Hara, Y., Hato, E., Transportation Research Part B, Vol. 117, pp. 723-739, 2018.

A car sharing auction with temporal-spatial OD connection conditions

2020/06/18

B4 鈴木大樹

発表の流れ

1. 要旨
2. 導入
3. 文献のレビュー
4. 問題設定
5. モビリティシェアリングにおけるVCGメカニズム
6. 落札者決定問題の特徴
7. 解法と例
8. 結論

要旨

- カーシェアリングにおける利用権取引制度の提案
    - ➢ OD需要の不均衡と車両の不均一な配分による効率性の低下を解決

- カーシェアリングにおけるVCGメカニズムの提案
    - ➢ 戦略的操作不可能性と効率的な車両の配分を実現する
    - ➢ 単一入札と複数入札との違いについて議論
    - ➢ 利用権価格は，出発地を出発することに対する支払いと，目的に到着することに対する収入とに分解できる
    - ➢ OD需要の非対称性が大きいと，利用権価格が負の値をとる場合も起こりうる
    - ➢ 往復トリップについても扱うことができる

- 解法のアルゴリズムの提案と数値計算例の提示
    - ➢ 計算時間の観点から，問題設定や解法のアルゴリズムは実行可能

導入

- モビリティシェアリングにおいて，利用者が自由に動くことを許すと，車両配分とOD需要との不均衡により，車両使用の効率性が低下する．

- 運用における主要な問題は，「車両在庫不均衡問題」．
  - 一般的な解決策は，ドライバーを雇って車両を再配置するというもの→サービス提供者の運用コストの増大

- モビリティシェアリングのシステムの効率性を最適化するために，利用権取引制度を提案．
  - 利用権は政府によって配分され，利用者は交通サービスを利用するためにそれを購入する．
  - 利用権は利用者の間で取引可能．
  - 利用権価格はマーケットメカニズムによって決定する．

- オークションは，社会的費用を最小化する最適な分配パターンを実現する．

導入

- モビリティシェアリングに対する概念的なオークションメカニズムの導入と，配分問題を効率的に解くアルゴリズムの提案を目指している.

- モビリティシェアリングの配分問題は道路ネットワークの配分問題と性質が異なる.
  - 利用者間の時空間接続性を考慮する必要がある.

- 全体的なシステムについてや，問題の性質，片道トリップから往復トリップへの枠組みの拡張，他の配分ルールとの比較などについて議論する.

文献のレビュー：ワンウェイ型シェアリングシステム

- モビリティシェアリングシステム $\begin{cases} \text{往復型システム} \\ \text{ワンウェイ型システム} \end{cases}$

- 往復型システム＝元のポートに車両を戻す

- ワンウェイ型システム＝元のポートとは異なるポートに返却可能
  - ➢ ODの非対称性により，「車両在庫不均衡問題」が発生
  - ➢ 一般的な解決策：ドライバーを雇って車両を再配置する→運用コストの増大

- もう1つの解決策：システムの均衡を保たせるようなインセンティブを与える．

文献のレビュー：ワンウェイ型シェアリングシステム

- Pfrommer et al.(2014)：

  異なる降車ポートを選択させる動的な価格インセンティブの計算メカニズムの提案.

- Jorge et al.(2015)：

  需要を価格の関数と捉え，利益を最大化する価格を探索. トリップに対する適切なプライシングはシステムの効率性を向上させた.

- Singla et al.(2015)：

  バイクシェアリングの問題の解決のため，DBP-UCBを使った動的予算調達を提案.

- Aeschbach et al.(2015)：

  システム側が利用者に使用すべきポートを知らせるためのインターフェースの開発.

文献のレビュー：ワンウェイ型シェアリングシステム

- Angelopoulos et al.(2015)：

  将来の需要を予測する方法を提案し，車両の再配置に貢献した利用者に報酬を与えることで，再配置問題を解いた.

- Waserhole and Jost(2016)：

  シェアリングシステムを，無限の緩衝能とマルコフ需要とを持つ閉鎖的な待ち行列ネットワークとみなし，それぞれのトリップに価格とインセンティブを設定することで，システム全体の効用を最大化した.

- これらの研究は，利用者が車両を再配置することを促すメカニズムを提案している.

- しかし，多くの研究は「車両在庫不均衡問題」の近視眼的最適化にしか注目していない.

文献のレビュー：予約システム

- Akabane and Kuwahara(1996)：

  SP調査を用いた高速道路の予約システムを分析.

