

# Equity in network design and pricing: A discretely-constrained MPEC problem

---

Najmi, A., Waller, T., & Rashidi, T. H. (2023). Equity in network design and pricing: A discretely-constrained MPEC problem. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 176, 103800.

理論談話会2024#5(2024/5/13)

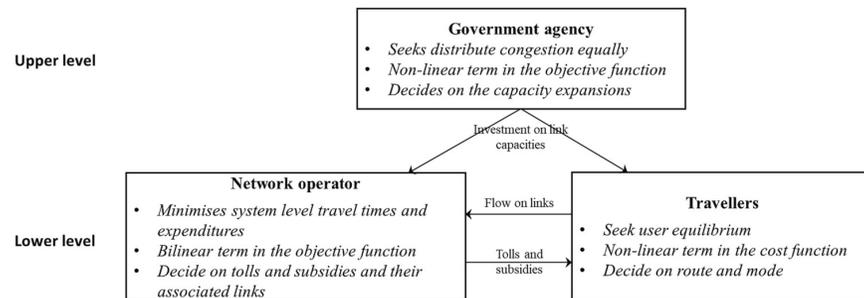
M1 佐野辰之

# Abstract

- ・道路ネットワーク設計問題と混雑プライシング問題に公平性/equityという概念を加えたモデル
- ・公平性最大化(平等な混雑配分)を上位レベル、

## ネットワーク設計と混雑プライシングを下位レベルとする二段階最適化モデル

- ・政府機関をリーダー、ネットワーク事業者・旅行者をフォロワーとする**Stackelberg Game**
- ・均衡制約付き数理プログラム(MPEC)で定式化
- ・MPECを**混合整数線形計画(MILP)**として再定式化し、分離制約を採用してモデルを解く
- ・シドニーのトイ・ネットワークを用いた数値実験によってモデルを検証する



# Novelty, Usefulness, Reliability

## Novelty/新規性

- Include other **objectives such as maximizing equity** in network design and congestion pricing problems
- Developed a **bi-level optimization model** and adopted a more advanced linearization method to improve computational efficiency

## Usefulness/有用性

- Capturing the **relationship** between **network operator-traveler interactions** and **traveler equity**
- Multiple models proposed to meet the needs of different interpretations of equity

## Reliability/信頼性

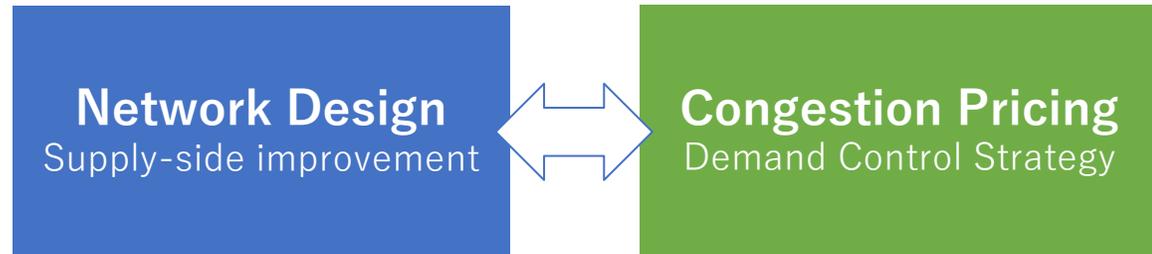
- Numerical experiment ※Uses toy network instead of actual road network
- Comparison and verification of multiple models proposed

# 1. Introduction

# Introduction

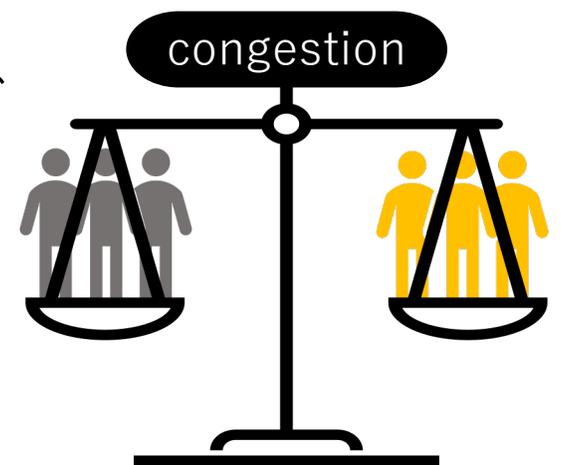
従来の交通計画では、公平な交通の配分の重要性がほとんど無視されてきたが、交通システムの社会的機能としては、**旅行者の間で費用と便益を可能な限り配分する**ように解決策を設計することが求められるはずである (Caggiani et al., 2017)。

**ネットワーク設計と混雑プライシング**は人口集団間や地域間の受益と損失の分配に直接的な影響を与えるため、**交通公平性問題の中心**にある (Feng and Zhang, 2014; Najmi et al., 2023)



**旅行者間の公平性**の問題は、混雑価格設定において極めて重要であり、これを怠ると、価格設定の受容性が低下する可能性がある (Zheng and Geroliminis, 2020)

Equity issues among travelers are critical in congestion pricing



# Introduction

Definition of equity includes arbitrariness.

公平性は複雑で多面的なテーマであり、その定義は恣意的なところがある。

## 交通公平性とは

Santos et al., 2008	施設への平等なアクセス
Shi, 2007	異なる地域間の経済格差の縮小
Szeto et al., 2010	移動コストのバランスの取れた変化
Duthie and Waller, 2008	混雑の平等な分布
<b>Najmi, A., Waller, T., &amp; Rashidi, T. H. (2023)</b>	<b>旅行者がネットワーク全体の任意のリンクのどの単位長さを通過する場合にも費やす時間が変わらないように、ネットワーク上の混雑を均等に配分すること</b>

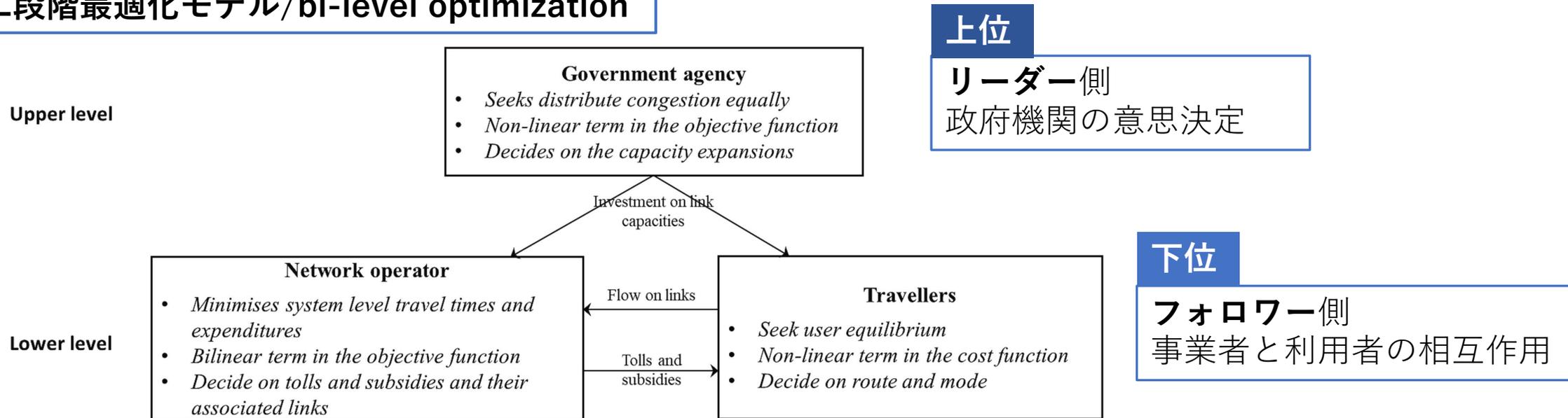
- あくまでも**交通行動における公平性**を扱っている。
- 異なる社会集団間の混雑による不便の差を小さくしていくというイメージ。
- 例えば、高所得者層に対する交通料が高く低所得者層に対しては安い、  
という状態は本研究における“公平性”ではない。

# Introduction

公平性の考慮、価格設定メカニズム、ネットワーク拡張の決定

を統合した**二段階最適化モデル**を提案する。

## 二段階最適化モデル/bi-level optimization

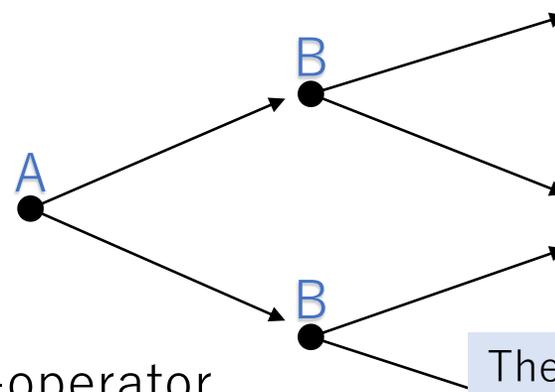


このモデルは、ネットワーク設計と価格設定を通じて公平性を最大化することを目的としている。モデルの枠組みは、単一リーダー・複数フォロワーの**Stackelberg Game**(Ge et al., 2021; Hicks and von Stackelberg, 1935)に基づいて定式化されており、**政府機関がリーダー、ネットワーク事業者と旅行者がフォロワー**となる。

# Introduction

## Stackelberg game

- 先導者（リーダー）が戦略決定した後、追従者（フォロワー）が戦略決定を行う**逐次手番の非協力ゲーム**
- リーダーは**フォロワーの行動原理や制約条件を知っている**が、フォロワーはリーダーが決定した戦略以外の情報を知る手段がない。
- リーダーがゲームの主導権を握っており、フォロワーより先に最適戦略を選択できる。
- 交互に戦略を決定する展開形ゲーム
- 後手は先手の戦略に対して最適反応戦略を選ぶ
- 先手はそれを読み込んで最適戦略を選ぶ
- leader : government agency, follower : network-operator and travelers



