t-1}) + 0.5X_i^{t-1}]^2 + 0.3X_i^{t-2} + \eta_i^t, & i = 2, \dots, K - 1 \end{cases}$$

この式から、以下の因果関係が存在する

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1^{t-1} \rightarrow X_1^t, X_1^{t-2} \rightarrow X_1^t \\ X_1^{t-1} \rightarrow X_2^t, X_2^{t-1} \rightarrow X_2^t, X_3^{t-1} \rightarrow X_2^t, X_2^{t-2} \rightarrow X_2^t \\ X_2^{t-1} \rightarrow X_3^t, X_3^{t-1} \rightarrow X_3^t, X_4^{t-1} \rightarrow X_3^t, X_3^{t-2} \rightarrow X_3^t \\ X_3^{t-1} \rightarrow X_4^t, X_4^{t-1} \rightarrow X_4^t, X_5^{t-1} \rightarrow X_4^t, X_4^{t-2} \rightarrow X_4^t \\ X_4^{t-1} \rightarrow X_5^t, X_5^{t-1} \rightarrow X_5^t, X_6^{t-1} \rightarrow X_5^t, X_5^{t-2} \rightarrow X_5^t \\ X_6^{t-1} \rightarrow X_6^t, X_6^{t-2} \rightarrow X_6^t \end{array} \right.$$

タイムラグを含めた因果ダイアグラム

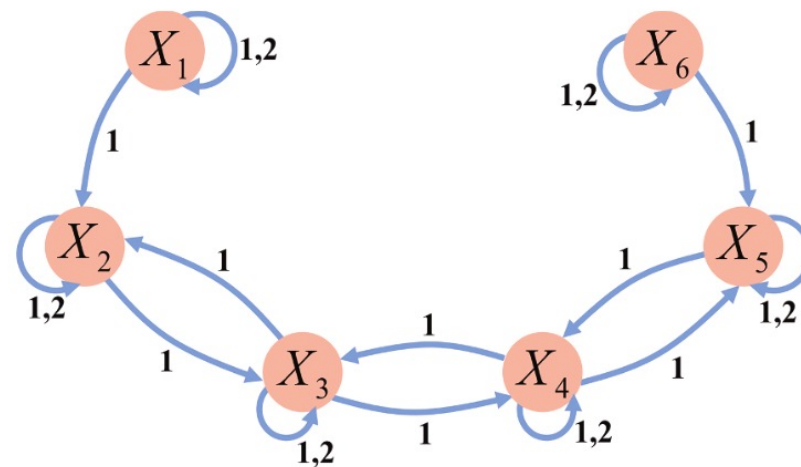
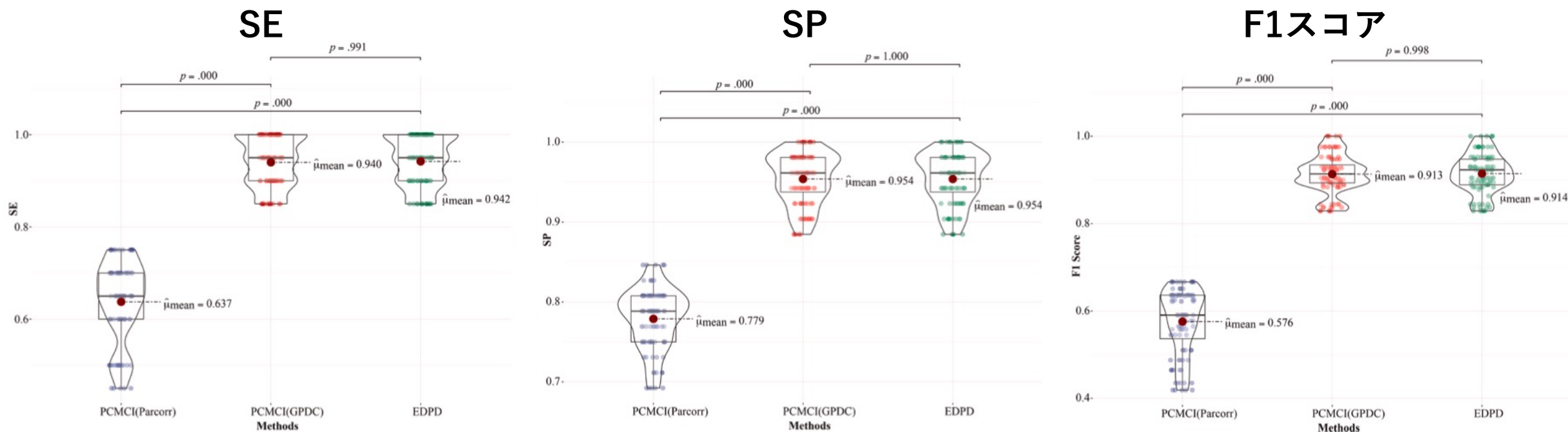


Fig. 6. The time lag causality network of 6-variable coupled Hénon maps

補足：タイムラグを考慮した因果関係の検出

timestep = 1024のときの各手法のSE, SP, F1スコアを比較(timestep = 512は省略)



提案手法はGC, PCMCI(Pacorr)と比較し優れ, PCMCI(GPDC)と同等