- Wong(1997)：

  予約システムが高速道路の効率性を向上させることを説明.

- Teodorovic et al.(2005) and Edara and Teodorovic(2008)：

  高速道路空間の在庫管理システムの提案.

- Yang et al.(2013)：

  通勤者向けの駐車空間の予約システムについて分析.

- Liu et al.(2015)：

  利用者の異質性の観点から高速道路の予約システムの効率性を分析.

文献のレビュー：オークション

- クレジット取引のスキーム（Verhoef et al.(1997); Viegas(2001); Yang and Wang(2011); Wu et al.(2012); Nie and Yin(2013)）
- 利用権取引システム（Akamatsu(2007); Wada and Akamatsu(2013); Hara and Hato(2012, 2014)）
- マーケットメカニズムにおける利用者の異質性や情報の非対称性を考慮して問題を解こうとしている.
- 予約システムに比べて，これらのスキームは効率的に，詳細にインフラの容量を割り当てられる.

文献のレビュー：オークション

- Wada and Akamatsu(2013) and Hara and Hato(2012, 2014)：

  利用権取引システムの実装のためにVCGメカニズムを活用.

- Vickrey(1961)：

  セカンドプライス封印入札方式を提案し，評価値を正直に表明することが入札者の支配戦略であることを示した.

- Clarke-Grove design（Clarke(1971) and Groves(1973)）と結合され，VCGメカニズムが作り出された（Krishna and Perry(1998)）.
  - 異質性のあるものにも適応可能.
  - 入札者の限界価値が広義単調減少である必要がない.
  - 入札者には，オークション対象物の機会費用が課される.
  - 効率的な配分を実現する.

文献のレビュー

- この研究では，ワンウェイシェアリングシステムの社会的余剰最大化を考える.

- 「車両在庫不均衡問題」の近視眼的最適化を扱っているわけではない点で，既往研究とは異なる.

- 車両移動の外部性を価格メカニズムへと内部化することで，シェアリングの価格の新たな解釈を与える.

問題設定：ネットワークとモビリティシェアリング

- 道路ネットワークは無視し，OD間のトリップのみに注目する．
  - 道路混雑の影響は無視される．
- 乗り捨て可能なモビリティシェアリングを想定．
- 文字を定義．
  - ノード集合N，各要素は$k \in \mathbb{N}$で表現．
  - リンク集合L，各要素はpqで表現(pは始点ノード，qは終点ノード)．
  - 時間帯t．
  - 車両数μ．
- 各トリップは1時間帯の間に終了する．
- 各車両は独立に運用される．

問題設定：エージェント

- 2種類のエージェント：サービス提供者，モビリティシェアリング利用者

- 提供者は社会的余剰を最大化すべくサービスを効率的に運用しようとする．

⇩

- しかし，利用者のOD需要が不均衡だと，システム全体の効率性が低下する．

⇩

- 2種類の解決策がある．
  - ➢ ドライバーを雇って車両を再配置する．→ドライバーの雇用に多大なコストがかかる．
  - ➢ 自動的な配分システムとして，全ての時間帯において時空間的な需要を満足するような利用者配分を実現する．

⇩

- 提供者は特定の時間帯，特定のODペアに対して，利用権を発行する．
  - ➢ 時空間的なODの制約を満たすように利用者配分が実現されれば，需要の不均衡は回避できる．

問題設定：エージェント

- 利用者は，OD・時間帯需要に応じて，利用権の評価額を決定する．

- 利用者iの，ODペアpq・時間帯tの評価値：$v_{pq}^{i}(t)$

- 価値ベクトル$\boldsymbol{v}$：

$$\boldsymbol{v} = \left\{v_{11}^{1}(1), v_{12}^{1}(1), \cdots, v_{NN}^{1}(1), \cdots, v_{pq}^{i}(t), \cdots\right\} \tag{1}$$

  - 要素数$|N|\times|N|\times|T|\times|I|$

問題設定：モビリティシェアリングの利用権

- 提供者は事前に全ての時間帯の全ての車両を利用者に割り当てられるとする.
- 利用権を持つ利用者だけが車両を使用することができる.
- 利用者iの，時間帯tにおける始点pから終点qへのトリップの利用権の有無：$x_{pq}^{i}(t)$

$$x_{pq}^{i}(t)=\begin{cases}1 \cdots \text{利用権あり} \\ 0 \cdots \text{利用権なし}\end{cases}$$

- 配分ベクトル$\boldsymbol{x}$：

$$\boldsymbol{x}=\left\{x_{11}^{1}(1), x_{12}^{1}(1), \cdots, x_{NN}^{1}(T), \cdots, x_{pq}^{i}(t), \cdots\right\} \tag{2}$$

  - 要素数$|N|\times|N|\times|T|\times|I|$

問題設定：モビリティシェアリングの利用権

- 単一ユニット需要条件：利用者は利用権が必要なトリップは1日1トリップする.