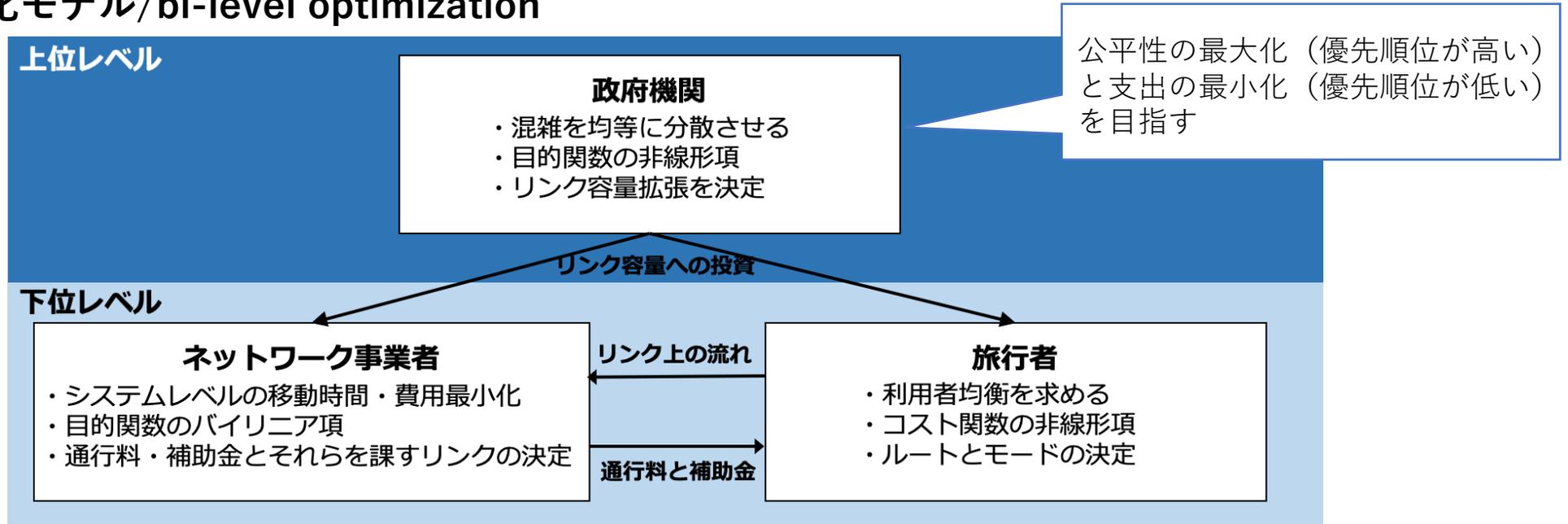
The leader is in control of the game and can choose the optimal strategy before the followers.



Heinrich Freiherr von Stackelberg

# Introduction

## 二段階最適化モデル/bi-level optimization



- **政府機関(leader)**は、各均衡状態における**ネットワーク事業者(follower)**の行動に関する知識に基づいて、上位レベルで**公平性最大化(equity maximize)**という目的に最も有利な均衡状態を選択する。
- 意思決定変数は、政府機関による公共交通機関への**補助金/subsidy**、自動車から徴収する**通行料/toll**、**インフラ改善**（道路や鉄道の改善や容量拡大など）の**金額/investment**と、旅行者が選択する**ルート/route**となる。
- 戦略的に行動するプレイヤーは1人だけなので、結果として得られるモデルは**MPEC**となる。

## 二段階最適化問題/bi-level optimizationとStackelberg Gameの関係

輸送計画問題を**交通計画者がleader, 交通需要者がfollower**のStackelberg Gameとして捉え、leaderの行動規範を上位問題でシステム最適化問題として解き、followerの行動規範を下位問題で需要変動型利用者均衡問題として解くというフレーム（宮城ら, 1997）

宮城俊彦, 赤松隆, 朝倉康夫, 秋山孝正, 鈴木崇児, 溝上章志：均衡制約付き最適化問題の土木計画への応用可能性, 土木計画学研究・講演集, vol.20, No.1, pp507-512, 1997.

## MPEC(mathematical programming with equilibrium constraints)

- ・ **MPEC(均衡制約付数理計画問題)**は、変数が有限個で条件も有限個、かつ均衡制約が付く最適化問題  
Optimization problem with a finite number of variables, a finite number of conditions, and equilibrium constraints
- ・ 変分不等式や相補条件などの平衡制約が制約に含まれる  
Equilibrium constraints such as variational inequalities and complementarity conditions are included in the constraints
- ・ 複雑な**二段階最適化問題**を解決できる MPEC は、Stackelberg Gameとともに輸送問題に適用される  
MPEC is applied to transportation problems together with the Stackelberg Game

# Introduction

## Network design and equity

### 従来のネットワーク設計モデル

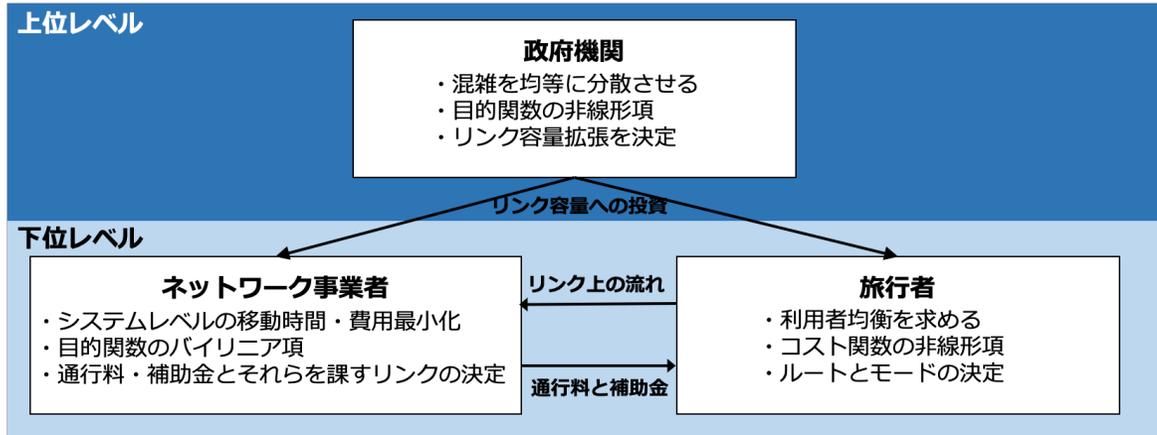
交通ネットワークにおける資源の最適配分を決定することが目的 (Friesz, 1985)  
その結果、ネットワーク全体の混雑レベルが不均衡になる可能性 (Farahani et al, 2013; Shao et al., 2022)  
移動時間／コストを最小化する限り、どんな分布でも正当化される  
ネットワーク設計の定式化に公平性対策を導入することは、より公平な便益分配を確保するために必要  
(Bruzzone et al., 2023; Camporeale et al., 2016)

### 公平性に基づくネットワーク設計と混雑プライシング

社会厚生関数、貧困指標など、いくつかの公平性指標が文献で提案されている。しかし、ネットワーク計画者の焦点は交通時の移動コストと移動時間のバランスにある。そのため、**混雑/congestion**がシステムの**公平性を評価/equity assessment**するために使われる。  
混雑の公平性とは、**ネットワーク上のどのリンクのどの単位長さに費やされる移動時間も変わらないこと**を意味する。**(Congestion equity is the state in which the travel time spent on any unit length of any link on the network remains the same.)**  
混雑公平性の下では、すべての利用者は、選択したルートやリンクに関係なく、同じ速度で移動することが期待できる (Zhang et al., 2015)

# Introduction

## 政府機関とネットワーク事業者の関係/Relationships between government and network operators



Operators can benefit, but their decisions will be in line with the decisions of government agencies (equity maximizers)

Assume that a player's optimal decision influences the decisions of other players.

仮にプライシングを上位に置くと、上位のプレイヤーが価格を決定し、下位のプレイヤーがコストを最小化するルートを選択することになる。これは、利益の最大化でなく旅行需要管理に重点を置く本稿の目的とは一致しない。

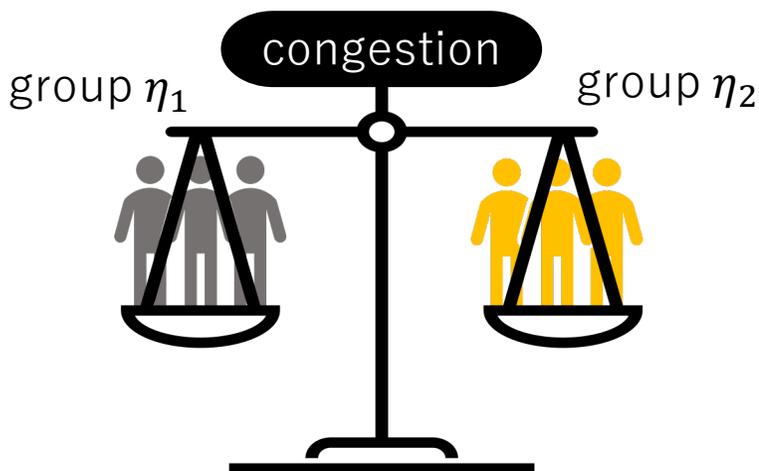
プライシングを下位に置くことで、**事業者は利益を得ることができるが、その決定は政府機関（公平性最大化者）の決定に沿ったものとなる**ため、この問題は解決される。

標準的な二段階最適化問題では、下位のプレイヤーは互いに影響しあわないと仮定されるが、このケースでは影響しあう。プレイヤーの最適な意思決定が他のプレイヤーの意思決定に影響を与えることを想定する。

