

Properties of equilibria in transport problems with complex interactions between users

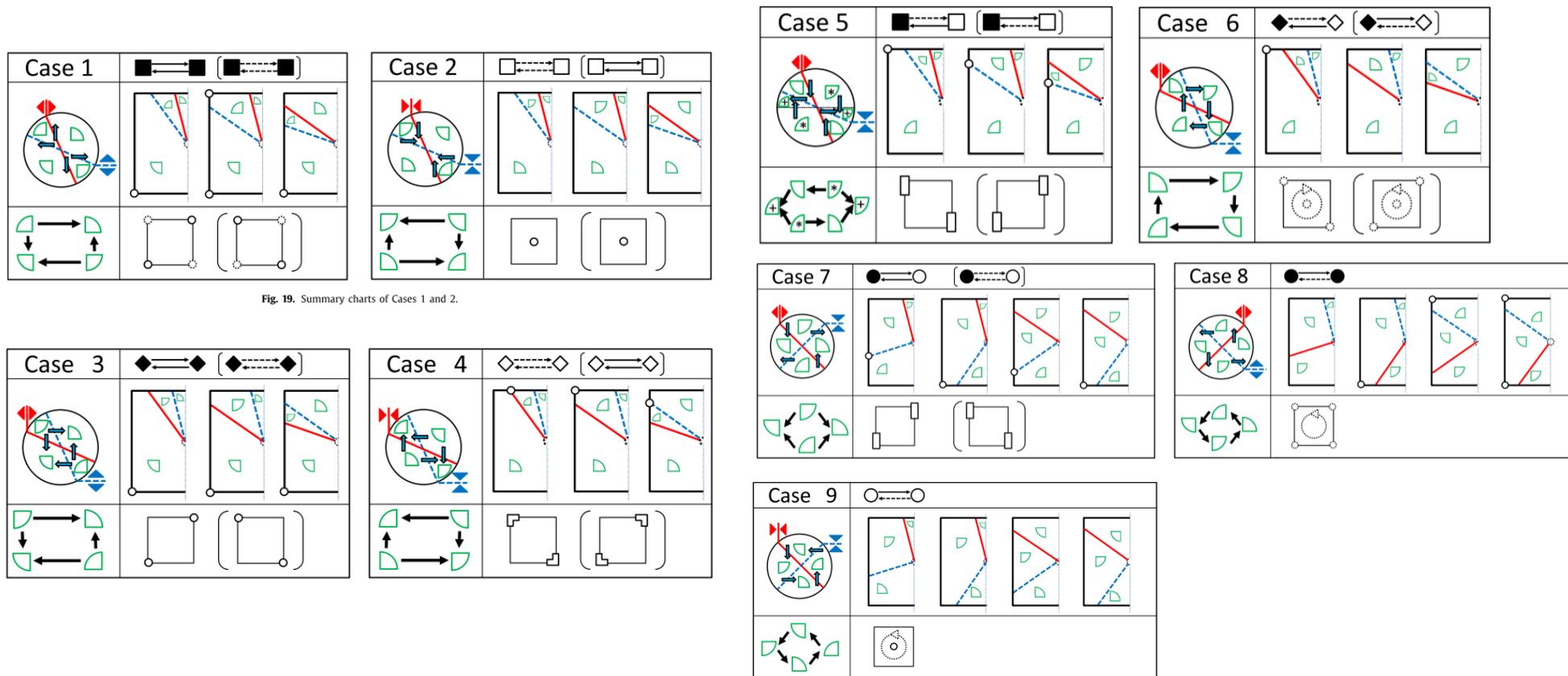
Iryo, T., & Watling, D. (2019). Properties of equilibria in transport problems with complex interactions between users. *Transportation Research Part B: Methodological*, 126, 87-114.

理論談話会2024#2 (2024/5/1)

M2 林由翔

Abstract

- 2つの選択肢と2つの利用者グループからなる，利用者間の相互作用を伴う交通行動モデルを，解特性に基づき9ケースに分類した．
- 各ケースの進化ダイナミクス分析，均衡の安定性解析を行い，グラフィカルにまとめた．
- 交通政策や交通現象の定性的な評価に有用であろう．



1. Introduction

配分問題の均衡解の一意性と安定性

BPR関数など、混雑による負の外部性があれば成立

静的利用者配分問題(UE)は、旅行効用が旅行人数に関して厳密に単調減少するならば、一意な均衡解を持ち(Beckmannら, 1956), UEを進化ゲームとしてみたとき解は漸近安定性を示す(Smith, 1984).

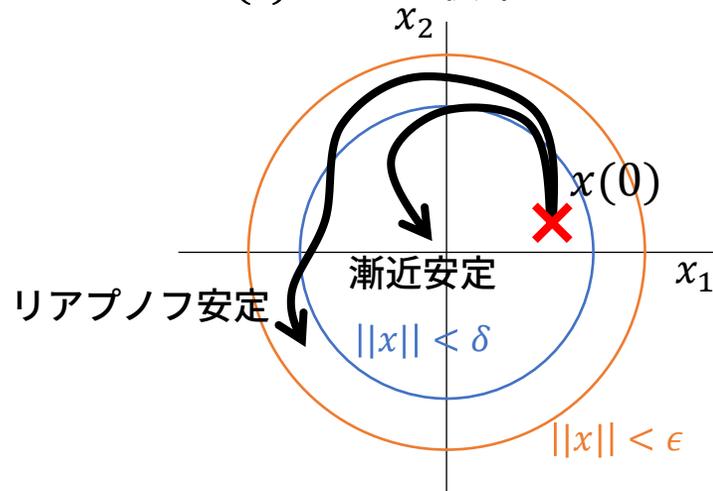
リアプノフ安定(Lyapunov stable)

力学系 $\dot{x} = f(x(t))$ の原点がリアプノフ安定とは,

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \\ \text{s.t. } \forall t > 0 \quad \|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon$$

漸近安定(Asymptotic stable)

力学系 $\dot{x} = f(x(t))$ の原点が漸近安定とは、原点がリアプノフ安定かつ、原点近傍から出発した解軌道が $t \rightarrow \infty$ で $x(t) \rightarrow 0$ に収束する。



UE/FDの定式化 – 等価最適化問題への変換

Wardropの利用者均衡の等価最適化問題

UE/FD-Primal

$$\min Z(x) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) dw$$

s.t.

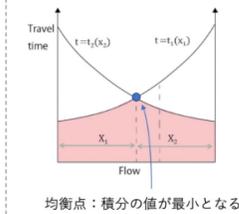
$$\sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} = 0 \quad \forall rs \in \Omega$$

$$x_a = \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad \forall a \in A$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k \in K_{rs}, \forall rs \in \Omega$$

$$x_a \geq 0 \quad \forall a \in A$$

目的関数は直感的には下のように理解できる



$t_a(x_a)$: リンク a の旅行時間
 x_a : リンク a の交通量
 f_k^{rs} : ODペア rs 間のバス k の流量
 q_{rs} : ODペア rs 間の分布交通量
 $\delta_{a,k}^{rs}$: ODペア rs 間のバス k がリンク a を含むか否か (True=1, False=0)

均衡点：積分の値が最小となる点

- 十分性の証明 (詳しい証明は教科書や昨年度資料参照)
UE/FD-PrimalのKKT条件が元の問題と一致することにより証明できる
- 解の一意性の証明 (詳しい証明は教科書や昨年度資料参照)
変数の実行可能領域が凸 (∵制約条件式が全て線形)
目的関数が狭義の凸関数 \Leftrightarrow Hessianが正定値 (∵リンクパフォーマンス関数が単調増加)

2.1 UEの定式化

29

スタートアップゼミ2024#2より

解の一意性と安定性が満たされない場合

- リンク間の相互作用が非対称なとき，複数の均衡が存在しうる (Watling, 1996)
- 動的利用者配分問題(DTA)では，複数の均衡が存在したり (Iryo, 2011)，均衡解が不安定だったり (Iryo, 2008; Guoら, 2019)する。
- 正の外部性を扱う問題も考えると，複数の均衡や不安定性の問題がさらに出現する。
 - 社会的相互作用
 - 規模の経済

本研究の目的

利用者間の複雑な相互作用を含む交通行動モデルの解一意性や安定性などの解特性を，すべて特定し理解する。

一般的な安定性解析手法とその限界

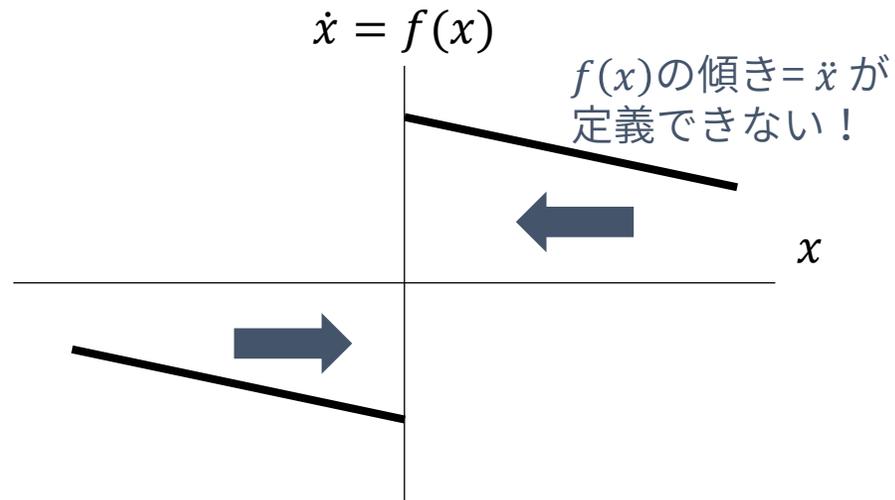
このような系の安定性解析の手法は古くから確立されている。

力学系 $\dot{x} = f(x)$ の局所線形化による安定性解析の方法

1. ヤコビアン $\frac{\partial f}{\partial x}$ を求める
2. 平衡点 x^* においてヤコビアンの固有値がすべて負ならその平衡点は安定