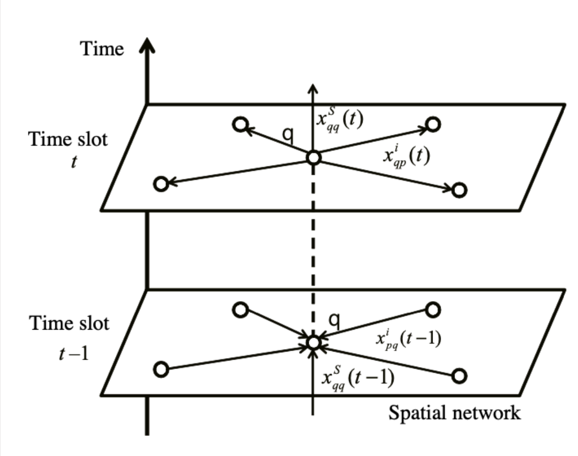
$$\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x_{pq}^{i}(t) \leq 1 \quad \forall i \in I \qquad (3)$$

- 時空間OD接続条件

$$\boxed{\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{pq}^{i}(t-1)} + \boxed{x_{qq}^{S}(t-1)} = \boxed{\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{qp}^{i}(t)} + \boxed{x_{qq}^{S}(t)} \quad t = 2, \cdots, T, \forall q \in N \qquad (4)$$

ノードqに来た車両数　ノードqにプールされていた車両数　ノードqを出る車両数　ノードqにプールされる車両数

➢ $x_{qq}^{S}(t)$：提供者が時間帯tにおいてノードqにプールする車両数.



問題設定：モビリティシェアリングの利用権

- 車両数制約：車両数がμのとき，時間帯tに発行できる利用権の数はμ.

$$\underbrace{\boxed{\sum_{i\in I}\sum_{pq\in L} x_{pq}^{i}(t)}}_{\text{移動する車両数}} + \underbrace{\boxed{\sum_{q} x_{qq}^{S}(t)}}_{\text{プールされる車両数}} = \mu \quad \forall t \in T \tag{5}$$

- 時空間OD接続条件(4)より，

$$\mu = \sum_{i\in I}\sum_{pq\in L} x_{pq}^{i}(t) + \sum_{q} x_{qq}^{S}(t) = \sum_{i\in I}\sum_{pq\in L} x_{pq}^{i}(t-1) + \sum_{q} x_{qq}^{S}(t-1) = \cdots$$

$$\therefore \sum_{i\in I}\sum_{pq\in L} x_{pq}^{i}(1) + \sum_{q} x_{qq}^{S}(1) = \mu \tag{6}$$

問題設定：モビリティシェアリングの利用権

- 利用権オークションに参加することで，提供者が発行する利用権を利用者は購入する.
- オークションの落札者と各利用権の価格はオークションメカニズム（後述）に基づき決定する.
- 提供者の仕事は，利用権オークションを管理し，配分結果に基づき，時間帯$t = 1$における初期配置に車両を配置するだけ.

問題設定：社会的最適配分

- 「最適配分＝社会的余剰を最大化する配分」と定義.
  - オークションにおける金銭のやり取りは単なる所得移転→配分された利用者の評価値の合計を最大にすれば良い.

[SO]

$$\max_{\boldsymbol{x}} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} v_{pq}^{i}(t) \cdot x_{pq}^{i}(t) \quad (7)$$

subject to

車両数制約
$$\sum_{i \in I} \sum_{pq \in L} x_{pq}^{i}(1) + \sum_{q \in N} x_{qq}^{S}(1) = \mu \quad (8)$$

時空間OD接続条件
$$-\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{pq}^{i}(t-1) - x_{qq}^{S}(t-1) + \sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{qp}^{i}(t) + x_{qq}^{S}(t) = 0 \quad t = 2, \cdots, T, \forall q \in N \quad (9)$$

単一ユニット需要条件
$$\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x_{pq}^{i}(t) \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (10)$$

利用権有無
$$x_{pq}^{i}(t) \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall pq \in L, \forall t \in T \quad (11)$$

車両数は非不整数
$$x_{qq}^{S}(t) \in \mathbb{N} \quad \forall q \in N, \forall t \in T \quad (12)$$

問題設定：社会的最適配分

- ベクトル表記すると以下の通り.