# Introduction

## 旅行者の行動/Traveler's behavior

- ・旅行者は**ネットワーク事業者の価格設定戦略**と**政府機関の公平性最大化戦略**に応じてルートを選択する。
- ・旅行者は交通手段のコストに基づいて利用する交通手段を決定する。ここでは、**自家用車 (PV) と公共交通機関 (PT)** の2つの交通手段しか利用できないと仮定する。
- ・低所得者層、孤立した人々など、いくつかのコミュニティは効用主導型の交通サービスから他の利用者グループほど多くの利益を得られない可能性がある (Duthie et al., 2007)。  
モデル化におけるこの不公平に対処するため、旅行者は異なる特性を持つ**クラスに階層化**される。本研究では、旅行者は保護された旅行者と保護されていない旅行者に分類される。政府機関は、保護されたクラス $\eta_1$ と保護されていないクラス $\eta_2$ の間の公平性を達成することを目指す。



Travelers choose routes according to pricing strategies and equity maximization strategies

Travelers are stratified into classes with different characteristics

# 2. Equity-based bi-level formulation

# Equity-based bi-level formulation

## Notations

Sets			
$\forall i \in N$	ノード	$g(\cdot)$	線形化のためのステップ関数
$m \in M$	モード {pv, pt}	$\lambda_a^\eta$	ステップ関数の間隔
$a \in A$	リンク	$h_a^\eta$	ステップ関数のステップ数
$\eta \in H$	旅行者のクラス (保護されている人と保護されていない人)	$M$	大数
$a \in A$	リンク	$\xi_{ia}$	テイラー展開係数
$w \in W$	ODペア	$s_a$	基本補助金
$k \in K_w$	ODペア $w$ のルート	$\beta_\eta$	PV移動時間当たりのPTの魅力の貨幣価値
$a \in A(m)$	モード $m$ に対応するリンク	$\omega_{\eta_1, \eta_2}$	クラス $\eta_1$ とクラス $\eta_2$ の人口比
$\mathcal{L}$	区分的線形近似のコレクション	$d_\eta^w$	ODペア $w$ と旅行者クラス $\eta$ に対する需要
Constants/input parameters		Variables	
$\delta_{akm\eta}^w$	旅行者クラス $\eta$ は、ODペア $w \in W$ がモード $m \in M$ によってリンク $a \in A$ を通過する場合に、ルート $k \in K_w$ を使用する	$x_{k\eta}^w$	ODペア $w$ のルート $k$ におけるクラス $\eta$ の旅行者の流れ。
$C_{a\eta}^m$	クラス $\eta$ の旅行者がリンク $a$ でモード $m$ を利用する場合の一般化されたコスト	$v_a$	リンク $a$ における旅行者の流れ
$C_{k\eta}^w$	クラス $\eta$ の旅行者がルート $k$ を使う場合の一般化されたコスト	$z_a^m$	リンク $a$ でモード $m$ を利用する旅行者の流れ
$c_a^{pv}$	リンク $a$ でPVを利用する場合の単価	$\Delta_a^m$	リンク $a$ 上のモード $m$ の容量拡大
$q_a$	リンク $a$ の容量	$t_a^m$	単位長さに費やされる移動時間 (渋滞)

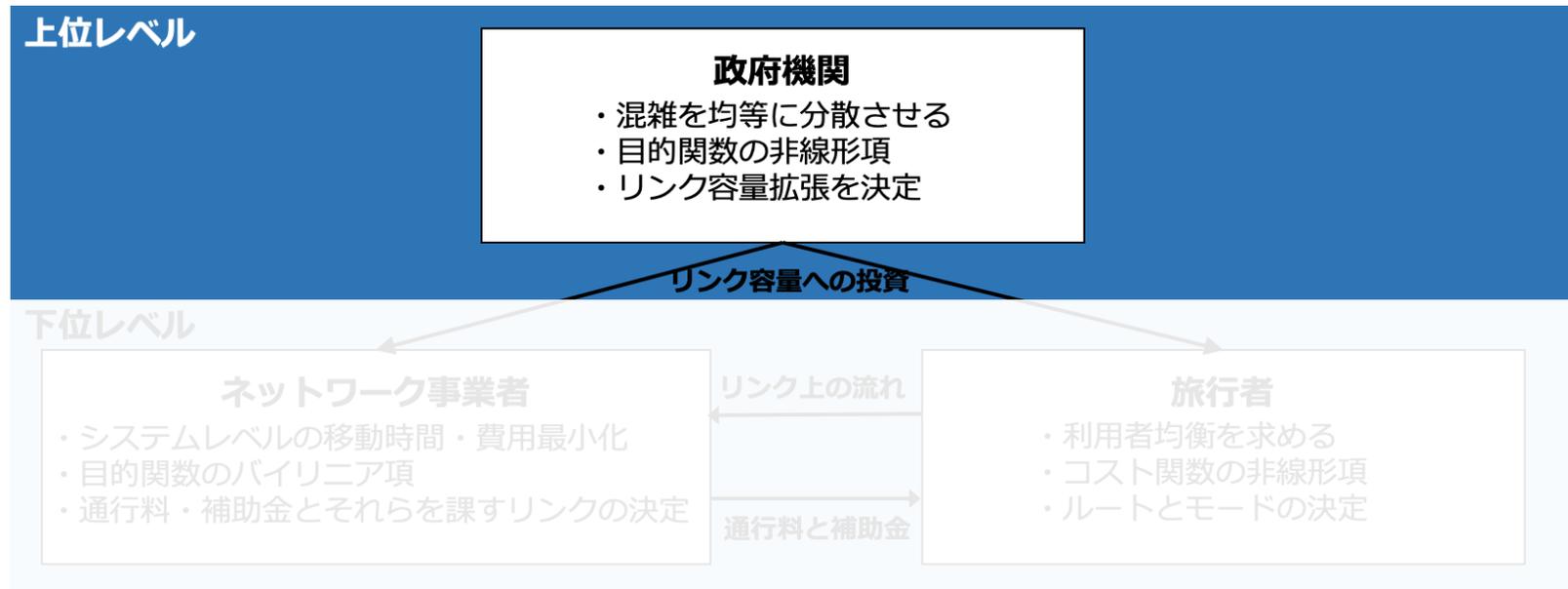
(continued on next page)

# Equity-based bi-level formulation

(continued)

Sets			
$\bar{c}_{akm\eta}^w$	経路kのリンクaでモードmに切り替えるコスト	$\bar{t}$	ネットワーク内の全リンクにわたる単位長さの平均移動時間
$\alpha_{a\eta}^m$	旅行者クラスによる、リンクaでモードmを利用する不便さコスト $\eta$	$\tau_a$	リンクaの線形化旅行混雑度
$l_a$	リンクaの長さ	$r_a$	二項変数
$\alpha_{a\eta}^m$	クラス $\eta$ の旅行者がmモードを好むことを反映した、リンクaの固定モード別コスト。		
$\gamma_\eta$	クラス $\eta$ の旅行者の移動時間の貨幣価値	<b>Dual variables</b>	
$c_a^{pv}$	PVモードの固定金額コスト	$\mu_\eta^w$	ODペアwと旅行者クラス $\eta$ に対する需要割り当て制約の双対
$b_a^m$	リンクa上のモードmの容量を拡張する限界費用	$\rho_a^m$	リンクa上のモードmに対するフロー容量制約の双対
$\bar{\Delta}_a^m$	リンクaにおけるモードmの容量拡大限界	$\hat{\pi}_a$	リンクaの通行料金
$B$	総予算	$\check{\pi}_a$	リンクaのPT旅行者に対する追加補助金
$u$	ネットワーク事業者の目的関数における各項の重み	$\lambda_a^m$	リンクa上のモードmに対する容量拡張制約の双対

# Equity-based bi-level formulation



**政府機関**は上位レベルにおいて**公平性の最大化を目的**として行動する  
Governments act to maximize equity at the upper level  
本研究では公平性を高める目的関数が6種類提案されている  
Six objective functions for equity are proposed.

# Equity-based bi-level formulation

Obj1:  $\min \sum_{a \in A} |t_a - \bar{t}|$  ネットワーク全体の混雑の分散を最小化

Obj2:  $\min \left| \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w} \right|$  旅行者グループがネットワーク上で経験する全体的な混雑を比較

Obj3:  $\min \sum_{w \in W} \left| \frac{\sum_{k \in K} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{k \in K} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{d_{\eta_2}^w} \right|$  ODペアごとに経験する混雑を考慮する

Obj4:  $\min \frac{\sum_{\eta \in H, k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta}^w}$  旅行者が経験する混雑を最小化

Obj5:  $\min \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w}$  低所得者層が経験する混雑を最小化

Obj6:  $\min \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w}$  中高所得者層が経験する混雑を最小化

各リンクの拡張サイズを拡張可能な最大値に制限

両モードの容量拡張に対する投資総額を予算Bに制限

$$s. t. \quad \Delta_a^m \leq \bar{\Delta}_a^m(\chi_a^m)$$

$$\sum_{a \in A, m \in M} b_a^m \Delta_a^m - B \leq 0(\varpi)$$

# Equity-based bi-level formulation

## 公平性を最大化する目的関数/Objective function to maximize equity

ネットワーク全体の混雑の分散を最小化/Minimize distribution of congestion across the network

$$\text{Obj1: } \min \sum_{a \in A} |t_a - \bar{t}|$$

$t_a$  : 単位長さに費やされる移動時間

$\bar{t}$  : ネットワーク内の全リンクにわたる単位長さの平均移動時間

$\delta_{akm\eta}^w$  : 旅行者クラス  $\eta$  は、ODペア  $w \in W$  がモード  $m \in M$  によってリンク  $a \in A$  を通過する場合に、ルート  $k \in K_w$  を使用する  
 $t_a^m$  : 単位長さに費やされる移動時間  
 $x_{k\eta}^w$  : ODペア  $w$  のルート  $k$  におけるクラス  $\eta$  の旅行者の流れ  
 $d_\eta^w$  : ODペア  $w$  と旅行者クラス  $\eta$  に対する需要

# Equity-based bi-level formulation

旅行者グループがネットワーク上で経験する全体的な混雑の差を最小化

Minimize the overall congestion differential experienced by traveler groups on the network

$$\text{Obj2: } \min \left| \frac{\sum_{k \in K, w \in W} \sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{k \in K, w \in W} \sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w} \right|$$