この手法は f が平衡点付近で一階微分可能である (ヤコビアンが求まる) ことを前提としている。

ところが、交通の問題で登場する進化ダイナミクスの多くは、平衡点付近で微分不能である。このような場合に確立された標準的な安定性解析の方法は存在しない。



本研究では設定を簡略化し、様々なパターンの問題を網羅的に検証

2. Model specifications

モデルー輸送システム

2つの選択肢 $\{0,1\}$ と2つの利用者グループ $\{A,B\}$ を持つ，利用者間の相互作用を伴う交通行動モデル

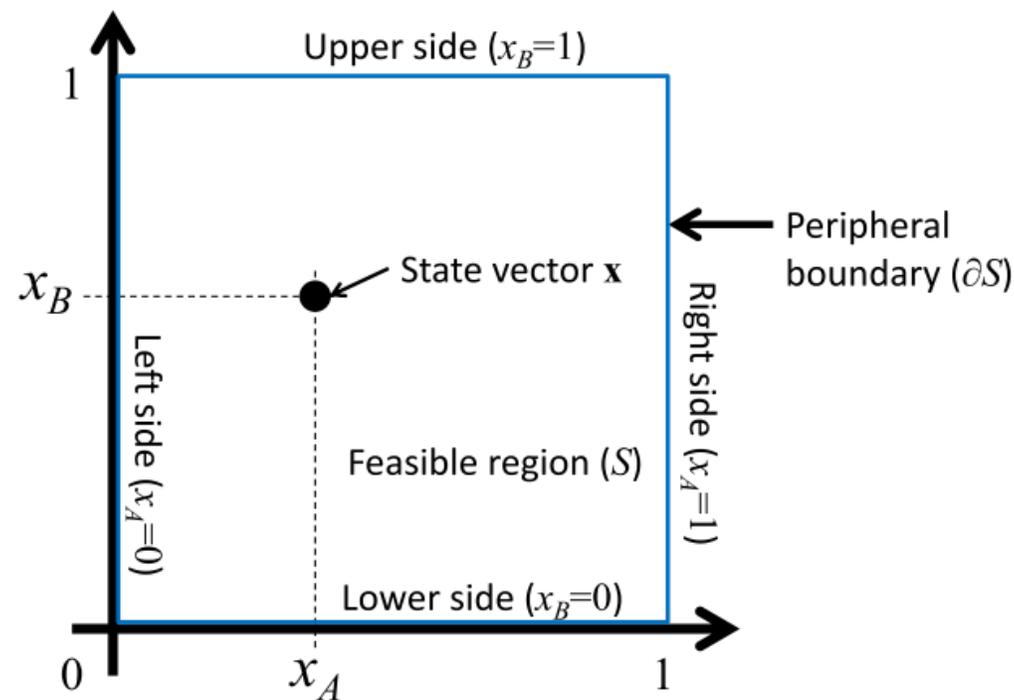
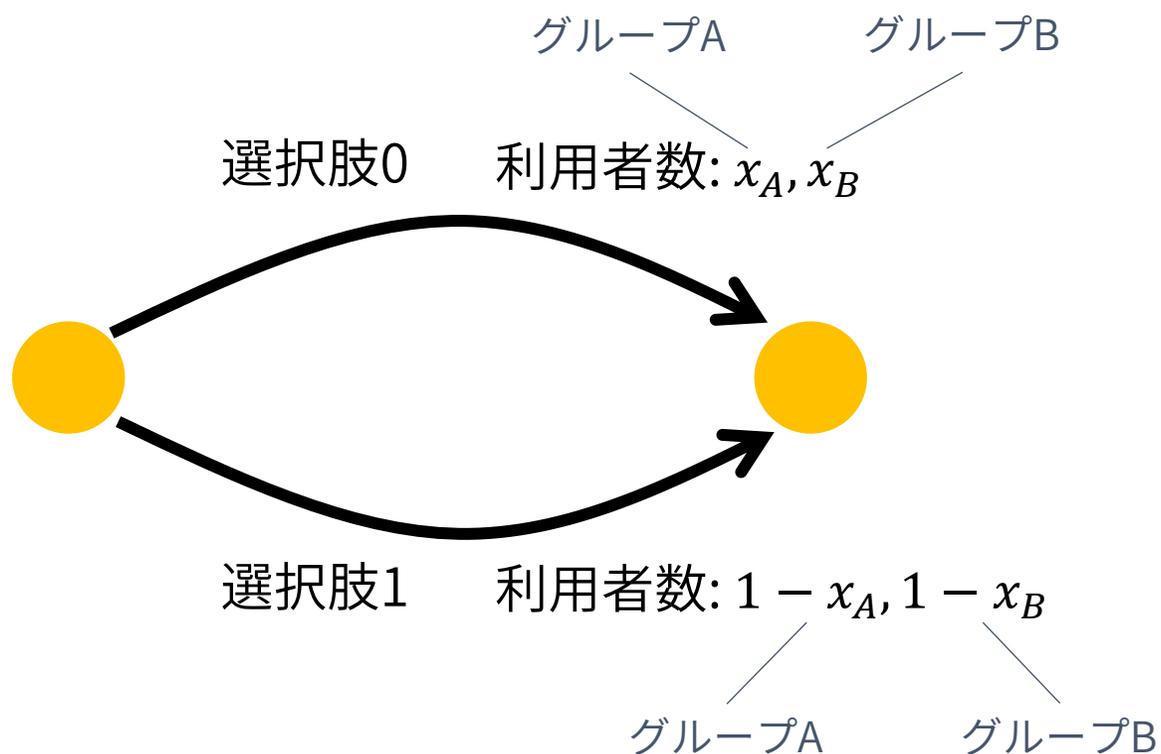


Fig. 1. Feasible region and state vector on phase diagram.

実行可能領域は $[0,1]^2$ で表される

モデル—効用関数

グループ $i \in \{A, B\}$ の利用者の効用差関数 $u_i(\mathbf{x})$ は

$$u_i(\mathbf{x}) = \underbrace{u_i^0(x_A, 1 - x_A, x_B, 1 - x_B)}_{\substack{\text{選択肢0を選んだ時の効用} \\ \text{(各選択肢を選ぶ人数に依存)}}} - \underbrace{u_i^1(x_A, 1 - x_A, x_B, 1 - x_B)}_{\substack{\text{選択肢1を選んだ時の効用} \\ \text{(各選択肢を選ぶ人数に依存)}}$$

利用者は $u_i(\mathbf{x}) > 0$ なら選択肢0を, $u_i(\mathbf{x}) < 0$ なら選択肢1を嗜好する.

境界部 $u_i(\mathbf{x}) = 0$ が1本の曲線になるならば, それを 内部境界 (Internal boundary) と呼ぶことにする.

Lipschitz continuous:

$$\exists K \in \mathbb{R} \text{ s.t. } \forall x, y \ |f(x) - f(y)| \leq K|x - y|$$

仮定

[U1] $u_i(\mathbf{x})$ はリプシッツ連続であり, x_A, x_B に対して一回微分可能であり, 有界

[U2] $\{u_A(\mathbf{x}) = 0 \text{ and } u_B(\mathbf{x}) = 0\} \Rightarrow \mathbf{x} \notin \partial S$, $\{u_A(\mathbf{x}) = 0 \text{ or } u_B(\mathbf{x}) = 0\} \Rightarrow \{0 < x_A < 1 \text{ or } 0 < x_B < 1\}$

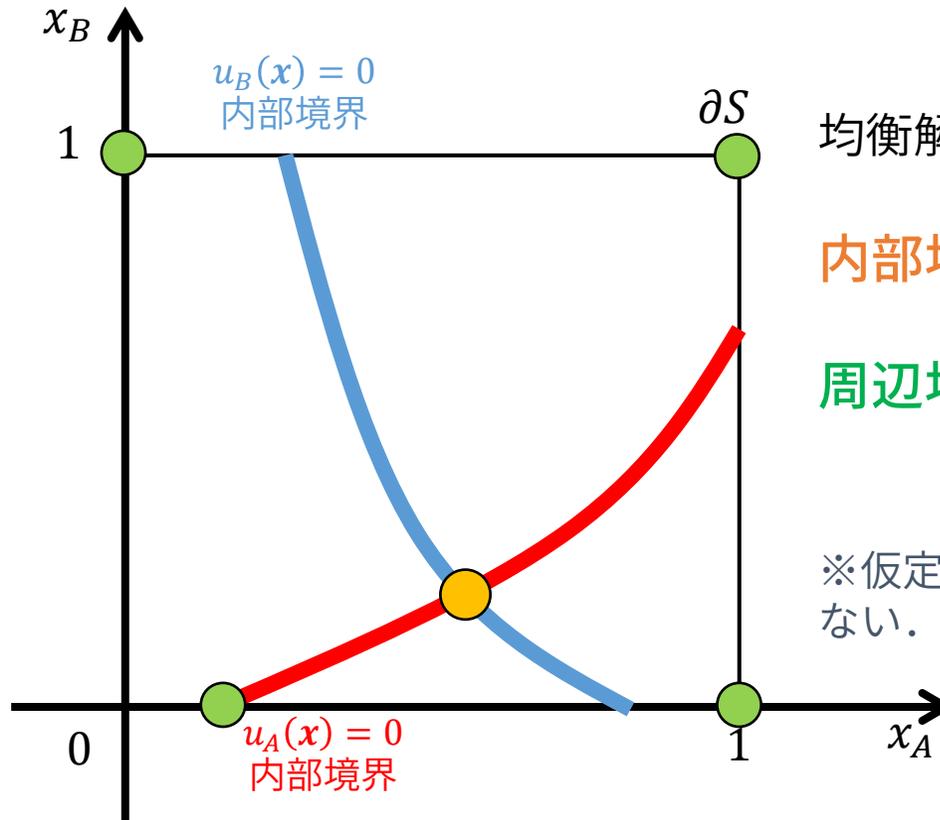
※どちらも極端な例外を除外するための仮定です.

均衡の定義

\mathbf{x}^* が均衡解であるとは、

$$\begin{aligned} x_i^* &= 1 \text{ if } u_i(\mathbf{x}^*) > 0 \\ x_i^* &= 0 \text{ if } u_i(\mathbf{x}^*) < 0 \\ 0 \leq x_i^* &\leq 1 \text{ if } u_i(\mathbf{x}^*) = 0 \end{aligned} \quad (i \in \{A, B\})$$

均衡解は**内部均衡解**と**周辺均衡解**のどちらか一方になる。



均衡解の集合を S^* とおく。

内部均衡解 (Internal equilibrium)

$$u_i(\mathbf{x}^*) = 0, \mathbf{x}^* \in S^* \cap (S - \partial S)$$

周辺均衡解 (Peripheral equilibrium)

$$u_i(\mathbf{x}^*) \neq 0, \mathbf{x}^* \in S^* \cap \partial S$$

※仮定U2により、 $u_i(\mathbf{x}^*) = 0$ かつ $\mathbf{x}^* \in S^* \cap \partial S$ なる均衡解はない。

進化ダイナミクスの定義

安定性解析では、状態が均衡解上にないとき、どの方向に状態が動くかを考える。

→進化ゲームでは状態の遷移方向を常微分方程式で記述する。(Sandholm, 2010)

$$\dot{x}_i = (1 - x_i)\rho_i^+(x, u_i) + x_i\rho_i^-(x, u_i) \quad (i \in \{A, B\})$$

選択肢1を使っていた
利用者が選択肢0
に切り替える速さ

選択肢0を使っていた
利用者が選択肢1
に切り替える速さ

仮定

[D1] $\rho_i^+(x, u_i), \rho_i^-(x, u_i)$ は x_A, x_B, u_i についてリプシッツ連続であり有界

[D2] $\rho_i^+(x, u_i), \rho_i^-(x, u_i)$ は x で偏微分可能。

$$[D3] \begin{cases} u > 0 \Leftrightarrow \rho_i^+(x, u_i) > 0 \text{ and } \rho_i^-(x, u_i) = 0 \\ u < 0 \Leftrightarrow \rho_i^+(x, u_i) = 0 \text{ and } \rho_i^-(x, u_i) < 0 \\ u = 0 \Leftrightarrow \rho_i^+(x, u_i) = 0 \text{ and } \rho_i^-(x, u_i) = 0 \end{cases}$$

「利用者は現時点でより好ましい選択肢を常に
選ぶ」を意味する

[D4] $\rho_i^+(x, u_i)$ は $u_i \rightarrow +0$ のとき u_i で偏微分可能でありその導関数は正の値をとる。 $\rho_i^-(x, u_i)$ は $u_i \rightarrow -0$ のとき u_i で偏微分可能でありその導関数は正の値をとる。

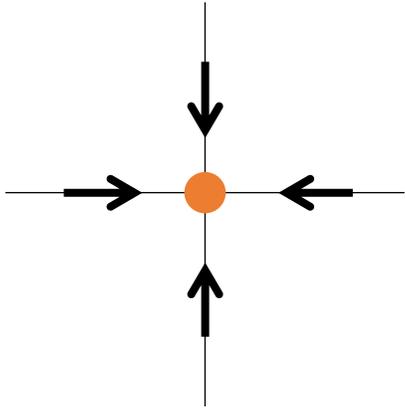
[D1][D2] により、 \dot{x} は均衡解上にないならば一階微分可能。 $f(x)$ の傾き $= \dot{x}$ が均衡解以外では定義できる

[D3] により、 $\dot{x} = 0 \Leftrightarrow x \in S$ が保証される。つまり、ナッシュ均衡解は進化のダイナミクスの定常解である。
 x が均衡解

3. Stability and instability of equilibrium solutions

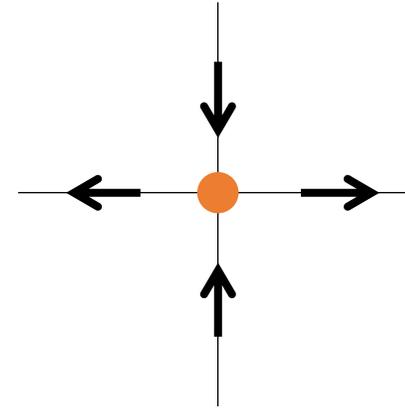
均衡点の安定性

漸近安定点 (Stable equilibrium solution)