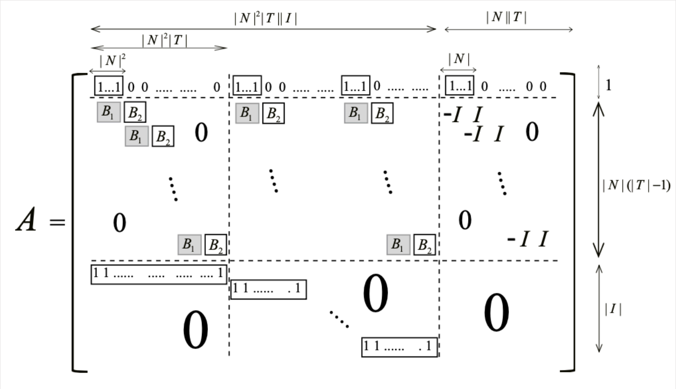
$$\max_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{x}$$

subject to $\quad A\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}$ (13)

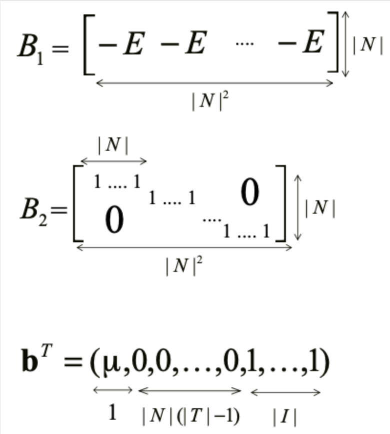
$\boldsymbol{x}^i \in \{0, 1\} \quad \forall i$ (14)

$\boldsymbol{x}^S \in \mathbb{N}$

- ➢ $\boldsymbol{x}^S = (x_{11}^S(1), \cdots, x_{qq}^S(T))$：プールする車両の分配ベクトル
- ➢ $\boldsymbol{v}^S = \left(v_{11}^S(1), \cdots, v_{qq}^S(T)\right) = \boldsymbol{0}$：提供者の評価値ベクトル（便宜上定義）
- ➢ $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}^1, \cdots, \boldsymbol{x}^I, \boldsymbol{x}^S)$：全てのエージェントの分配ベクトル
- ➢ $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{v}^1, \cdots, \boldsymbol{v}^I, \boldsymbol{v}^S)$：全てのエージェントの評価値ベクトル



I: The identity matrix of demension |*N*|.



問題設定：社会的最適配分

- [SO]は整数線形計画問題であり，組み合わせ最適問題である.

[SO]を解くにあたっての重要な問題

- 戦略的操作不可能性の実現
  - ➢ [SO]を解くにあたっては，提供者は利用者の本当の評価値を知る必要がある.
  - ➢ 利用者は虚偽の評価値で入札する可能性がある．その場合，社会的余剰が最大化される保証はない.
- NP困難性
  - ➢ NP困難な組み合わせ最適問題は，最適解を求めるのが非常に困難.

⇓

モビリティシェアリングオークションのためのVCGメカニズムの導入

Appendix：戦略的操作不可能性とは？

- ゲーム理論において，全てのプレイヤーが真の情報を表明することが弱支配戦略になること.
  - ➢ 相手の戦略に関わらず，A戦略の利得が他の戦略の利得に対して等しいかまたは大きい場合，A戦略のことを弱支配戦略という.

<u>例</u>

- プレイヤー：りんごが好きでみかんが嫌いなAさんとみかんが好きでりんごが嫌いなBさん．お互いにお互いの選好を知っている.
- ルール：りんごとみかんが1つずつあるとき，どちらがほしいか一斉に答える．答えた方をもらえるが，答えが一致した場合はどちらももらえない.

B

A

	正直表明	虚偽表明
正直表明	(10, 10)	(0, 0)
虚偽表明	(0, 0)	(0, 0)

A，Bともに，弱支配戦略は正直表明.
→戦略的操作不可能性

Appendix：NP困難とは？

- P：判定問題のうち，ある決定性チューニング機械によって多項式時間で解かれるもの.
  - ➢ 判定問題：二値分類問題（「0/1」「yes/no」）
  - ➢ 多項式時間で解かれる：入力サイズをnとしたとき最悪計算量のオーダーが$O(n^c)$

- NP：yesとなる証拠が与えらえたとき，その証拠が正しいかどうかを多項式時間で判定できる問題.