ODペアごとに経験する混雑の差を最小化

Minimize the difference in congestion experienced by each OD pair

$$\text{Obj3: } \min \sum_{w \in W} \left| \frac{\sum_{k \in K} \sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{k \in K} \sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{d_{\eta_2}^w} \right|$$

$\delta_{akm\eta}^w$  : 旅行者クラス  $\eta$  は、ODペア  $w \in W$  がモード  $m \in M$  によってリンク  $a \in A$  を通過する場合に、ルート  $k \in K_w$  を使用する  
 $t_a^m$  : 単位長さに費やされる移動時間  
 $x_{k\eta}^w$  : ODペア  $w$  のルート  $k$  におけるクラス  $\eta$  の旅行者の流れ  
 $d_{\eta}^w$  : ODペア  $w$  と旅行者クラス  $\eta$  に対する需要

# Equity-based bi-level formulation

旅行者が経験する混雑を最小化

Minimize congestion experienced by the entire travel population

$$\text{Obj4: } \min \frac{\sum_{\eta \in H, k \in K, w \in W} \sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta}^w}$$

低所得者層が経験する混雑を最小化

Minimizes congestion experienced by low-income groups

$$\text{Obj5: } \min \frac{\sum_{k \in K, w \in W} \sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w}$$

中高所得者層が経験する混雑を最小化

Minimizes congestion experienced by middle- and high-income groups

$$\text{Obj6: } \min \frac{\sum_{k \in K, w \in W} \sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w}$$

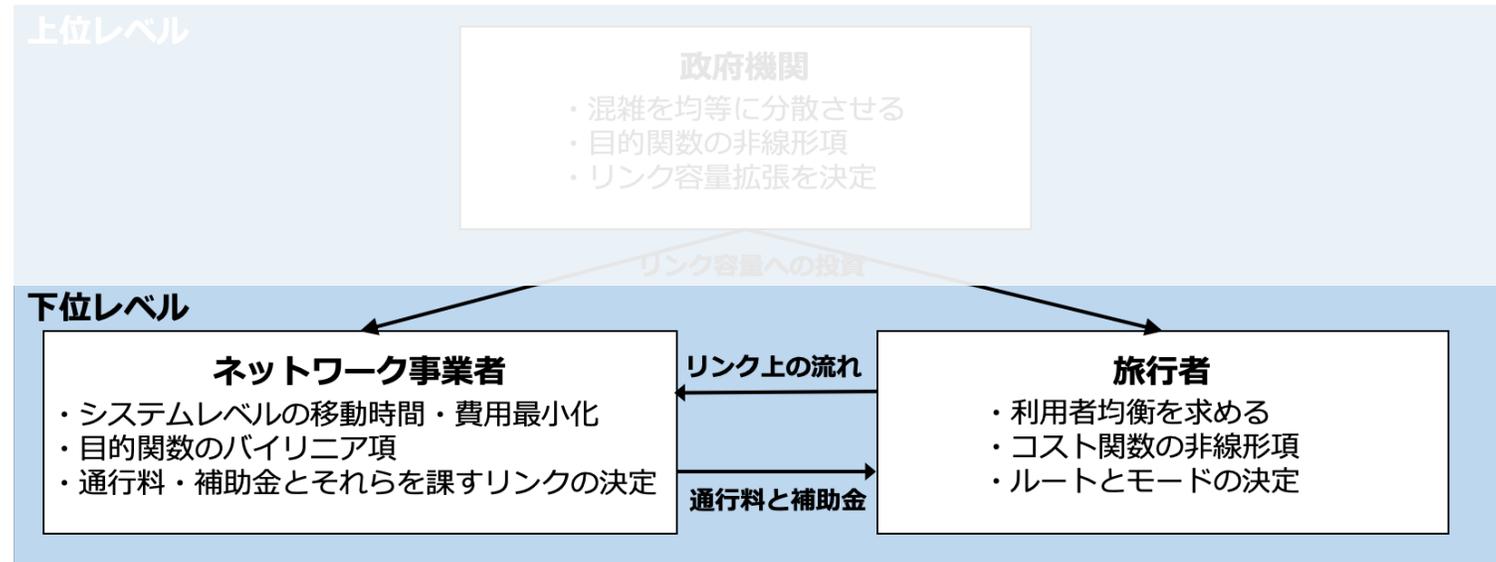
$\delta_{akm\eta}^w$  : 旅行者クラス  $\eta$  は、ODペア  $w \in W$  がモード  $m \in M$  によってリンク  $a \in A$  を通過する場合に、ルート  $k \in K_w$  を使用する

$t_a^m$  : 単位長さに費やされる移動時間

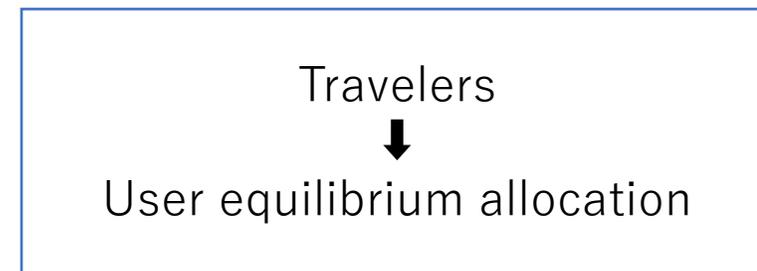
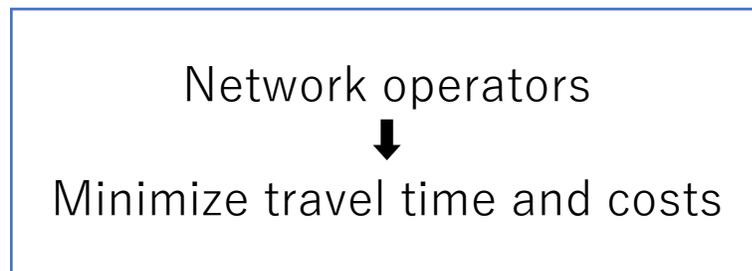
$x_{k\eta}^w$  : ODペア  $w$  のルート  $k$  におけるクラス  $\eta$  の旅行者の流れ

$d_{\eta}^w$  : ODペア  $w$  と旅行者クラス  $\eta$  に対する需要

# Equity-based bi-level formulation



続いて、下位レベルの旅行者・ネットワーク事業者の挙動に注目する  
Focus on behavior of lower level travelers and network operators



# Equity-based bi-level formulation

Travelers → User equilibrium allocation

旅行者はコストに基づいて目的地に向かってルートを選択する

クラス  $\eta$  の旅行者がリンク  $a$  で **pv(自家用車)** を利用する場合の一般化されたコスト

$$C_{a\eta}^{pv} = \alpha_{a\eta}^{pv} + \gamma_{\eta} l_a t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) + c_a^{pv} + \hat{\pi}_a \forall a \in A(pv), \forall \eta \in H \quad (2a)$$

クラス  $\eta$  の旅行者がリンク  $a$  で **pt(公共交通)** を利用する場合の一般化されたコスト

$$C_{a\eta}^{pt} = \alpha_{a\eta}^{pt} + \gamma_{\eta} l_a t_a^{pt}(v_a, \Delta_a) - \beta_{\eta} t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) - s_a - \check{\pi}_a \forall a \in A(pt), \forall \eta \in H \quad (2b)$$

クラス  $\eta$  の旅行者のフロー

$$v_a = \sum_{\substack{w \in W, k \in K_w \\ m \in M, \eta \in H}} \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w \forall a \in A \quad (2c)$$

クラス  $\eta$  の旅行者の各ルートのコスト

$$C_{k\eta}^w = \sum_{m \in M, a \in A(m)} \delta_{akm\eta}^w (C_{a\eta}^m + \bar{c}_{akm\eta}^w) \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H \quad (2d)$$

$\alpha_{a\eta}^{pv}$  : クラス  $\eta$  におけるリンク  $a$  でモード  $m$  を利用する不便コスト  
 $\gamma_{\eta}$  : クラス  $\eta$  の旅行者の移動時間の貨幣価値  
 $l_a$  : リンク  $a$  の長さ  
 $v_a$  : リンク  $a$  における旅行者の流れ  
 $\Delta_a$  : リンク  $a$  上のモード  $m$  の容量拡大  
 $c_a^{pv}$  : リンク  $a$  で PV を利用する場合の単価  
 $\beta_{\eta}$  : PV 移動時間当たりの PT の魅力の貨幣価値  
 $s_a$  : 基本補助金  
 $\hat{\pi}_a$  : リンク  $a$  の通行料金  
 $\check{\pi}_a$  : リンク  $a$  の PT 旅行者に対する追加補助金

# Equity-based bi-level formulation

利用者均衡において、すべての利用経路の旅行コストは、どの新しい経路の旅行コストと等しいか、それ以下である

$$x_{k\eta}^w (C_{k\eta}^w - \mu_\eta^w) = 0, x_{k\eta}^w \geq 0, (C_{k\eta}^w - \mu_\eta^w) \geq 0 \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H \quad (3a)$$

各ODペア $w$ を結ぶ全ルートフローはOD需要 $d_\eta^w$ と等しくなければならない

$$d_\eta^w - \sum_{k \in K_w} x_{k\eta}^w = 0 \quad \forall w \in W, \forall \eta \in H \quad (3b)$$

$x_{k\eta}^w$  : ODペア $w$ のルート $k$ におけるクラス $\eta$ の旅行者の流れ  
 $C_{k\eta}^w$  : クラス $\eta$ の旅行者がルート $k$ を使う場合の一般化されたコスト  
 $\mu_\eta^w$  : ODペア $w$ と旅行者クラス $\eta$ に対する需要割り当て制約の双対  
 $d_\eta^w$  : ODペア $w$ と旅行者クラス $\eta$ に対する需要