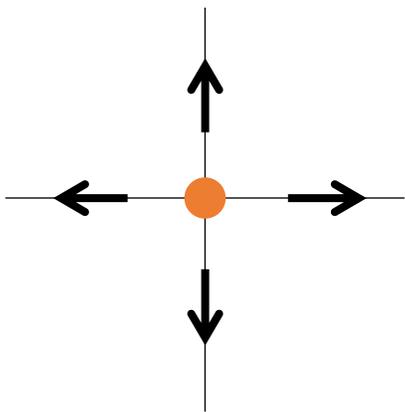
鞍点 (Saddle equilibrium solution)

不安定



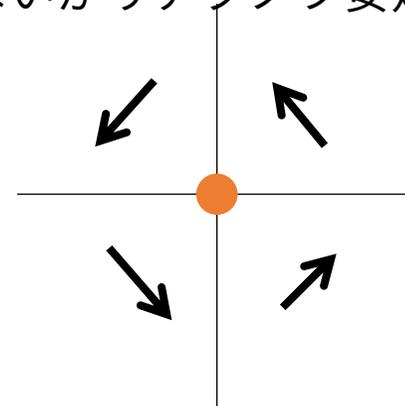
湧点 (Diverging equilibrium solution)

不安定



円形均衡解 (Circular equilibrium solution)

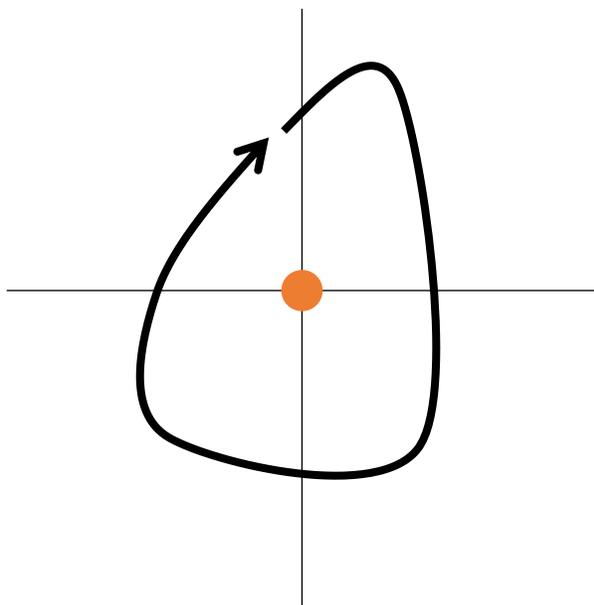
漸近安定ではないがリアプノフ安定



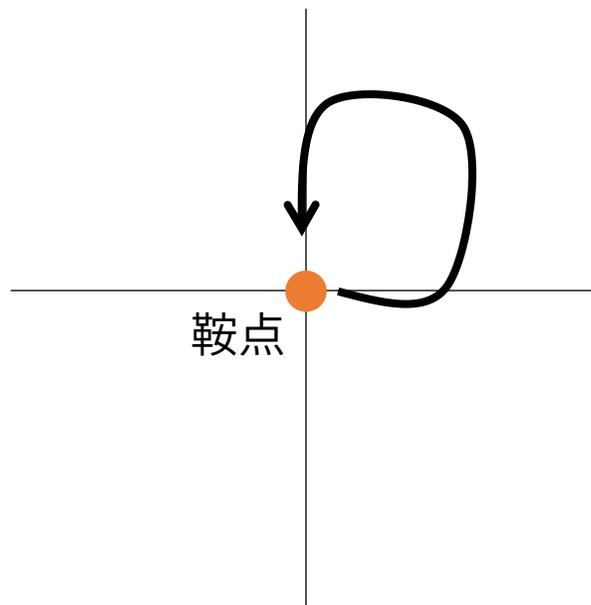
進化ダイナミクスの大域的振舞い

均衡点があったとしても、初期値しだいではそこに収束しない場合がある。

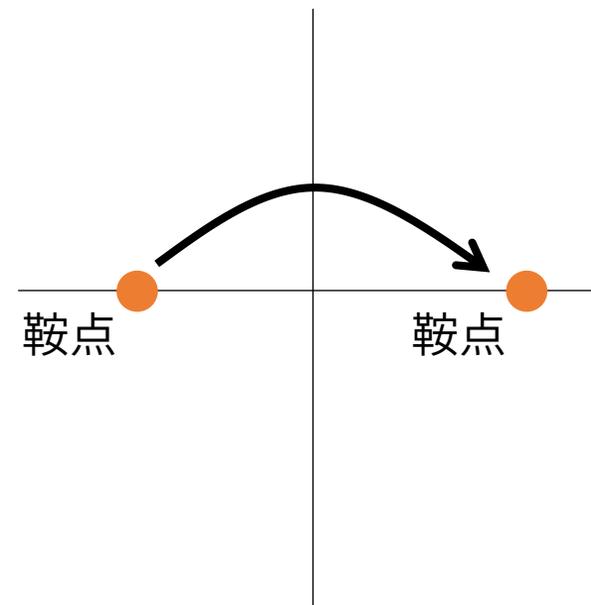
リミットサイクル
均衡解に全く到達しない



ホモクリニック軌道
鞍点を出てその鞍点に戻る



ヘテロクリニック軌道
鞍点を出て別の鞍点に到達する

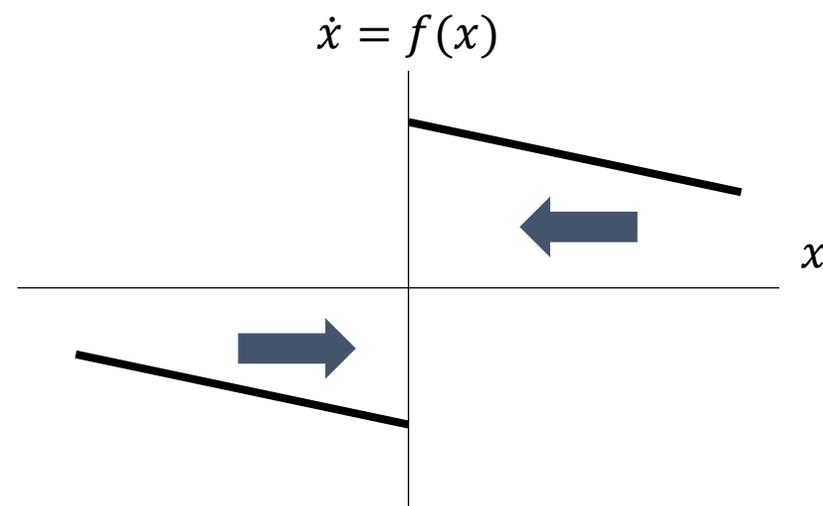


4. Classifications of transport model

なぜ「分類」が必要なのか

交通の問題で登場する進化ダイナミクスの多くは、均衡解付近で微分不能である．このような場合に確立された標準的な安定性解析の方法は存在しない．

→モデルを何ケースかに分類したうえで，各ケースに対して計算により安定性解析を行う必要がある．



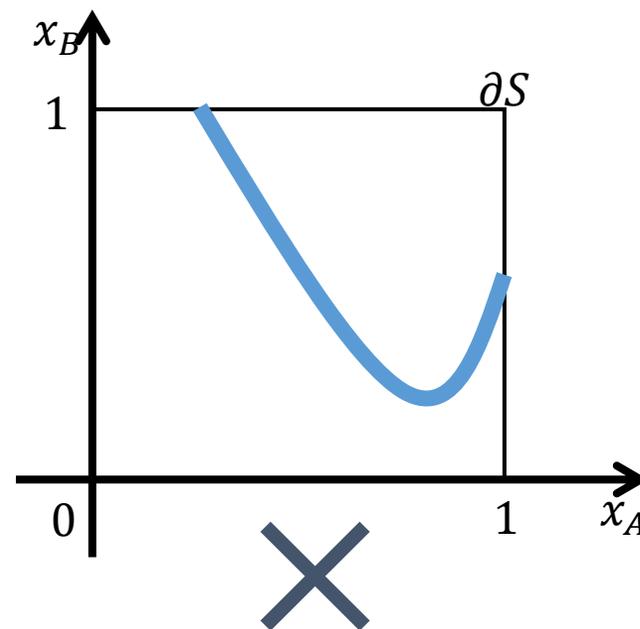
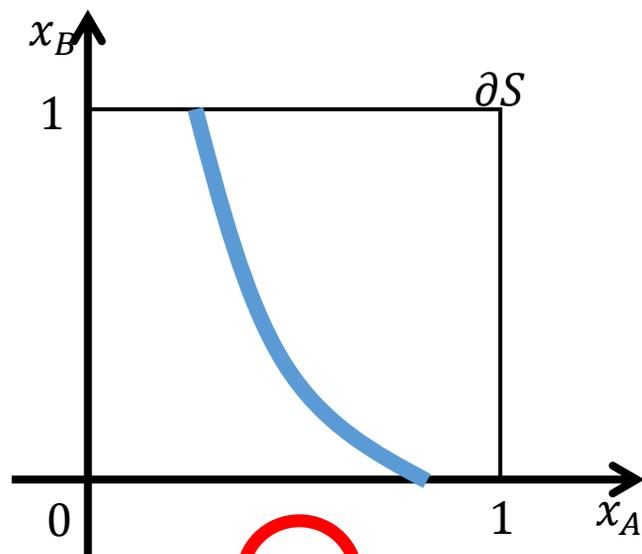
モデル分類のための追加仮定

定理3

$$\frac{dx_B^i}{dx_A} = -\frac{\partial_A u_i}{\partial_B u_i} \quad (i \in \{A, B\})$$

また、 $0 \leq \forall x_A \leq 1$ で $\frac{dx_B^i}{dx_A}$ の符号は常に一定.

→内部境界は x_A について単調増加または単調減少.



モデル分類のための追加仮定

効用差関数について追加の仮定を2つ加える。以下、 $\partial_i := \frac{\partial}{\partial x_i}$ とする。

仮定

[U1] $u_i(x)$ はリップシッツ連続であり、 x_A, x_B に対して一回微分可能であり、有界

[U2] $\{u_A(x) = 0 \text{ and } u_B(x) = 0\} \Rightarrow x \notin \partial S$, $\{u_A(x) = 0 \text{ or } u_B(x) = 0\} \Rightarrow \{0 < x_A < 1 \text{ or } 0 < x_B < 1\}$

[U3] $\partial_i u_j(x) \neq 0$ ($i, j \in \{A, B\}$)

[U4] $J(x) := J_{INT}(x) - J_{EXT}(x) \neq 0$ ただし $J_{INT}(x) := \partial_A u_A(x) \partial_B u_B(x)$, $J_{EXT}(x) := \partial_A u_B(x) \partial_B u_A(x)$

- $\partial_i u_j(x)$ は、「グループ i の利用者の選択行動が変わったときの、グループ j の利用者の効用の変化」=相互作用の大きさを意味する。
 - [U3]により、 $\partial_i u_j(x)$ の符号は常に一定 正の外部性が突然負の外部性にならなったりはしない。というニュアンス
- $J_{INT}(x)$ は総内部相互作用, $J_{EXT}(x)$ は総外部相互作用を意味する。

$\partial_i u_j(x)$ と $J(x)$ の符号に着目することでモデルを分類できる！

モデルの24ケース分類

$\partial_i u_j(x)$ と $J(x)$ の符号に着目することでモデルを分類できる！

$2^5 = 32$ 通りのうち
ありえない8通りを除いて
24通り

$\partial_A u_A(x)$	$\partial_A u_B(x)$	$\partial_B u_A(x)$	$\partial_B u_B(x)$	$J(x)$	$\partial_A u_A(x)$	$\partial_A u_B(x)$	$\partial_B u_A(x)$	$\partial_B u_B(x)$	$J(x)$
+	+	+	+	+	-	+	+	+	-
+	+	+	+	-	-	+	+	-	+
+	+	+	-	-	-	+	+	-	-
+	+	-	+	+	-	+	-	+	+
+	+	-	-	+	-	+	-	+	-
+	+	-	-	-	-	+	-	-	+
+	-	+	+	+	-	-	+	+	+
+	-	+	-	+	-	-	+	+	-
+	-	+	-	-	-	-	+	-	+
+	-	-	+	+	-	-	-	+	-
+	-	-	+	-	-	-	-	-	+
+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$J(x) := J_{INT}(x) - J_{EXT}(x)$ ただし $J_{INT}(x) := \partial_A u_A(x) \partial_B u_B(x)$, $J_{EXT}(x) := \partial_A u_B(x) \partial_B u_A(x)$
より $J(x)$ の符号が自動的に決まるパターンがある(8通り)

ピクトグラム表記

内部相互作用

図形が黒: 内部相互作用が正
 図形が白: 内部相互作用が負

外部相互作用

矢印が実線: 外部相互作用が正
 矢印が点線: 外部相互作用が負

総相互作用の大小

四角: 符号同じで|内部|>|外部|
 菱形: 符号同じで|外部|>|内部|
 円形: 符号が異なる

- ◆ ● : Positive internal interaction
- ◇ ○ : Negative internal interaction
- : Positive external interaction from tail to head
- ⋯→ : Negative external interaction from tail to head
- □ : Internal interactions ($|J_{INT}| > |J_{EXT}|$)
- ◆ ◇ : External interactions ($|J_{EXT}| > |J_{INT}|$)
- ○ : One-different-sign; $\text{sgn}(J_{INT}) \neq \text{sgn}(J_{EXT})$.