- NP困難：NPに属する任意の問題LがNP困難である問題Hに帰着できる，というもの.
  - ➢ NPに属する任意の問題と比べて，少なくとも同等以上に難しい.
  - ➢ NP困難な組み合わせ最適化問題は，一般に最適解を求めるのが非常に困難であると考えられている.

モビリティシェアリングにおけるVCGメカニズム

1. 全ての利用者が利用権に入札する.

2. 競売人は，車両数制約と時空間OD接続条件のもとで，入札評価値の合計が最大になるように利用権を割り当てる.

3. 落札者が利用権に対して支払う．支払い額（Vickrey Payment）は，その人がオークションに参加することによる社会的余剰の減少分（＝その人の外部性）.

$$P^i(\boldsymbol{v}) = \underbrace{\boxed{W\left(0, \boldsymbol{v}^{-i}\right)}}_{\text{利用者}i\text{がいないときの落札者の評価値の合計}} - \underbrace{\boxed{W^{-i}(\boldsymbol{v})}}_{\text{利用者}i\text{以外の落札者の評価値の合計}} \tag{15}$$

- $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{v})$：評価値ベクトル$\boldsymbol{v}$のときの配分結果
- $P^i(\boldsymbol{v})$：評価値ベクトル$\boldsymbol{v}$のときの利用者iの支払い額
- $W(\cdot)$：配分結果$\boldsymbol{S}(\cdot)$のときの落札者の評価値の合計
- $W^{-i}(\cdot)$：配分結果$\boldsymbol{S}(\cdot)$のときの利用者i以外の落札者の評価値の合計
- $\boldsymbol{v}^{-i}$：利用者i以外の評価値ベクトル

モビリティシェアリングにおけるVCGメカニズム

命題1

時空間OD接続条件下でのモビリティシェアリングにおけるVCGメカニズムは，効率的な配分と入札者の正直表明性（＝戦略的操作不可能性）を達成する.

証明

Step 1.

制約条件(8)(9)(10)(11)(12)のもとで真の入札評価値を最大化したとき，その状態は社会的最適である．そのため，全ての利用者が真の評価値で入札すれば，効率性を満足する.

モビリティシェアリングにおけるVCGメカニズム

Step 2.

$\boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{v}) = \{0, 1\}$ を，利用者iの配分結果とする.

利用者i以外の全ての利用者が真の評価値$\boldsymbol{v}^{-i}$で入札した状況を考える.

- 利用者iが真の評価値$\boldsymbol{v}^i$で入札したときの利用者iの利得は，

$$\boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{v}) - P^i(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{v}) + W^{-i}(\boldsymbol{v}) - W\left(0, \boldsymbol{v}^{-i}\right) = W(\boldsymbol{v}) - W\left(0, \boldsymbol{v}^{-i}\right) \geq 0 \qquad (16)$$

- 利用者iが嘘の評価値$\boldsymbol{z}^i$で入札したときの利用者iの利得は，

$$\boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) - P^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) = \boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) + W^{-i}\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) - W\left(0, \boldsymbol{v}^{-i}\right) \qquad (17)$$

- 正直表明した場合と虚偽表明した場合の利得の差は，

$$\begin{aligned}
&\left\{\boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i(\boldsymbol{v}) - P^i(\boldsymbol{v})\right\} - \left\{\boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) - P^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right)\right\} \\
&= W(\boldsymbol{v}) - \boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) - W^{-i}\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) \\
&= W(\boldsymbol{v}) - \boldsymbol{v}^i \cdot \boldsymbol{S}^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) - \left\{W\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) - \boldsymbol{z}^i \cdot \boldsymbol{S}^i\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right)\right\} \\
&= W(\boldsymbol{v}) - W\left(\boldsymbol{z}^i, \boldsymbol{v}^{-i}\right) - \left(\boldsymbol{v}^i - \boldsymbol{z}^i\right) \cdot \boldsymbol{S}^i\left(\boldsymbol{z}^i - \boldsymbol{v}^{-i}\right) \qquad (18)
\end{aligned}$$

式(18)が正になれば，正直表明した方が利得が大きくなる.

モビリティシェアリングにおけるVCGメカニズム

Step 3.