# Equity-based bi-level formulation

Network operators → Minimize travel time and costs

$$\min_{z_a^p} u \times \sum_{\substack{a \in A \\ m \in M}} l_a t_a^m (v_a, \Delta_a) z_a^m - (1 - u) \times \left( \sum_{a \in A} \hat{\pi}_a z_a^{pv} - \sum_{\substack{w \in W, m \in \{pt\} \\ k \in K_w, \eta \in H}} \tilde{\pi}_a z_a^{pt} \right) \quad (4a)$$

総移動時間
事業者の収入
事業者の支出

s.t.

$$z_a^m - q_a^m - \Delta_a^m \leq 0 (\rho_a^m) \forall a \in A, \forall m \in M \quad (4b) \quad \text{リンク上のフローを制限するリンク容量制約}$$

$$z_a^m \geq 0 \forall a \in A(p), \forall m \in M \quad (4c) \quad \text{交通流の非負性制約}$$

$u$  : ネットワーク事業者の目的関数における各項の重み  
 $z_a^m$  : リンク  $a$  でモード  $m$  を利用する旅行者の流れ  
 $l_a$  : リンク  $a$  の長さ  
 $t_a^m$  : 単位長さに費やされる移動時間(混雑)  
 $v_a$  : リンク  $a$  における旅行者の流れ  
 $\Delta_a^m$  : リンク  $a$  上のモード  $m$  の容量拡大  
 $q_a^m$  : リンク  $a$  の容量  
 $\rho_a^m$  : リンク  $a$  上のモード  $m$  に対するフロー容量制約の双対  
 $\hat{\pi}_a$  : リンク  $a$  の通行料金  
 $\tilde{\pi}_a$  : リンク  $a$  のPT旅行者に対する追加補助金

ネットワーク事業者は、旅行者が経験する総旅行時間と旅行需要を管理するための支出を最小化しようとする

# Equity-based bi-level formulation

## 市場精算条件/market clearing conditions

市場清算条件は、ネットワーク事業者の問題を旅行者の最適化問題と結びつけ、事業者によって操作されるフローと利用者均衡定式化によって決定されるフローの等質性を保証

$$0 = z_a^{pv} - \sum_{\substack{w \in W, m \in \{pv\} \\ k \in K_w, \eta \in H}} \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w \perp \hat{\pi}_a \text{ free } \forall a \in A(pv) \quad (5a)$$

事業者によって操作されるフロー

利用者均衡定式化によって決定されるフロー

$$0 = z_a^{pt} - \sum_{\substack{w \in W, m \in \{pt\} \\ k \in K_w, \eta \in H}} \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w \perp \check{\pi}_a \text{ free } \forall a \in A(pt) \quad (5b)$$

Flow operated by the network operator

||

Flow determined by user equilibrium formulation

$z_a^m$  : リンクaでモードmを利用する旅行者の流れ  
 $\delta_{akm\eta}^w$  : 旅行者クラス  $\eta$  は、ODペア  $w \in W$  がモード  $m \in M$  によってリンク  $a \in A$  を通過する場合に、ルート  $k \in K_w$  を使用する  
 $x_{k\eta}^w$  : ODペア  $w$  のルート  $k$  におけるクラス  $\eta$  の旅行者の流れ  
 $\hat{\pi}_a$  : リンクaの通行料金  
 $\check{\pi}_a$  : リンクaのPT旅行者に対する追加補助金

# 3.Solution Method

# Solution Method

二段階最適化モデルを均衡制約付数理計画問題として定式化  
一段階にして解く必要がある

bi-level optimization model formulated as MPEC  
Must be solved in one-level

↓  
① KKT条件を用いて二段階を一段階に変換 Convert bi-level to one-level using KKT conditions

- ↓
- i) KKT条件から得られる平衡方程式
  - ii) 通行料と車両フロー
  - iii) 交通流の凸関数として定義される時間コスト
- これらの②非線形項を線形化

- i) Equilibrium equations obtained from KKT conditions
  - ii) Tolls and vehicle flows
  - iii) Time cost defined as a convex function of traffic flow
- Linearize these nonlinear terms

↓  
線形化制約、市場清算制約、相補性条件を踏まえて  
MPECをMILP(混合整数線形計画法)に置き換える

Based on linearization constraints, market clearing constraints,  
and complementarity conditions  
Replacing MPEC with MILP (Mixed Integer Linear Programming)

# Solution Method

ネットワーク事業者と旅行者モデルのKKT条件は**必要十分条件の関係にある** (Castillo et al., 2002)

①KKT条件を用いて二段階の定式化を一段階の問題に変換する

KKT for User equilibrium model:

$$0 \leq \sum_{a \in A, m \in \{pv\}} \delta_{akm\eta}^w (\alpha_{a\eta}^{pv} + \gamma_{\eta} l_a t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) + c_a^{pv} + \hat{\pi}_a) + \sum_{a \in A, m \in \{pt\}} \delta_{akm\eta}^w (\alpha_{a\eta}^{pt} + \gamma_{\eta} l_a t_a^{pt}(v_a, \Delta_a) - \beta_{\eta} t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) - s_a - \tilde{\pi}_a) - \mu_{\eta}^w \perp x_{k\eta}^w \geq 0 \forall w$$

$$\in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H \quad (6a)$$

$$0 = d_{\eta}^w - \sum_{k \in K_w} x_{k\eta}^w \perp \mu_{\eta}^w \text{ free } \forall w \in W, \forall \eta \in H \quad (6b)$$

各ルートにおける**総移動コスト**が、どの代替ルートのコストにも等しいかそれ以下であることを保証する  
これらの相補性条件を満たすことで、旅行者は一方向的にルート選択を変更することを抑制される

KKT for network operator model:

$$0 \leq u l_a t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) - (1 - u) \hat{\pi}_a + \rho_a^{pv} \perp z_a^{pv} \geq 0 \forall a \in A \quad (6c)$$

$$0 \leq u l_a t_a^{pt}(v_a, \Delta_a) + (1 - u) \tilde{\pi}_a + \rho_a^{pt} \perp z_a^{pt} \geq 0 \forall a \in A \quad (6d)$$

$$0 \leq q_a^m + \Delta_a^m - \sum_{\eta \in H} z_{a\eta}^m \perp \rho_a^m \geq 0 \forall a \in A, \forall m \in M \quad (6e)$$

リンク容量制約と交通流の非負性制約を組み込んでいる  
これらの条件は**ネットワーク事業者が操作するフローが各リンクの容量制約を満たし、かつ非負であることを保証する**

disjunctive constraints

$$0 \leq Mx \leq Kr \quad (7a)$$

$$0 \leq y \leq K(1 - r) \quad (7b)$$

$$r \in \{0, 1\} \quad (7c)$$

**相補性条件**  $0 \leq Mx \perp y \geq 0$  を持つと、このように分離制約に変換できる (Gabriel et al., 2017)

# Solution Method

分離制約を活用して旅行者・ネットワーク事業者のKKT条件の平衡方程式を②線形化する

$$0 \leq \sum_{a \in A, m \in \{pv\}} \delta_{akm\eta}^w (\alpha_{a\eta}^{pv} + \gamma_{\eta} l_a t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) + c_a^{pv} + \hat{\pi}_a) + \sum_{a \in A, m \in \{pt\}} \delta_{akm\eta}^w (\alpha_{a\eta}^{pt} + \gamma_{\eta} l_a t_a^{pt}(v_a, \Delta_a) - \beta_{\eta} t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) - s_a - \tilde{\pi}_a) - \mu_{\eta}^w \leq M \hat{r}_{k\eta}^w \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H \quad (8a)$$

$$0 \leq x_{k\eta}^w \leq M(1 - \hat{r}_{k\eta}^w) \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H \quad (8b)$$

$$0 = d_{\eta}^w - \sum_{k \in K_w} x_{k\eta}^w \quad \forall w \in W, \forall \eta \in H \quad (8c)$$

$$0 \leq u l_a t_a^{pv}(v_a, \Delta_a) - (1 - u) \hat{\pi}_a + \rho_a^{pv} \leq M \hat{r}_a^{pv} \quad \forall a \in A \quad (8d)$$

$$0 \leq z_a^{pv} \leq M(1 - \hat{r}_a^{pv}) \quad \forall a \in A \quad (8e)$$

$$0 \leq u l_a t_a^{pt}(v_a, \Delta_a) + (1 - u) \tilde{\pi}_a + \rho_a^{pt} \leq M \tilde{r}_a^{pt} \quad \forall a \in A \quad (8f)$$

$$0 \leq z_a^{pt} \leq M(1 - \tilde{r}_a^{pt}) \quad \forall a \in A \quad (8g)$$

$$0 \leq q_a^m + \Delta_a^m - \sum_{\eta \in H} z_{a\eta}^m \leq M \bar{r}_a^m \quad \forall a \in A, \forall m \in M \quad (8h)$$

$$0 \leq \rho_a^m \leq M(1 - \bar{r}_a^m) \quad \forall a \in A, \forall m \in M \quad (8i)$$

$$\hat{r}_{k\eta}^w, \hat{r}_a^{pv}, \tilde{r}_a^{pt}, \bar{r}_a^m \in \{0, 1\} \quad (8j)$$

Linearized KKT for User equilibrium

Linearized KKT for Network operator

Binary Variables

disjunctive constraints

$$0 \leq Mx \leq Kr$$

$$0 \leq y \leq K(1 - r)$$

$$r \in \{0, 1\}$$

# Solution Method

## 混雑度（単位長さあたりの移動時間）の②線形化

$$t_a^m = t_a^m(0) \left( 1 + \alpha_a \left( \frac{v_a}{q_a + \Delta_a} \right)^4 \right)$$

混雑度は、全リンク流量と容量に関して非線形であるBPR関数に従うと仮定  
線形化するためにテイラー級数展開を用いる。L = {1...L} を項 $t_a^m(v_a, \Delta_a)$  の区分的線形近似の集まりとする  
Lの各要素にはピボット $\delta_a^l (v_a^l, \Delta_a^l) \in \mathcal{L}_l$ がある。