Example:

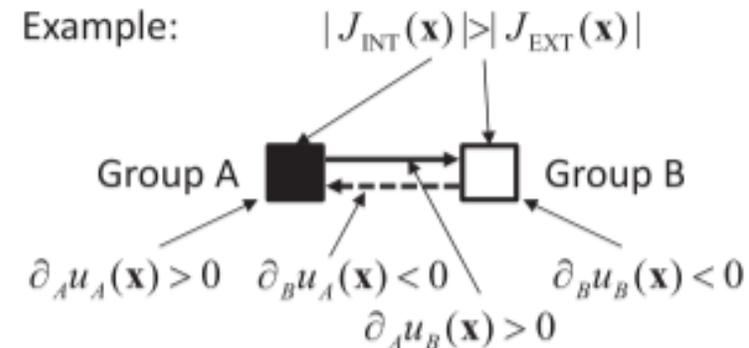


Fig. 2. Pictogram system for classifying the utility function.

16ケース→9ケースに統合

右図のように利用者数を取り替えてみると、

■ \longleftrightarrow ■ と ■ \dashrightarrow ■ は実は等価になることが示せる。

このように、外部相互作用を反転させた等価モデルを打ち消していくと、最終的に考えるべきモデルは9通りにまで減る。

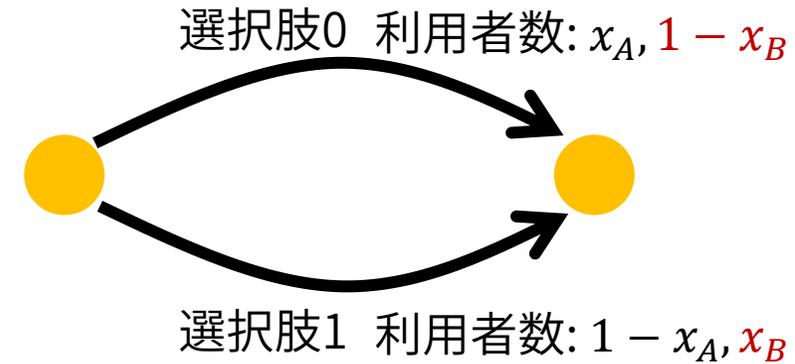


Table 2
Reducing 16 cases to 9 cases by inversing signs of external interactions.

Case No.	Remaining cases	Cases combined to the left
1	■ \longleftrightarrow ■	■ \dashrightarrow ■
2	□ \dashrightarrow □	□ \longleftrightarrow □
3	◆ \longleftrightarrow ◆	◆ \dashrightarrow ◆
4	◇ \dashrightarrow ◇	◇ \longleftrightarrow ◇
5	■ \dashrightarrow □	■ \longleftrightarrow □
6	◆ \dashrightarrow ◇	◆ \longleftrightarrow ◇
7	● \longleftrightarrow ○	● \dashrightarrow ○
8	● \dashrightarrow ●	N/A
9	○ \dashrightarrow ○	N/A

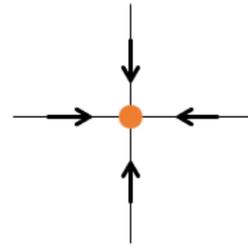
5. Stability analysis of the proposed transport system

相図

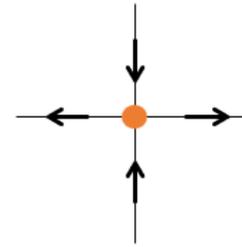
相図 (phase diagram) は、力学系の解の挙動（運動方向）を表すのに使われる図。

均衡点の安定性

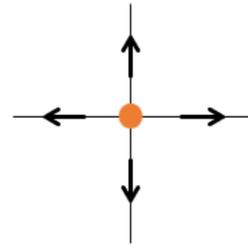
漸近安定点 (Stable equilibrium solution)



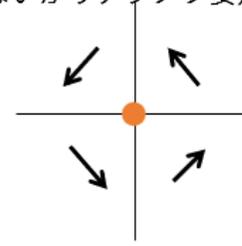
鞍点 (Saddle equilibrium solution)
不安定



湧点 (Diverging equilibrium solution)
不安定



円形均衡解 (Circular equilibrium solution)
漸近安定ではないがリアプノフ安定



2024/5/1

理論談話会2024#1

13

先ほどから説明のために何回か登場しています

本論文での相図の描き方①

まず、「グループAの相図」と「グループBの相図」をそれぞれ描く。

内部境界 (効用差関数 $u_i(x) = 0$) の線を赤線or青線で表示。

例)

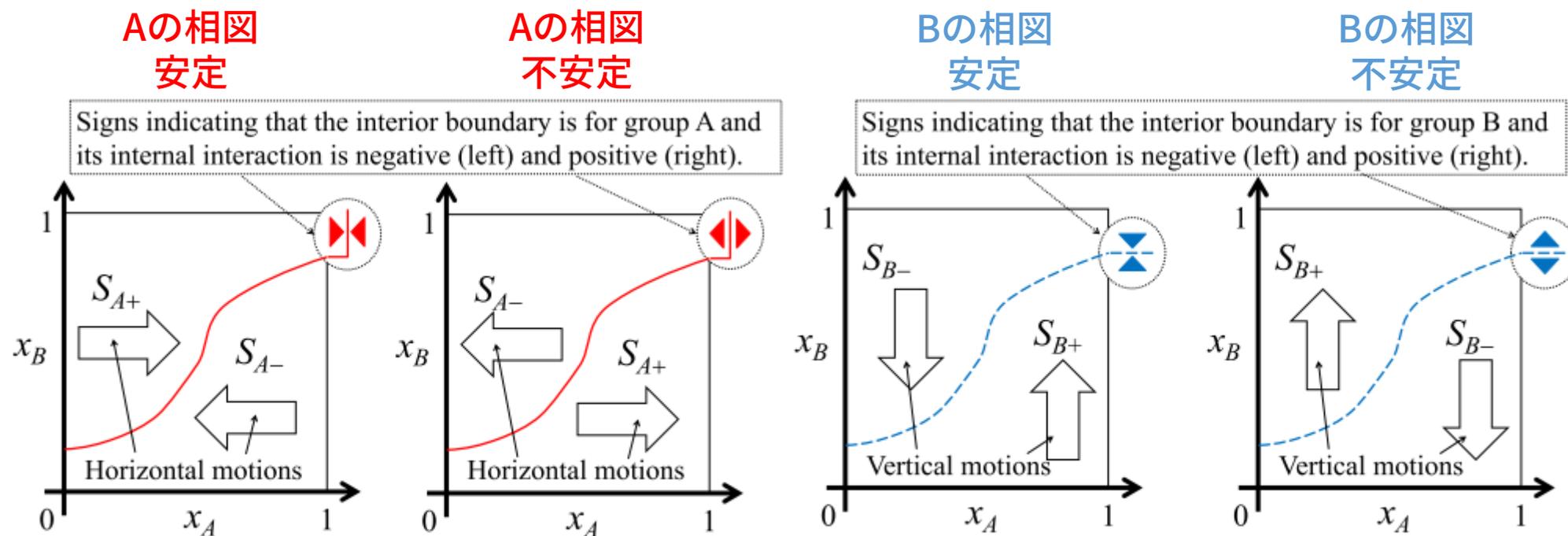


Fig. 4. Motions of dynamics on the phase diagram.

本論文での相図の描き方②

「グループAの相図」と「グループBの相図」を一枚にまとめると、ダイナミクス運動方向が分かる。

例)

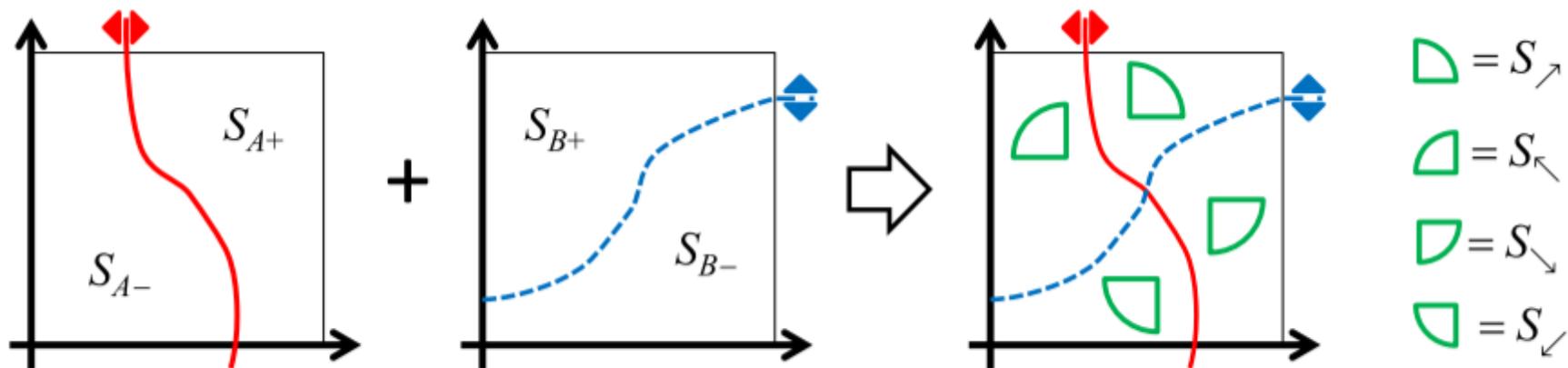


Fig. 5. Symbols to specify the direction of motion in each subregion.

この例の場合，中心から発散していく

本論文での相図の描き方④

端部 $(x_A, x_B) = (0,0), (0,1), (1,0), (1,1)$ での相に興味がない場合は、相図を円形で表示することが出来る。

例)

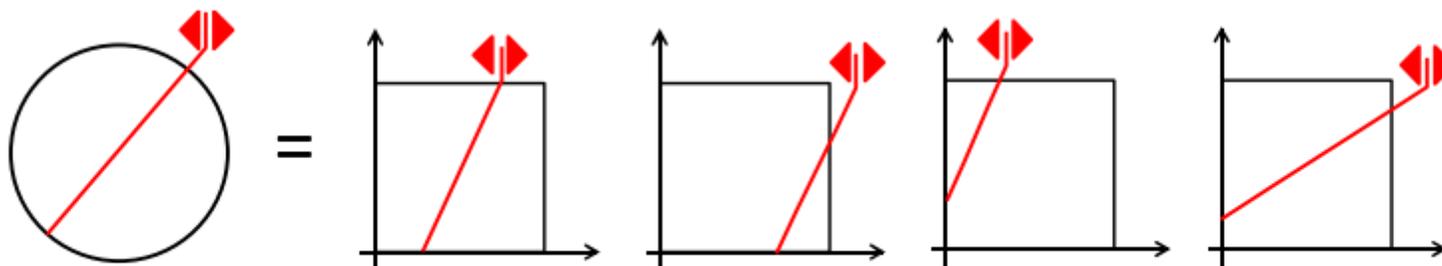


Fig. 9. Graphical presentation of phase diagram describing four cases of peripheral boundary (shown on the right-hand side) by a circle (shown on the left-hand side).