- 利用者iが真の評価値$\boldsymbol{v}^i$で入札することで落札できる状況を考える．このとき，利用者iは真の評価値$\boldsymbol{v}^i$より低い評価値$\boldsymbol{z}^i$で入札する($\boldsymbol{z}^i < \boldsymbol{v}^i$)可能性がある．
  - $\boldsymbol{z}^i < \boldsymbol{v}^j < \boldsymbol{v}^i$となる評価値$\boldsymbol{v}^j$で入札した利用者$j$が存在する場合，利用者$i$は落札できず，式$(18) = \boldsymbol{v}^i - \boldsymbol{v}^j > 0$.
  - $\boldsymbol{z}^i < \boldsymbol{v}^j < \boldsymbol{v}^i$となる評価値$\boldsymbol{v}^j$で入札した利用者$j$が存在しない場合，式$(18) = 0$.

- 利用者iが真の評価値$\boldsymbol{v}^i$で入札することで落札できず，評価値$\boldsymbol{v}^j$で入札した利用者jが落札する状況を考える．このとき，利用者iは真の評価値$\boldsymbol{v}^i$より高い評価値$\boldsymbol{z}^i$で入札する($\boldsymbol{z}^i > \boldsymbol{v}^i$)可能性がある．
  - 利用者iが落札し，元の落札者jが落札できない場合，式$(18) = \boldsymbol{v}^j - \boldsymbol{z}^i - \left(\boldsymbol{v}^i - \boldsymbol{z}^i\right) = \boldsymbol{v}^j - \boldsymbol{v}^i > 0$.
  - 利用者iが落札できず，元の落札者jが落札する場合，式$(18) = 0$.

以上より，いずれの場合も式$(18) \geq 0$．これは全ての利用者についていえるため，真の評価値で入札することが全ての利用者にとっての弱支配戦略．したがって，このメカニズムは戦略的操作不可能性を満足するので，命題1は真である．□

モビリティシェアリングにおけるVCGメカニズム

- 「戦略的操作不可能性」の実現はクリア.

競売人が対処すべき更なる2つの問題

- 利用者の入札のもとで，落札者決定問題を解く.
  - NP困難な組み合わせ最適化問題[SO]を解く必要がある.
- 利用権価格(Vickrey payments)を計算する.

落札者決定問題の特徴:単一入札と複数入札

- 複数入札:各利用者が複数の利用権に入札する.
  - この研究で扱いたいのはこっち

- 単一入札:各利用者が1つの利用権のみに入札する.
  - モビリティシェアリングオークションの数学的特徴を明らかにするためには有用.

- まずは単一入札を扱う.
  - 最大の評価値をとる利用権のみに入札するとしても一般性を失わない.

落札者決定問題の特徴：実例

- 簡単のため，利用者ごとに需要のあるODペアを固定しても一般性を失わない．
- 車両数3台のときを考える．
- 単一入札のとき
  - ➢ 落札者の組$W_3 = \{\{15, 5, 18\}, \{19, 12, 17\}, \{4, 21, 13\}\}$.
  - ➢ 社会的余剰833.
- 複数入札のとき
  - ➢ 落札者の組$W_3 = \{\{15, 5, 18\}, \{19, 13, 17\}, \{4, 21, 10\}\}$.
  - ➢ 社会的余剰837.

tel:3%2089%2079%2069%2089

agent ID	OD	$v(t=1)$	$v(t=2)$	$v(t=3)$	$v(t=1)$	$v(t=2)$	$v(t=3)$
1	$1 \to 2$	41	31	21	41	-	-
2	$1 \to 2$	25	30	20	-	30	-
3	$1 \to 2$	27	32	37	-	-	37
4	$1 \to 3$	89	79	69	89	-	-
5	$1 \to 3$	88	93	83	-	93	-
6	$1 \to 3$	70	75	65	-	75	-
7	$1 \to 3$	52	57	62	-	-	62
8	$2 \to 1$	93	83	73	93	-	-
9	$2 \to 1$	61	66	56	-	66	-
10	$2 \to 1$	83	88	93	-	-	93
11	$2 \to 3$	76	66	56	76	-	-
12	$2 \to 3$	78	83	73	-	83	-
13	$2 \to 3$	87	92	97	-	-	97
14	$2 \to 3$	75	80	85	-	-	85
15	$3 \to 1$	97	87	77	97	-	-
16	$3 \to 1$	73	78	68	-	78	-
17	$3 \to 1$	88	93	98	-	-	98
18	$3 \to 1$	75	80	85	-	-	85
19	$3 \to 2$	99	89	79	99	-	-
20	$3 \to 2$	82	72	62	82	-	-
21	$3 \to 2$	86	91	81	-	91	-
22	$3 \to 2$	59	64	69	-	-	69

複数入札　　単一入札

落札者決定問題の特徴：実例

- (単一入札のときの社会的余剰) ≤ (複数入札のときの社会的余剰)
  - 単一入札のときの配分ベクトル$\boldsymbol{x}$の状態空間が複数入札のときのそれと比べて小さいため.
  - 単一入札のときの落札者の組と複数入札のときのそれとは異なる場合がある（単一入札ではagent ID:12が落札しているが，複数入札ではagent ID:13が落札しているなど）.