$v_a, \Delta_a$ に関する関数の導関数はそれぞれ

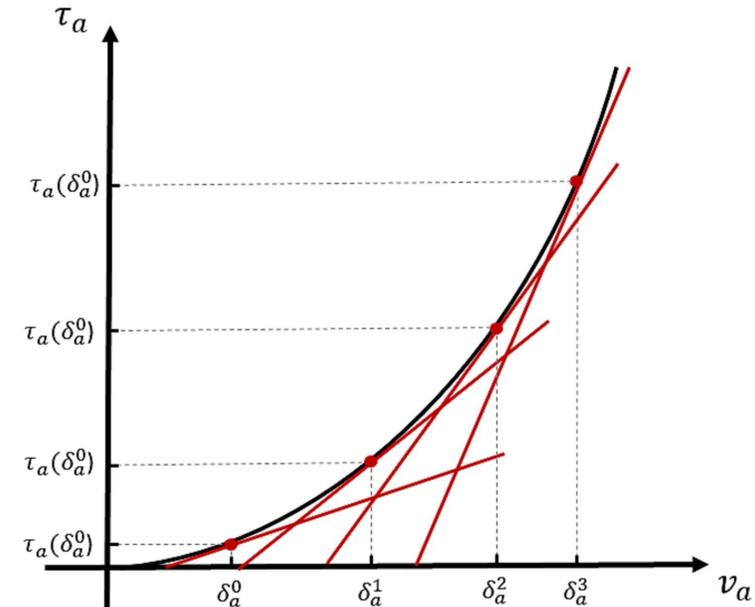
$$\xi_{la}^1 = 4t_a^m(0)\alpha_a \frac{v_a^{l3}}{(q_a + \Delta_a^l)^4} \text{ and } \xi_{la}^2 = -4t_a^m(0)\alpha_a \frac{v_a^{l4}}{(q_a + \Delta_a^l)^5},$$

また、切片は

$$\xi_{la}^0 = t_a^m(0)\alpha_a \frac{v_a^{l4}}{(q_a + \Delta_a^l)^4}.$$

各点 $\delta_a^l (v_a^l, \Delta_a^l)$ における $t_a$ の一次テイラー展開は次のようになる

$$f(v_a^l, \Delta_a^l) = \xi_{la}^0 + \xi_{la}^1 v_a^l + \xi_{la}^2 \Delta_a^l \quad \forall a \in A, l \in \mathcal{L} \quad (9)$$



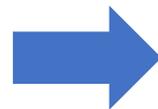
4本の直線と $v_a$ のみを変数とする  
線形区分近似の例

# Solution Method

時間コスト関数は凸であるので、非線形項 $t_a(v_a, \Delta_a)$ を新しい変数 $\tau_a$ に置き換えた平衡方程式に追加するために、区分的線形関数を次の線形不等式のセットに変換する

時間コスト関数/time cost function

$$f(v_a^l, \Delta_a^l) = \xi_{la}^0 + \xi_{la}^1 v_a^l + \xi_{la}^2 \Delta_a^l \quad \forall a \in A, l \in \mathcal{L}$$



$$\tau_a - \xi_{la}^0 - \xi_{la}^1 v_a - \xi_{la}^2 \Delta_a \geq 0 \quad \forall a \in A, l \in \mathcal{L} \quad (10a)$$

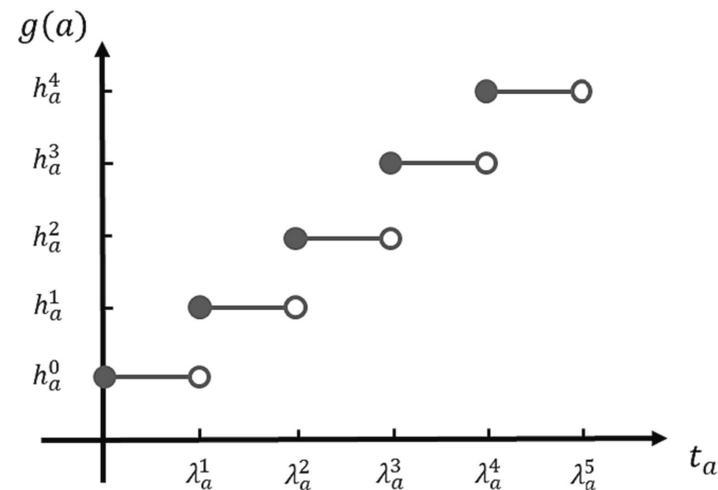
$$\tau_a - \xi_{la}^0 - \xi_{la}^1 v_a - \xi_{la}^2 \Delta_a \leq M(1 - \tilde{r}_a^l) \quad \forall a \in A, l \in \mathcal{L} \quad (10b)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \tilde{r}_a^l = 1 \quad \forall a \in A \quad (10c)$$

$$\tilde{r}_a^l \in \{0, 1\} \quad \forall a \in A, l \in \mathcal{L} \quad (10d)$$

しかし、目的関数の $t_a$ を $\tau_a$ に置き換えただけでは、非凸性と非線形性は解消されない  
 目的関数を線形化するために、単位移動時間に対してステップ関数を用いる  
 それぞれ $\{\lambda_a^0, \dots, \lambda_a^\gamma\}$ と $h(a, \gamma)$ で定義される区間とステップ関数があるとする

$$\dots_a r_\gamma = e(t_a - \lambda_a^\gamma) = \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_a < \lambda_a^\gamma \\ 1 & \text{if } \tau_a \geq \lambda_a^\gamma \end{cases} \quad \forall a \in A, \forall \gamma \in \Gamma \quad (11)$$



混雑はステップ関数として定義される

# Solution Method

## ステップ関数

$$\overset{\dots a}{r}_\gamma = \mathbf{e}(t_a - \lambda_a^\gamma) = \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_a < \lambda_a^\gamma \\ 1 & \text{if } \tau_a \geq \lambda_a^\gamma \end{cases} \forall a \in A, \forall \gamma \in \Gamma \quad (11)$$

式 (11) は式 (12) と等価である

$$\tau_a - \lambda_a^\gamma + M(1 - \overset{\dots a}{r}_\gamma) \geq 0 \forall a \in A, \forall \gamma \in \Gamma$$

$$\tau_a - \lambda_a^\gamma - M\overset{\dots a}{r}_\gamma \leq 0 \forall a \in A, \forall \gamma \in \Gamma \quad (12)$$

$$\overset{\dots a}{r}_\gamma \in \{0, 1\} \forall a \in A, \forall \gamma \in \Gamma$$

式(11)を基に、目的関数の混雑変数を以下の関数に置き換える

$$g(a) = \sum_{\gamma \in \Gamma} h_a^{\gamma+1} (\overset{\dots a}{r}_\gamma - \overset{\dots a}{r}_{\gamma+1}) \forall a \in A \quad (13)$$

目的関数の $g(a)$ を置き換えると、二項変数と連続変数 $\overset{\dots \alpha}{i}_\gamma^* x_{k\eta}^w$ の乗算となり、次のように線形化する必要がある

$$y_{k\eta}^{w\gamma} = \overset{\dots a}{r}_\gamma^* x_{k\eta}^w \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \leq \bar{x}_{k\eta}^w \overset{\dots a}{r}_\gamma \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \leq x_{k\eta}^w \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \geq x_{k\eta}^w - (1 - \overset{\dots a}{r}_\gamma) \bar{x}_{k\eta}^w \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \geq 0 \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma$$

(14)

# Solution Method

## MPEC to MILP

二項変数に対する線形化制約を設定し、市場清算制約を考慮し、KKT条件の相補性条件を分離制約に置き換え、MPEC定式化はより良い数値的挙動を約束するMILPに置き換えられる  
 最終的なモデルは以下のMILP定式化である The final model is the following MILP formulation

$$\text{Obj1 : } \min \sum_{a \in A} |\tau_a - \bar{\tau}| \quad (15a)$$

$$\text{Obj2 : } \min \left| \frac{\sum_{k \in K, w \in W, m \in M} \sum_{a \in A, \gamma \in \Gamma} \delta_{akm\eta_1}^w h_a^\gamma (y_{k\eta_1}^{w,\gamma} - y_{k\eta_1}^{w,\gamma+1})}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{k \in K, w \in W, m \in M} \sum_{a \in A, \gamma \in \Gamma} \delta_{akm\eta_2}^w h_a^\gamma (y_{k\eta_2}^{w,\gamma} - y_{k\eta_2}^{w,\gamma+1})}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w} \right| \quad (15b)$$

$$\text{Obj3 : } \min \sum_{w \in W} \left| \frac{\sum_{k \in K, m \in M} \sum_{a \in A, \gamma \in \Gamma} \delta_{akm\eta_1}^w h_a^\gamma (y_{k\eta_1}^{w,\gamma} - y_{k\eta_1}^{w,\gamma+1})}{d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{k \in K, m \in M} \sum_{a \in A, \gamma \in \Gamma} \delta_{akm\eta_2}^w h_a^\gamma (y_{k\eta_2}^{w,\gamma} - y_{k\eta_2}^{w,\gamma+1})}{d_{\eta_2}^w} \right| \quad (15c)$$

$$\text{Obj4 : } \min \frac{\sum_{k \in K, w \in W, a \in A} \sum_{m \in M} \delta_{akm\eta}^w h_a^\gamma (y_{k\eta}^{w,\gamma} - y_{k\eta}^{w,\gamma+1})}{\sum_{w \in W} d_{\eta}^w} \quad (15d)$$

$$\text{Obj5 : } \min \frac{\sum_{k \in K, w \in W, a \in A} \sum_{m \in M} \delta_{akm\eta_1}^w h_a^\gamma (y_{k\eta_1}^{w,\gamma} - y_{k\eta_1}^{w,\gamma+1})}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w} \quad (15e)$$

$$\text{Obj6 : } \min \frac{\sum_{k \in K, w \in W, a \in A} \sum_{m \in M} \delta_{akm\eta_2}^w h_a^\gamma (y_{k\eta_2}^{w,\gamma} - y_{k\eta_2}^{w,\gamma+1})}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w} \quad (15f)$$

s.t.