本論文での相図の描き方⑤

進化ダイナミクスの大域的な振舞いを見るために、状態遷移図(State diagram)が有用である。

例)

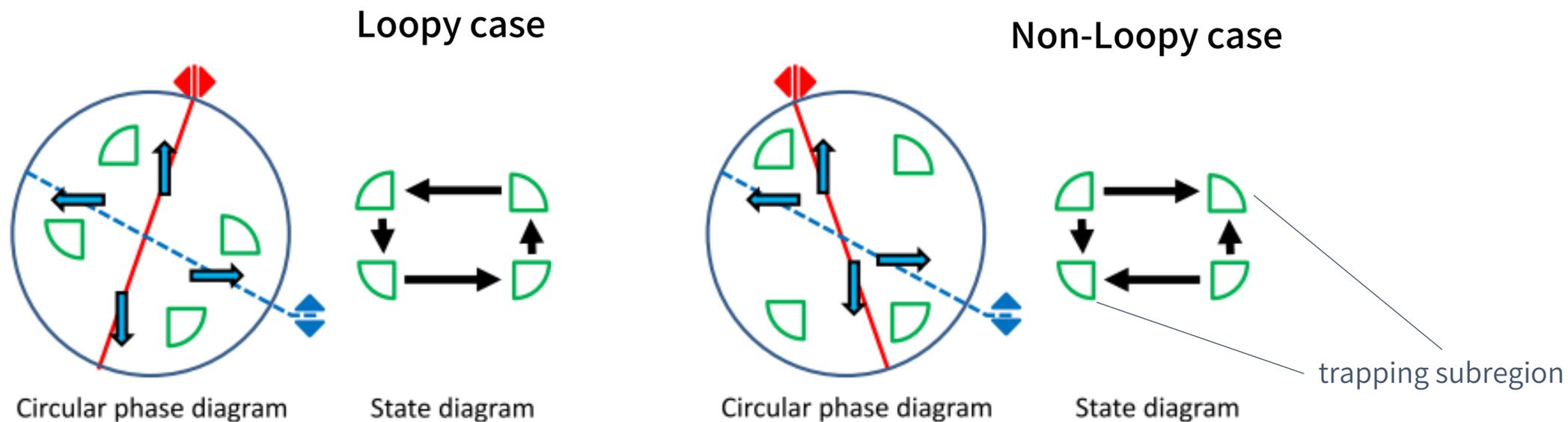


Fig. 10. Examples of circular phase diagrams and state diagrams.

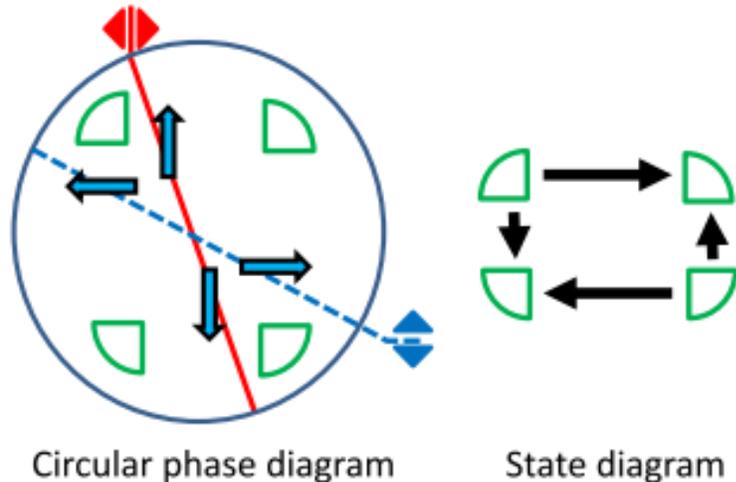
Non-loopy case

定理4

Non-loopy case では，進化ダイナミクスは常に安定解または鞍点に収束する．

※ $x = (0,1)$ などの周辺均衡解に収束する場合もあることに注意

Trapping subregion の \square の向きに着目することで，内部均衡解が安定解か不安定解かがわかる．



★普通の安定性解析とは異なり， $\dot{x} = f(x)$ のヤコビアンを求めずに安定解か否かを判定できている！

Loopy case

定理6

Loopy case の進化ダイナミクスは、次の3つのケースのいずれかになる。

1. 収束する螺旋軌道が繰り返し現れ、状態ベクトル x は内部均衡解またはリミットサイクルに収束する。
2. 発散する螺旋軌道が繰り返し現れ、状態ベクトルはリミットサイクルか周辺均衡解に収束する。
3. 閉じた軌道が繰り返し現れる。状態ベクトルは常にリミットサイクル上にあり、閉じた軌道そのものと同じである。

参考)ポアンカレ・ベンディクソンの定理

二次元平面上の力学系の収束先は平衡点かリミットサイクルのどちらかである。

Loopy case

定理7

螺旋軌道1周と，その両端をつなぐ曲線に囲まれた領域（ただし内部境界を除く）を S_C とする。

※[D1][D2]により，内部境界上では \dot{x} は一階微分不能，それ以外は微分可能

$$D := \iint_{x \in S_C} \left(\frac{\partial \dot{x}_A}{\partial x_A} + \frac{\partial \dot{x}_B}{\partial x_B} \right) dx_A dx_B$$

とすると $D > 0 \Leftrightarrow$ 軌道は収束, $D < 0 \Leftrightarrow$ 軌道は発散, $D = 0 \Leftrightarrow$ 閉軌道

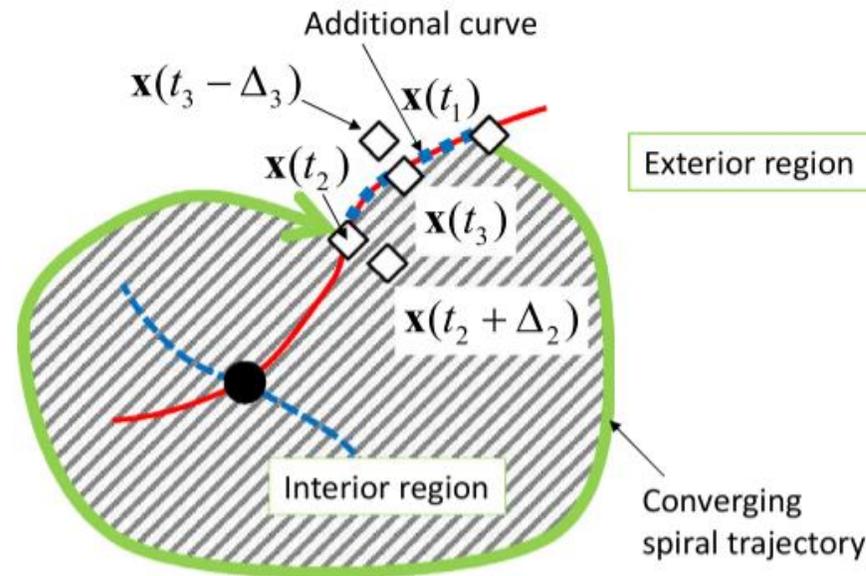


Fig. 27. Converging spiral trajectory and additional curve forming a Jordan closed curve.

※証明にはグリーンの定理および定理6を用いる。

Loopy case

定理7を用いて計算すると、最終的に下記の定理が示せる。

定理8-1

1. $\partial_i u_i(\mathbf{x}) < 0$ ($\forall i \in \{A, B\}$) ならば螺旋軌道は収束し、内部均衡解は漸近安定点。
2. $\partial_i u_i(\mathbf{x}) > 0$ ($\forall i \in \{A, B\}$) ならば螺旋軌道は発散し、内部均衡解は不安定（沸点）。

周辺均衡解

先ほどまで内部均衡解に着目してきたが、次は周辺均衡解について考察する。周辺均衡解は四つ角か内部境界の端にしかできない。

四つ角の状態は4通り、内部境界の端の状態は8通りに分類できる。



Fig. 12. All possible cases of a corner.

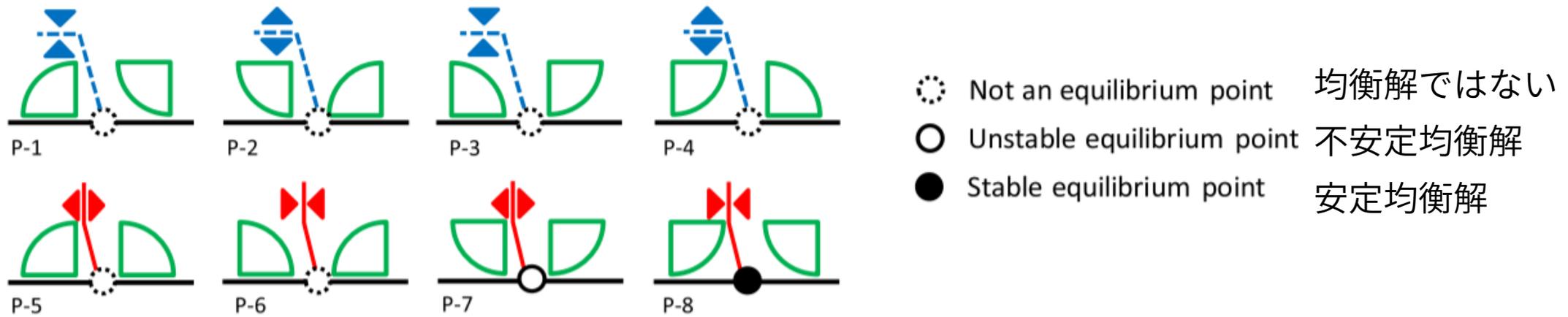


Fig. 13. All possible cases of an intersection point except for that on a corner.

周辺相図

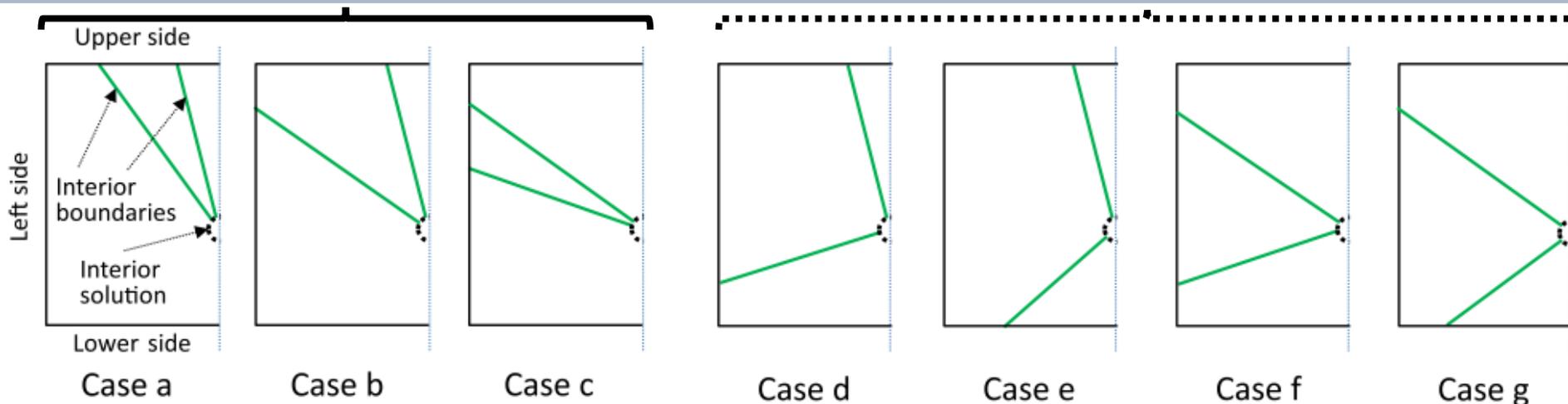


Table 2
Reducing 16 cases to 9 cases by inverting signs of external interactions.

Case No.	Remaining cases
1	$\partial_A u_A$ $\partial_A u_B$ $\partial_B u_A$ $\partial_B u_B$
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

符号
 $\text{sgn } \partial_A u_i = \text{sgn } \partial_B u_i \ (\forall i \in \{A, B\})$
 →内部境界の傾きがすべて負になる
 →Case a~c になる

内部境界の傾きが一方は正，一方は負になる
 →Case d~g になる

Fig. 15. Peripheral phase diagrams.