- 正の評価値をとる利用権が複数あるときに単一入札をすると，配分結果は社会的最適とはならない.

- 単一入札における配分結果から，全ての利用者の選好を観察しない行動修正によって複数入札の場合の結果を得ることは困難（？）.

- 単一入札の場合を分析することは，複数入札の場合の解法を提案するのに有用.

落札者決定問題の特徴: 単一入札とLP緩和

- [SO]は[SO-SMB]に書き直せる.

[SO-SMB]

$$\max_{x} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} v^i_{p^i q^i}(t^i) \cdot x^i_{p^i q^i}(t^i) \tag{18}$$

subject to

車両数制約 $$\sum_{i \in I} \sum_{pq \in L} x^i_{p^i q^i}(1) + \sum_{q \in N} x^S_{qq}(1) = \mu \tag{19}$$

時空間接続条件 $$-\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x^i_{p^i q^i}(t-1) - x^S_{qq}(t-1) + \sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x^i_{q^i p^i}(t) + x^S_{qq}(t) = 0 \quad t = 2, \cdots, T, \forall q \in N \tag{20}$$

~~単一ユニット需要条件~~ $$\cancel{\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x^i_{pq}(t) \leq 1 \qquad \forall i \in I} \tag{10}$$

利用権有無 $$x^i_{p^i q^i}(t^i) \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in I, \forall pq \in L, \forall t \in T \tag{21}$$

車両数は非不整数 $$x^S_{qq}(t) \in \mathbb{N} \qquad \forall q \in N, \forall t \in T \tag{22}$$

落札者決定問題の特徴：単一入札とLP緩和

- 評価値ベクトル$\boldsymbol{v}$と配分ベクトル$\boldsymbol{x}$は以下のように書き直せる.

$$\boldsymbol{v} = (v^1_{p^1q^1}(t^1), v^2_{p^2q^2}(t^2), \cdots, v^n_{p^nq^n}(t^n), \boldsymbol{v}^S)$$
$$\boldsymbol{x} = (x^1_{p^1q^1}(t^1), x^2_{p^2q^2}(t^2), \cdots, x^n_{p^nq^n}(t^n), \boldsymbol{x}^S)$$

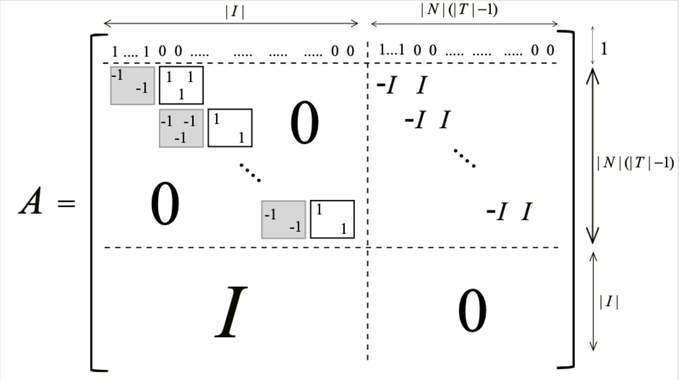
- [SO-SMB]を解くために, [SO-SMB]のLP緩和問題を考える.

[SO-SMB-LP]

$$\max_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{x}$$

subject to $A\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}$ (23)

$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$ (24)



Appendix：LP緩和（線型計画緩和）とは？

- 緩和問題：元の整数計画問題を簡単にしたもの
  - 緩和問題は元の問題よりも解きやすい
  - (緩和問題の最適値) ≥ (元問題の最適値)

- LP緩和（線型計画緩和）：線形整数計画問題から整数条件を削除して緩和すること
  - 緩和問題の最適解が整数条件を満たせば，それは元の問題の最適解になる.