$$\Delta_a^m \leq \bar{\Delta}_a^m(\gamma_a^m) \quad (15g)$$

$$\sum_{a \in A, m \in M} b_a^m \Delta_a^m - B \leq 0(\varpi) \quad (15h)$$

### Variable Conversion

Congestion variable  
determined by flow and capacity

$$t_a^m(v_a, \Delta_a) \rightarrow \tau_a^m$$

Flow of travelers of class  $\eta$  on  
route  $k$  for OD pair  $w$

$$x_{k\eta}^w \rightarrow h_a^\gamma (y_{k\eta}^{w,\gamma} - y_{k\eta}^{w,\gamma+1})$$

# Solution Method

$$0 \leq \sum_{a \in A, m \in \{pv\}} \delta_{akm\eta}^w (\alpha_{a\eta}^{pv} + \gamma_{\eta} l_a \tau_a^{pv} + c_a^{pv} + \hat{\pi}_a) + \sum_{a \in A, m \in \{pt\}} \delta_{akm\eta}^w (\alpha_{a\eta}^{pt} + \gamma_{\eta} l_a \tau_a^{pt} - \beta_{\eta} \tau_a^{pv} - s_a - \tilde{\pi}_a) - \mu_{\eta}^w \leq M \hat{r}_{k\eta}^w \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H \quad (15i)$$

$$0 \leq x_{k\eta}^w \leq M(1 - \hat{r}_{k\eta}^w) \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H \quad (15j)$$

$$0 = d_{\eta}^w - \sum_{k \in K_w} x_{k\eta}^w \forall w \in W, \forall \eta \in H \quad (15k)$$

旅行者モデルのKKT条件 KKT conditions for traveler model

$$0 \leq u l_a \tau_a^{pv} - (1 - u) \hat{\pi}_a + \rho_a^{pv} \leq M \hat{r}_a^{pv} \forall a \in A \quad (15l)$$

$$0 \leq z_a^{pv} \leq M(1 - \hat{r}_a^{pv}) \forall a \in A \quad (15m)$$

$$0 \leq u l_a \tau_a^{pt} + (1 - u) \tilde{\pi}_a + \rho_a^{pt} \leq M \hat{r}_a^{pt} \forall a \in A \quad (15n)$$

$$0 \leq z_a^{pt} \leq M(1 - \hat{r}_a^{pt}) \forall a \in A \quad (15o)$$

$$0 \leq C_a^m + \Delta_a^m - \sum_{\eta \in H} z_{a\eta}^m \leq M \hat{r}_a^m \forall a \in A, \forall m \in M \quad (15p)$$

$$0 \leq \rho_a^m \leq M(1 - \hat{r}_a^m) \forall a \in A, \forall m \in M \quad (15q)$$

ネットワーク事業者モデルのKKT条件  
KKT conditions for network operator model

$$\tau_a^m - \xi_{la}^{0,m} - \xi_{la}^{1,m} v_a - \xi_{la}^{2,m} \Delta_a^m \geq 0 \forall a \in A, l \in \mathcal{L}, \forall m \in M \quad (15r)$$

$$\tau_a^m - \xi_{la}^{0,m} - \xi_{la}^{1,m} v_a - \xi_{la}^{2,m} \Delta_a^m \leq M(1 - \hat{r}_a^{l,m}) \forall a \in A, l \in \mathcal{L}, \forall m \in M \quad (15s)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \hat{r}_a^{l,m} = 1 \quad \forall a \in A, \forall m \in M \quad (15t)$$

時間コスト関数を変換して得られた線形不等式  
Linear inequality obtained by transforming the time cost function

$$0 = z_a^{pv} - \sum_{\substack{w \in W, m \in \{pv\} \\ k \in K_w, \eta \in H}} \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w \perp \hat{\pi}_a \text{ free} \forall a \in A(pv) \quad (15u)$$

$$0 = z_a^{pt} - \sum_{\substack{w \in W, m \in \{pt\} \\ k \in K_w, \eta \in H}} \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w \perp \tilde{\pi}_a \text{ free} \forall a \in A(pt) \quad (15v)$$

市場清算条件 Market clearing conditions

ネットワーク事業者によって操作されるフローと、利用者均衡定式化によって決定されるフローの等質性を保証

# Solution Method

$$\tau_a^m - \lambda_a^{\gamma m} + M(1 - r_{\gamma m}^a) \geq 0 \forall a \in A, \forall \gamma \in \Gamma, \forall m \in M \quad (15w)$$

$$\tau_a^m - \lambda_a^{\gamma m} - Mr_{\gamma m}^a \leq 0 \forall a \in A, \forall \gamma \in \Gamma, \forall m \in M \quad (15y)$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} = r_{\gamma}^a * x_{k\eta}^w \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma \quad (15z)$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \leq \bar{x}_{k\eta}^w * r_{\gamma}^a \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma \quad (15aa)$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \leq x_{k\eta}^w \quad \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma \quad (15ab)$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \geq x_{k\eta}^w - (1 - r_{\gamma}^a) \bar{x}_{k\eta}^w \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma \quad (15ac)$$

$$y_{k\eta}^{w\gamma} \geq 0 \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma \quad (15ad)$$

$$\hat{r}_{k\eta}^w, \hat{r}_a^{\gamma w}, \hat{r}_a^{\gamma m}, \hat{r}_a^{\gamma}, \hat{r}_{\gamma m}^a \in \{0, 1\} \forall w \in W, \forall k \in K_w, \forall \eta \in H, \forall \gamma \in \Gamma \quad (15ae)$$

目的関数を線形化するための  
単位移動時間に対するステップ関数  
Step function for unit travel time  
to linearize the objective function

目的関数の混雑変数を置き換えたことにより生じる  
二項変数と連続変数の乗算を線形化したもの  
Linearized multiplication of binary and  
continuous variables resulting from replacing  
the congestion variable in the objective function

二項変数の制約 Binary Variable Constraints

# 4. Numerical Experiment

# Numerical Experiment

モデルの複雑さを考慮し、実験にはシドニーの一次ネットワークから派生したトイ・ネットワークを採用。  
このネットワークは15のノードと56のリンクで構成され、そのすべてが有料道路と補助金の区間

2011/12年の家庭旅行調査のデータを活用

## 使用するモデル

Objective function 1~6  
+ システム最適解(SO)とユーザー均衡解(UE)

$$\begin{aligned}
 \text{Obj1: } & \min \sum_{a \in A} |t_a - \bar{t}| \\
 \text{Obj2: } & \min \left| \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w} \right| \\
 \text{Obj3: } & \min \sum_{w \in W} \left| \frac{\sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{d_{\eta_1}^w} - \frac{\sum_{a \in A, m \in M} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{d_{\eta_2}^w} \right| \\
 \text{Obj4: } & \min \frac{\sum_{\eta \in H, k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta}^w x_{k\eta}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta}^w} \\
 \text{Obj5: } & \min \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_1}^w x_{k\eta_1}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_1}^w} \\
 \text{Obj6: } & \min \frac{\sum_{k \in K, w \in W} t_a^m \delta_{akm\eta_2}^w x_{k\eta_2}^w}{\sum_{w \in W} d_{\eta_2}^w}
 \end{aligned}$$



システム最適解(SO)  
ユーザー均衡解(UE)



Toy network in Sydney

# Numerical Experiment

指標名	内容
モーダルシェア(MS)	PV(MS-PV)とPV(MS-PT)のそれぞれを利用するトリップの割合
徴収通行料(CT)	PVモードを利用する旅行者から得られる収入 PV利用者全体からの徴収通行料の合計(CT-A)、または各クラスの旅行者からの徴収通行料の合計(CT- $\eta$ 1およびCT- $\eta$ 2)とすることができる
追加補助金(AS)	ネットワーク運営者が旅行者に支払う追加補助金 全PT旅行者に支払う追加補助金の合計(AS-A)、または各クラスの旅行者に支払う追加補助金の合計(AS- $\eta$ 1およびAS- $\eta$ 2)とすることができる
料金徴収の平等性(P <sup>^</sup> )	クラス $\eta$ 1の旅行者と比較した、クラス $\eta$ 2の旅行者による料金支払いの平均差(%) 正の値は、 $\eta$ 1の旅行者に比べて $\eta$ 2の旅行者の平均支払率が高いことを示す
補助金分配の平等性(P <sup>^</sup> )	クラス $\eta$ 1の旅行者と比較して、クラス $\eta$ 2の旅行者が補助金を受け取る際の平均差(%) 正の値は、 $\eta$ 1の旅行者と比較して、 $\eta$ 2の旅行者が受ける補助金の平均額が高いことを示す
モーダルシェアの平等性 (P <sub>m</sub> $\eta$ 2 $\eta$ 1)	クラス $\eta$ 2の旅行者が、クラス $\eta$ 1の旅行者と比較して、モードmを利用する割合の平均差(%) 正の値は、クラス $\eta$ 2の旅行者が、クラス $\eta$ 1の旅行者に比べて、モードmを利用する割合が高いことを示す
総移動時間(TTT)	旅行者が旅行を行うためにネットワーク上で費やす総時間
総旅行コスト(TTC)	旅行者のみが経験するコスト(TTC-T)またはシステム内のすべてのプレイヤーが経験するコスト(TTC-S)で TTC-Tでは補助金と通行料金の支払いが考慮されるが、TTC-Sではシステム内のすべてのプレイヤーを考慮し、プレイヤー間の支払いは考慮しない
渋滞経験の差(P <sup>..</sup> )	クラス $\eta$ 2の旅行者がクラス $\eta$ 1の旅行者と比較した場合の、1kmあたりの旅行時間の平均差(min)
投資額(IV)	PVモード(IV-PV)とPTモード(IV-PT)で行われる投資の額