定理3

$$\frac{dx_B^i}{dx_A} = -\frac{\partial_A u_i}{\partial_B u_i} \ (i \in \{A, B\})$$

また， $0 \leq \forall x_A \leq 1$ で $\frac{dx_B^i}{dx_A}$ の符号は常に一定。

その他のマーク

周辺均衡解の
存在について

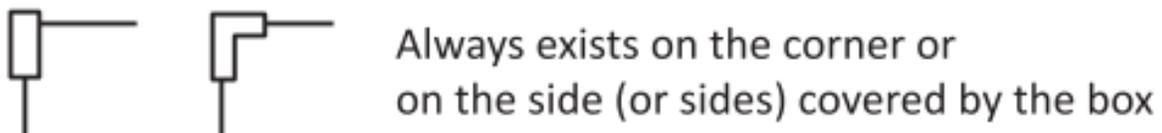
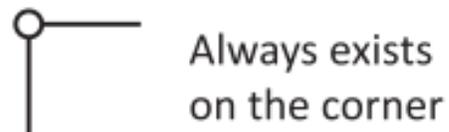
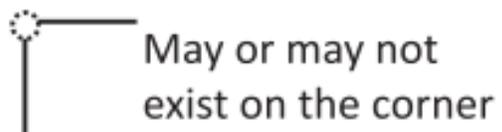
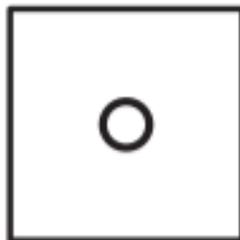
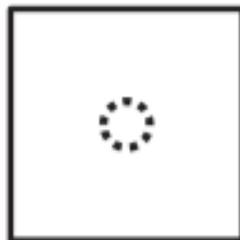


Fig. 17. Marks specifying stable peripheral equilibrium solution on the result chart.

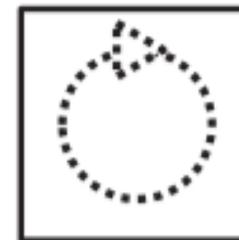
内部均衡解の
存在について



Interior equ.
solution exists



Interior equ.
solution may exist

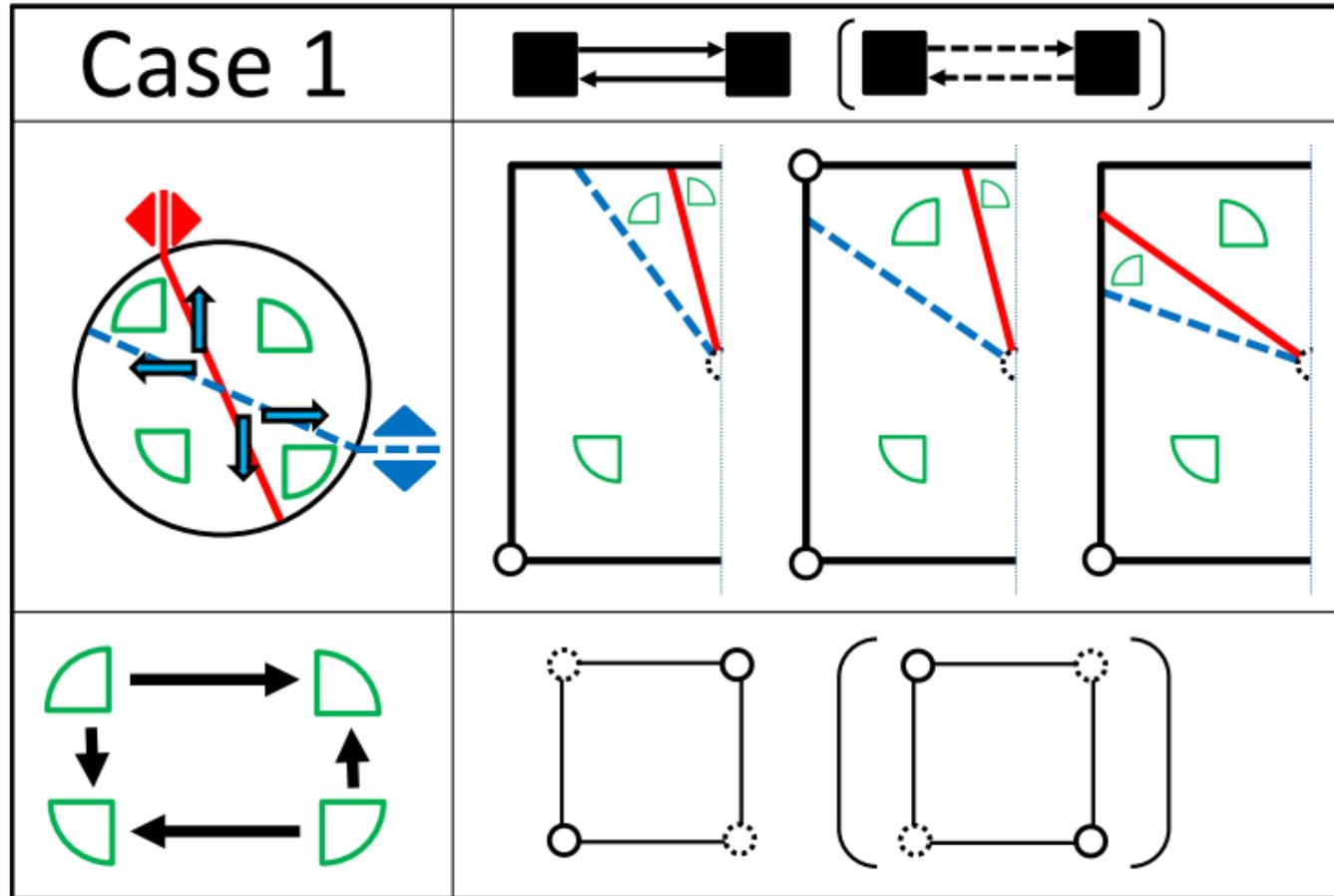


Limit cycle may exist
(Arrow indicates direction of motion)

Fig. 18. Marks specifying existence of stable interior equilibrium solution and limit cycle on the result chart.

6. Examples

Case 1: 社会的相互作用のあるコミュニティ

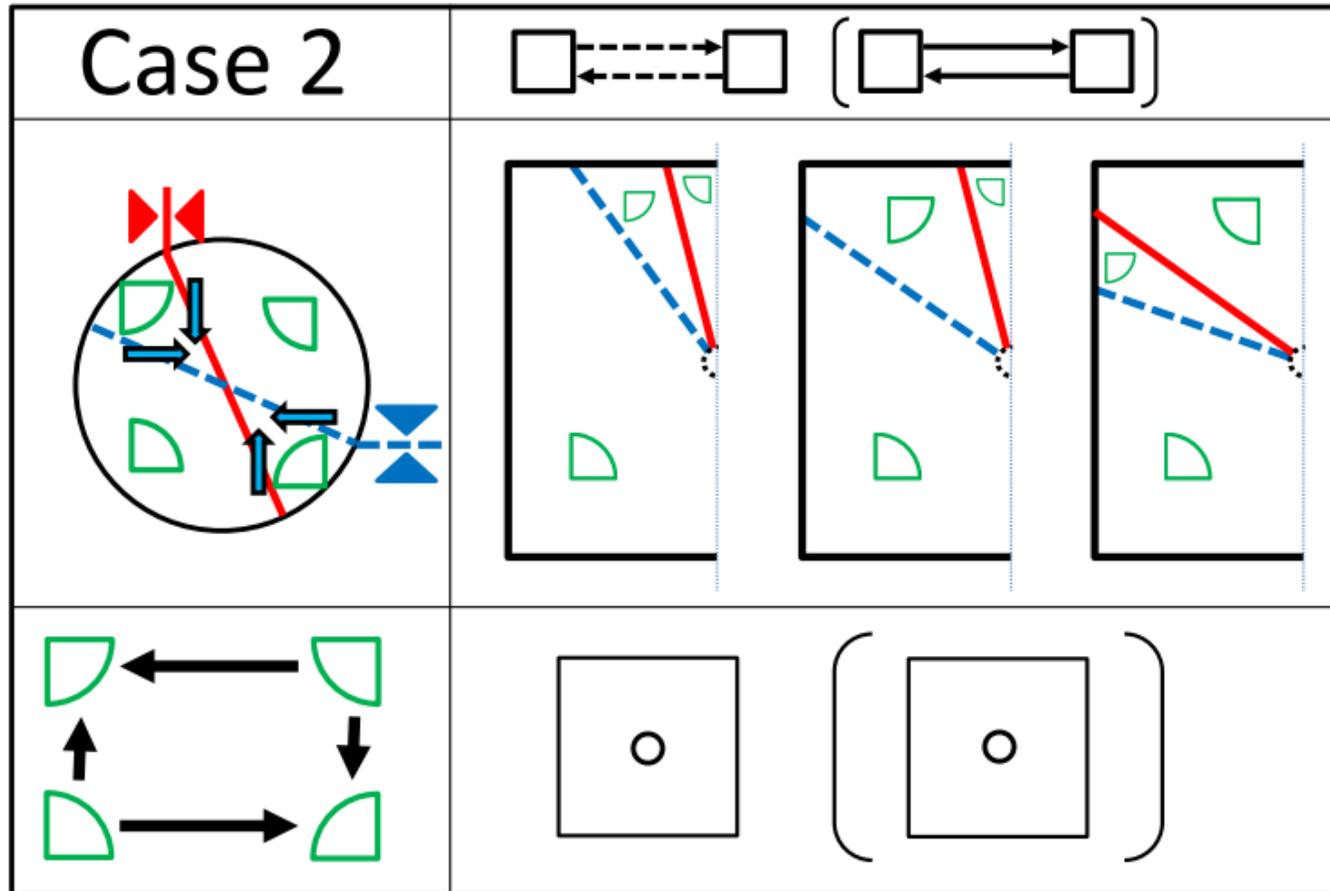


例)