# Numerical Experiment

**Table 1**  
Calibrated values for the parameters.

Parameters	Values
$s_a$ 基本補助金	40c/km
$\beta_\eta$ PV移動時間当たりのPTの魅力の貨幣価値	0.08
$B$ 総予算	500 k
$h_a^\gamma$ ステップ関数のステップ数	0.33, 1.0, 1.5, and 2.5 for PV mode, and 0.25, 0.8, 1.2, and 1.9 for PT mode for $\gamma \in \{1, \dots, 4\}$
$\lambda_a^\gamma$ ステップ関数の間隔	0.8, 1.3, and 2.0 for $\gamma \in \{1, \dots, 3\}$ both the PV and PT modes.
$\alpha_a^m$ 旅行者クラスによる、リンクaでモードmを利用する不便さ	$N(1.6, 0.6)$ and $N(3.5, 0.6)$ for PV and PT modes, respectively
$\gamma^m$ クラス $\eta$ の旅行者の移動時間の貨幣価値	0.15
$c_a^{pv}$ PVモードの固定金額コスト	$N(1.75, 0.5)$
$b_a^{pv}$ リンクa上のモードpvの容量を拡張する限界費用	$N(1, 0.1)$
$b_a^{pt}$ リンクa上のモードptの容量を拡張する限界費用	$N(1, 0.1)$
$H$ 旅行者のクラス	Include two classes of $\eta_1$ and $\eta_2$
$\omega_{\eta_1}$ クラス $\eta_1$ とクラス $\eta_2$ の人口比	0.33
$b_a^{pt}$ リンクa上のモードptの容量を拡張する限界費用	$N(1, 0.1)$
$u$ ネットワーク事業者の目的関数における各項の重み	0

# Numerical Experiment

**Table 2**  
Share of using different modes.

Model variant	モーダルシェア		モーダルシェアの平等性	
	Mode share (MS)		Modal share - $\eta_2$ vs $\eta_1$	
	PT 公共交通	PV 自家用車	$P_{\eta_2\eta_1}^{PT}$ 公共交通	$P_{\eta_2\eta_1}^{PV}$ 自家用車
UE	28.31%	71.69%	-41.7%	12.9%
SO	32.18%	67.82%	-43.5%	37.8%
Bi-level - Obj1	36.84%	63.16%	1%	-4.8%
Bi-level - Obj2	29.09%	70.91%	-15.9%	-3.9%
Bi-level - Obj3	35.88%	64.12%	44.7%	-22.9%
Bi-level - Obj4	31.45%	68.55%	5.7%	4%
Bi-level - Obj5	30.58%	69.42%	-64.9%	109.7%
Bi-level - Obj6	31.0%	69.00%	240%	-32.9%

各モデルの交通手段シェア

正の値は、 $\eta_2$ の旅行者が $\eta_1$ の旅行者に比べてモードmを利用する割合が高いことを示す

全体の混雑の分散を最小化するモデル(Obj1)、旅行者が経験する混雑を最小化するモデル(Obj4)は、クラス間のPTとPVの利用率の差がほぼなく、高い公平性を示している。具体的には、Obj1では、PTとPVの利用におけるクラス間の差は、それぞれわずか1%と4.8%である。

Models that **minimize the variance of overall congestion** and **the congestion experienced by travelers** are **equitable**, with almost no difference in PT and PV utilization between classes

# Numerical Experiment

**Table 3**

Pricing performance of different model variants.

徴収通行料

追加補助金

Model variant	徴収通行料				追加補助金			
	CT-A	CT- $\eta_1$	CT- $\eta_2$	$\hat{P}$	AS-A	AS- $\eta_1$	AS- $\eta_2$	$\check{P}$
UE	Maximum amount of additional subsidy				Equality in toll collection and distribution of subsidies			
SO				0	0	0	0	0
Bi-level – Obj1	90,534.5	21,616.8	68,917.7	6%	702,676.1	164,688.3	537,987.9	9%
Bi-level – Obj2	114,559.8	25,483.9	89,075.8	17%	174,069.8	40,255.7	133,814.2	11%
Bi-level – Obj3	120,058.1	37,984.6	82,073.5	28%	596,250.4	11,941.2	47,683.8	33%
Bi-level – Obj4	95,315.5	21,407.2	33,908.2	15%	107,443.1	24,486.2	142,957	95%
Bi-level – Obj5	229,076.8	46,189.5	182,887.3	32%	14,005.9	9,995.9	4,010	-97%
Bi-level – Obj6	182,234.3	73,167.3	109,067	-50%	2,744.783	0	2744.8	M

各モデルの価格設定  
パフォーマンス

正の値は、 $\eta_1$ の旅行者に比べて $\eta_2$ の旅行者の平均支払率が高いことを示す

正の値は、 $\eta_1$ の旅行者と比べて $\eta_2$ の旅行者が受ける補助金の平均額が高いことを示す

各クラスが経験する混雑を最小化するモデル(Obj5,6)は、通行料の徴収量が多くPT利用への補助金が少ないため、事業者に大きな収益をもたらす。しかし、クラス間の補助金と料金徴収の配分において著しい不公平が生じる。

全体の混雑の分散を最小化するモデル(Obj1)はPT利用への追加補助金の最高額を割り当てている。これらで徴収される通行料額は他より低く、事業者の純収入はマイナスとなる。マイナス収入は、すべての利用者に公平な交通網を提供するためのコストの一部と解釈できる。このモデルは、料金徴収の平等性と補助金分配の平等性の点で他を凌駕している。

# 各モデルの移動時間、移動コスト、投資パフォーマンス

**Table 4**

移動時間

移動コスト

投資

Travel time and travel cost and investment performance of different model variants.

Model variant	TTT (min)	TTC-T (\$)	TTC-S (\$)	$\ddot{P}$ (min/km)	IV-PV (\$/day)	IV-PT (\$/day)
UE	2,542,463.8	1,352,830	1,352,829.9	0.35	0	0
SO	2,269,593.4 (-10.7%)	1,330,958 (-1.6%)	1,330,957.9 (-1.6%)	0.16	0	0
Bi-level – Obj1	3,020,913.6 (18.8%)	658,591.1 (-51.3%)	1,270,732.7 (-6.1%)	0.128	406,957.4	93,042.6
Bi-level – Obj2	2,828,249.3 (3.4%)	1,311,735 (-3%)	1,371,244.7 (1.4%)	-0.11	6,826.6	14,418
Bi-level – Obj3	2,080,677.9 (-18.2%)	1,435,378 (6.1%)	1,374,944.9 (1.6%)	0.21	267,873.9	232,126.1
Bi-level – Obj4	2,506,015.1 (-1.4%)	1,361,530 (0.6%)	1,433,657.8 (6%)	0.28	23,097.1	0
Bi-level – Obj5	2,636,993.1 (3.7%)	1,603,732 (18.5%)	1,388,661.6 (2.6%)	0.37	0	0
Bi-level – Obj6	2,347,273.4 (-7.7%)	1,555,349 (15%)	1,375,859.4 (1.7%)	-0.12	9,688.7	0

$\eta 2$ の旅行者が $\eta 1$ の旅行者と比較した場合の1kmあたりの旅行時間の平均差(min)

全体の混雑の分散を最小化するモデル(Obj1)は、TTC-T(旅行者が負担する旅行コスト)とTTC-S(システム全体のコスト)を低く抑えているが、それにはPVとPTの能力を拡張するための多額の投資が必要であることを注意。TTT(総移動時間)は全モデルの中で最も高く、異なるプレイヤーが負担する移動時間と費用の間の潜在的なトレードオフを示している。

各ODでの混雑の不平等を最小化するモデル(Obj3)は、TTTを18.2%という大幅な削減を達成できる可能性を示すが、PVとPTの容量拡大のための投資の増加と、料金徴収と補助金分配における不平等の潜在的な増加を犠牲にしている(Table3)。

# Numerical Experiment

## 政策的意味合い/Findings from a Policy Perspective

### 交通網の設計において公平性を優先させる必要性

#### Prioritizing equity in the design of transportation networks

交通利用における差別を効果的に減らし、利用者グループ間での補助金や料金徴収の公平な分配を促進

## 注目すべきモデル/ Models worthy of attention

### 全体の混雑の分散を最小化するモデル(Obj1)

### 各ODペアの旅行者が経験する混雑の不平等を最小化するモデル(Obj3)

公共交通機関のシェアを高め、自家用車の利用を減らし、**公共交通機関の利用を促進する**効果があることが示唆される。

### 全体の混雑の分散を最小化するモデル(Obj1)

PVの容量拡張に多額の投資という条件付きではあるが、公平性指標において、**優れた結果**を示している。（交通シェアのバランスが良い、旅行者負担コストが低い）

### 低所得者が経験する混雑を最小化するモデル(Obj5)

低所得層の旅行者に混雑の少ない旅行体験を提供する。このモデルでは**通行料が高いにもかかわらず、自家用車を公共交通よりも魅力的なものにしている**。その結果、低所得者の**PT移動の混雑が緩和**され、PT移動がスムーズになる。しかし、事業者に収益をもたらす補助金と料金徴収の配分において不公平をもたらす。

# Conclusion

## 目的

交通ネットワーク設計において公平性を取り入れた二階層最適化モデルを提案

## 研究成果

- ▶ 従来モデルでは考慮しきれなかった公平性の把握が可能なモデルを構築
- ▶ 価格設定メカニズムを下位に置くことで、事業者と旅行者の相互作用を捉え、効果的なモデリングにつながった
- ▶ 数値実験で各モデルのパフォーマンスを評価  
特に、全体の混雑の分散を最小化するモデルで比較的公平性に優れた結果が得られた

## 所感

- 目的関数が多く、使う文字・条件も豊富で大変だった。
- MPECとして定式化してMILPへと再定式化する部分が非常に難しかった。
- この論文が想定している低所得者層がどんなものなのか掴みきれなかった。
- 公共投資によって公平性が向上するというように、モデルからは直感に一致する結果が得られた。