2つの都市コミュニティがあり、正の社会的相互作用を与えあっている。内部相互作用は外部相互作用より強い。

→両グループが最大限栄えるか、両グループとも減るか。どちらか一方のみ栄える均衡もありえる。

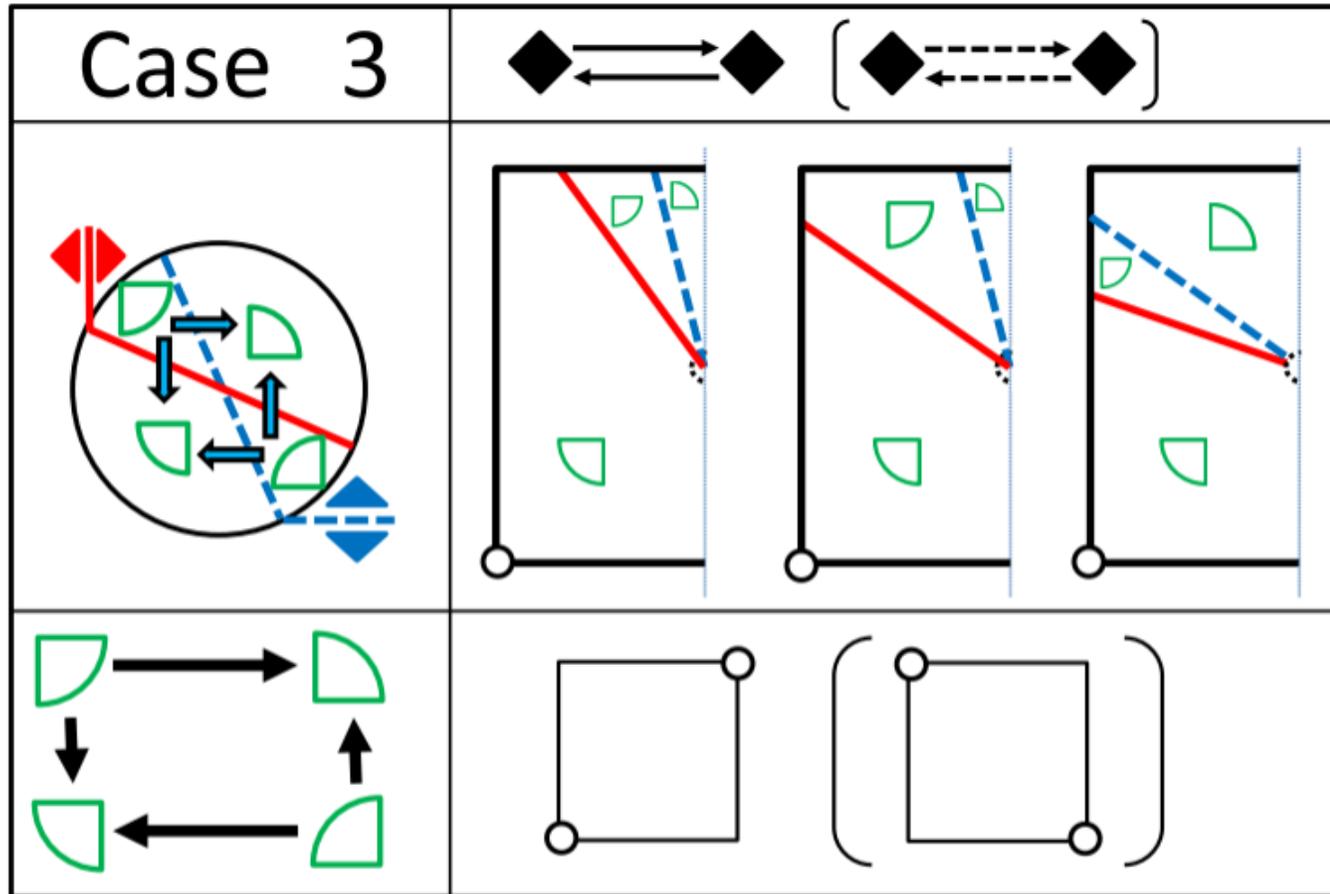
Case 2: 利用者均衡配分



例)
利用者均衡配分では，グループ内外を問わず負の外部性がある．

→必ず内部均衡解に到達する．

Case 3: 外部相互作用が強いコミュニティ

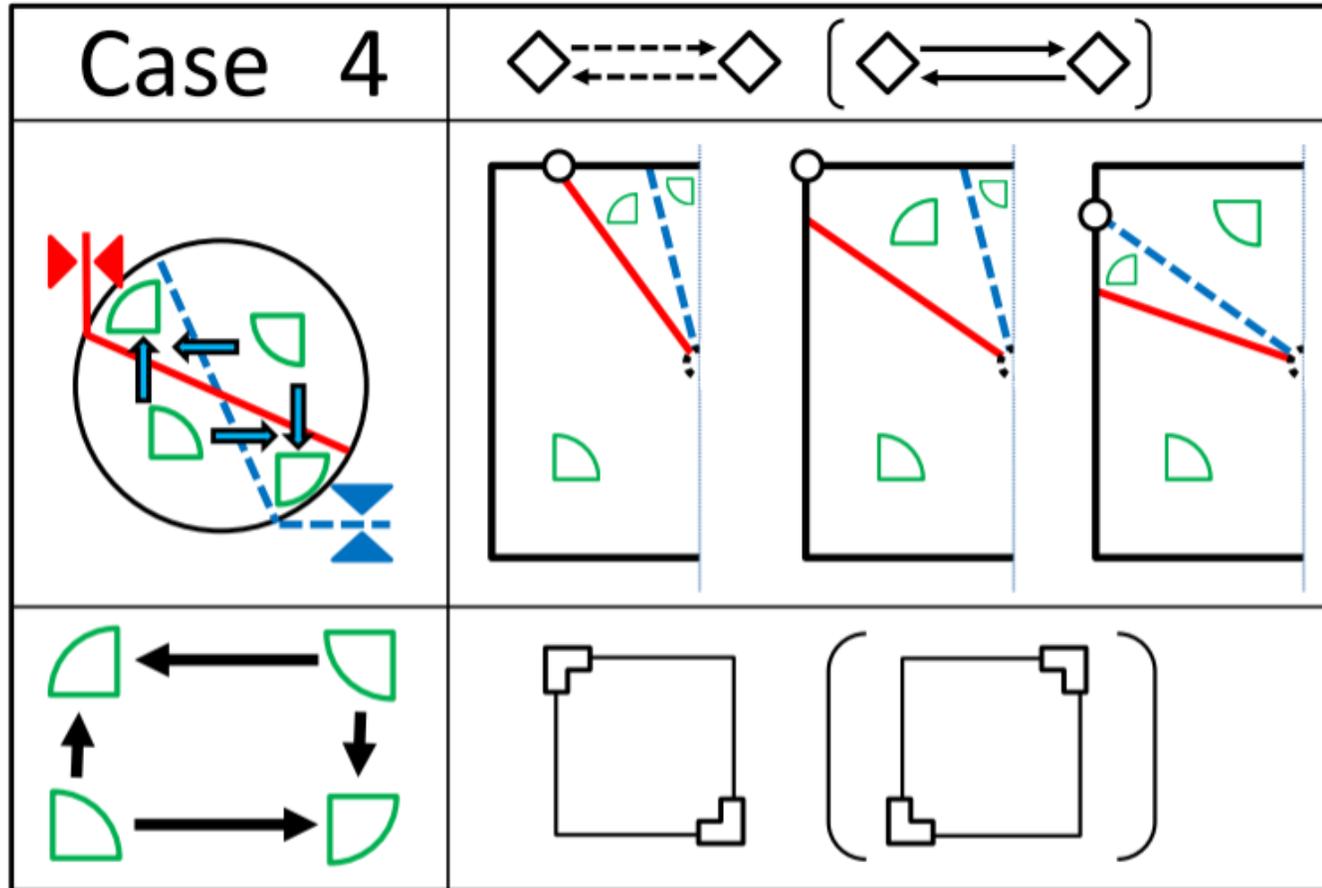


例)

二つの都市があり，旅行者が互いを行き来している．旅行者の来訪は相手の都市に正の効果を与える．

→両グループが最大限栄えるか，両グループとも減るか．

Case 4: 自動車と自転車が走る道路

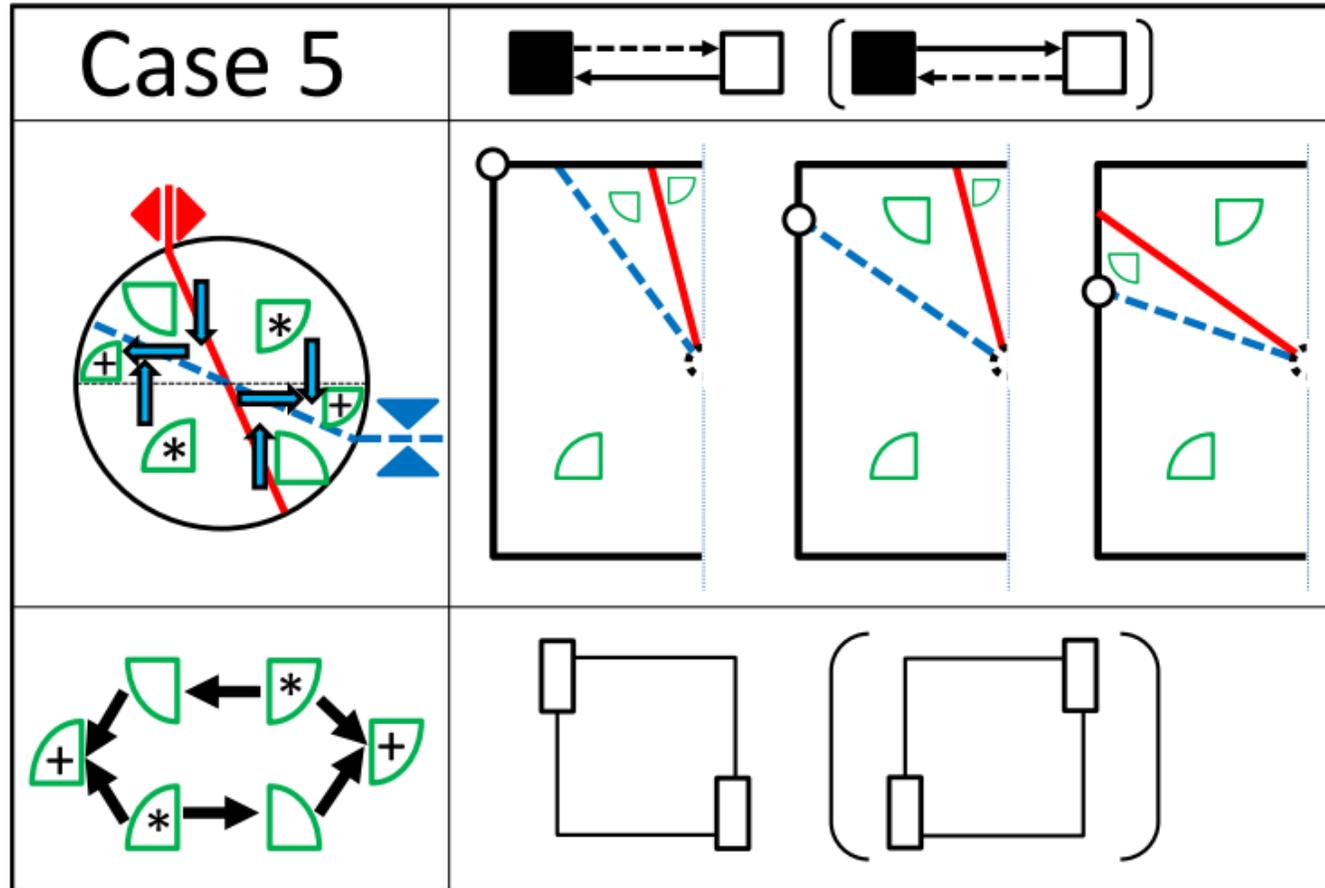


例)

自動車と自転車が同じ道路を走っている。自動車どうし，自転車どうしも負の外部性を与えあっているが，自動車と自転車が一緒に走ると特に危ない。

→自動車と自転車のどちらか一方が生き残る。

Case 5: 相乗り交通のフリーライダー



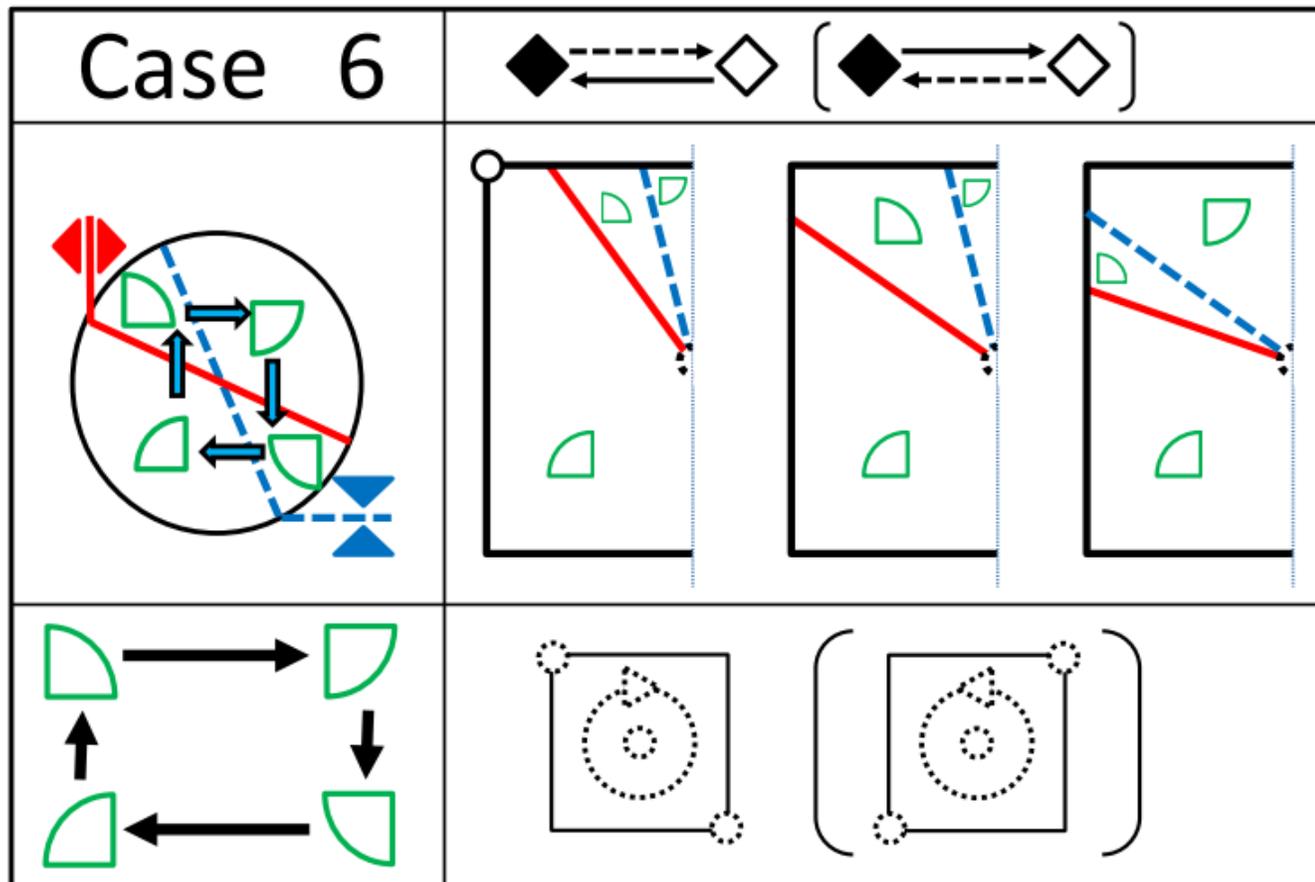
例)

ライドシェア交通がある都市を考える。フリーライダーAはドライバーBに負の外部性を与え、ドライバーBはフリーライダーに正の外部性を与えている。ドライバーBが増えると道が混雑する。

→「大量のフリーライダーを少数のドライバーが支える均衡」か「フリーライダーがない均衡」のどちらかに到達する。

※Case 5 に限り6状態に分割している。実際はNon-loopyなのだが、4状態で表示するとLoopyに見えてしまうため。

Case 6: LeaderとFollowerの関係

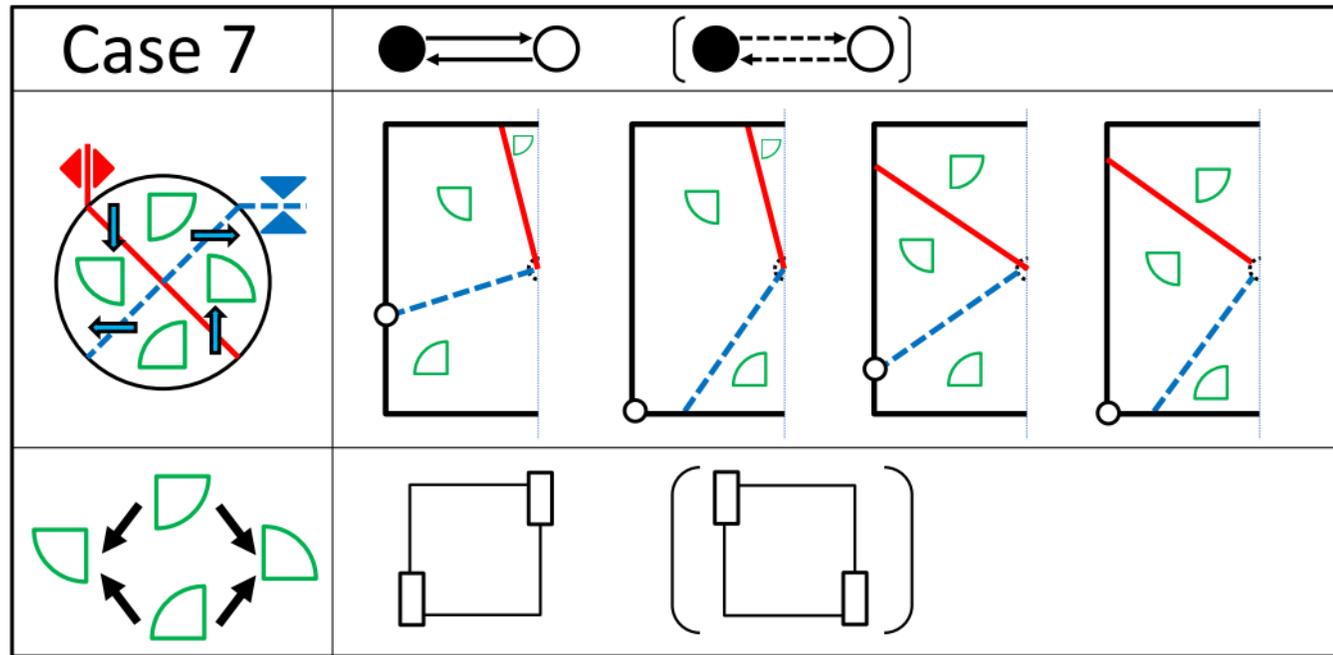


例)

Follower BはLeader Aの行動を常に模倣しようとする。このため、Leader AはFollower Bの行動に強い影響を与えられる。またFollower Bの行動は混雑をもたらす。

→この事例の均衡は個別のケースを見なければ予測不能である。

Case 7: 一部の利用者しか使えない交通

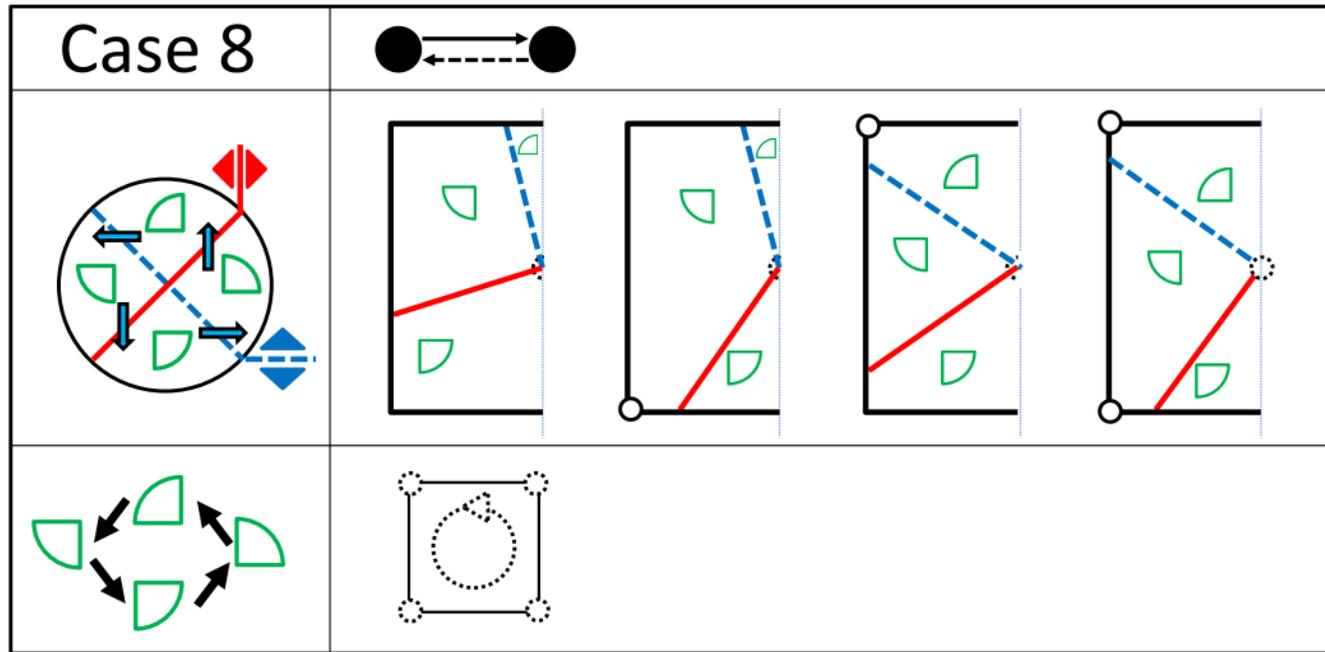


例)

カーシェアシステムが導入されたが、ポートの近所のA地域の人しか使えない。B地域の人には自家用車を使い混雑をもたらす。Aがカーシェアを使う場合、規模の経済により正の内部相互作用を持つ。

→A地域は、全員カーシェアを使うか、だれも使わないかのどちらか。B地域の結果は場合による。

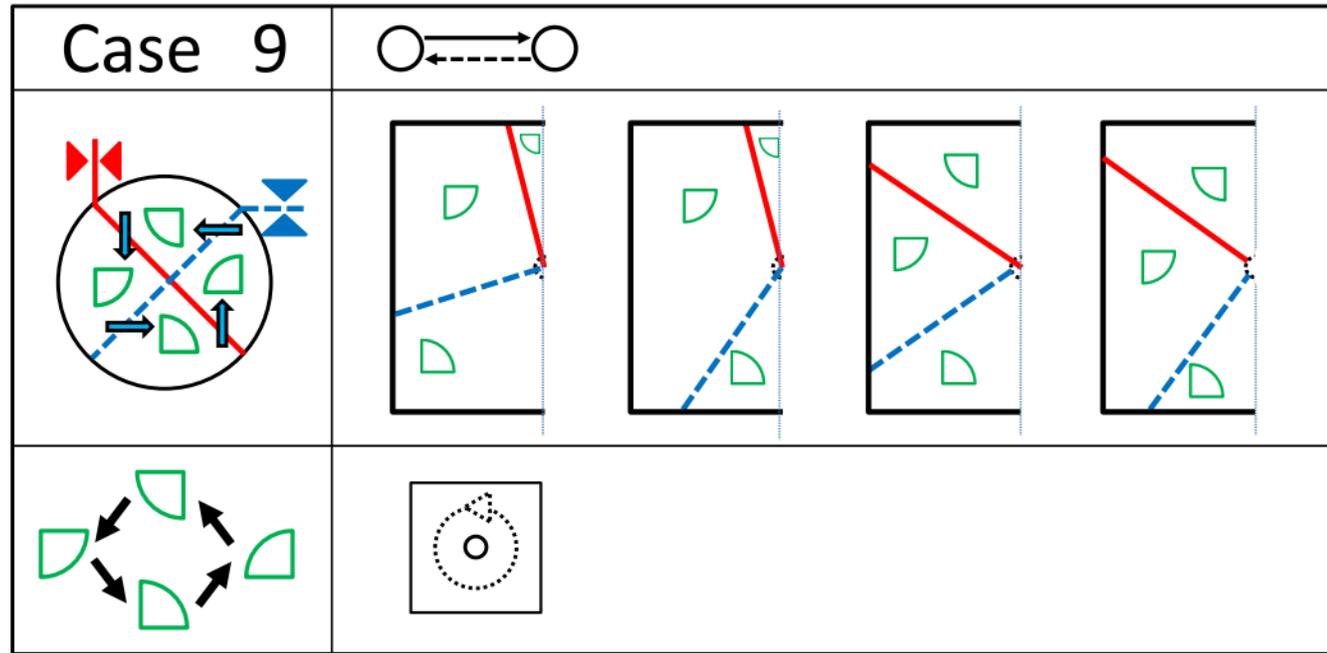
Case 8: 朝早い通勤者と遅い通勤者



例)
 朝早いマイカー通勤者Aと遅いマイカー通勤者Bがいる。どちらもできるだけギリギリに出発したいが、両者の通勤時間がバッティングすると激しい渋滞が生じる。Aはより早く出ることによってBに貢献できるが、Bが早く出るとAに迷惑である。

→内部均衡解を持たない。

Case 9: 朝早い通勤者と遅い通勤者



例)
朝早いマイカー通勤者Aと遅いマイカー通勤者Bがいる。どちらもできるだけギリギリに出発したいが、両者の通勤時間がバッティングすると激しい渋滞が生じる。Aはより早く出ることによってBに貢献できるが、Bが早く出るとAに迷惑である。

→内部均衡解を持つが、リミットサイクルがある可能性がある。

結論

- 2つの選択肢と2つの利用者グループからなる，利用者間の相互作用を伴う交通行動モデルを，解特性に基づき9ケースに分類した．
- 各ケースの進化ダイナミクス分析，均衡の安定性解析を行い，グラフィカルにまとめた．
- 交通政策や交通現象の定性的な評価に有用であろう．