例

元の問題

$$\max_{\boldsymbol{x}} 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4$$

subject to $3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$

LP緩和問題

$$\max_{\boldsymbol{x}} 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4$$

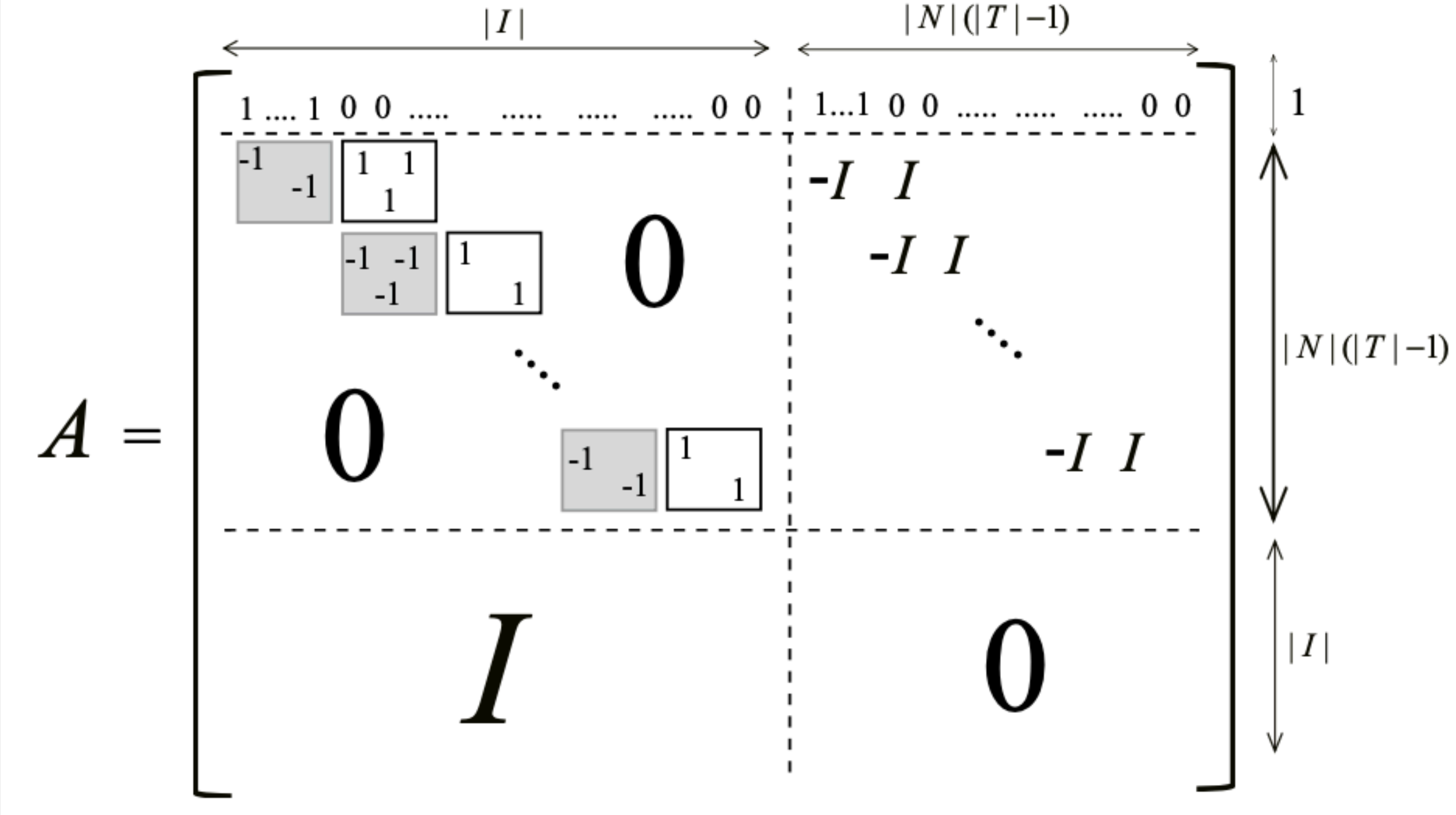
subject to $3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 6$

$0 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 1$

最適解は$(1, 1, 0, 0)$
これは整数条件を満たすので，元の問題の最適解.

落札者決定問題の特徴：単一入札とLP緩和

- 行列Aが完全ユニモジュラ行列なら，LP緩和問題[SO-SMB-LP]の最適解は整数解となり，元の最適化問題[SO-SMB]の解が決定する（Shapley and Shubik(1971); Bikhchandani and Ostroy(2002); Vohra(2011)）.



Appendix：完全ユニモジュラ行列とは？

- ある正方行列Mがユニモジュラ行列であるとは，それが整数行列で，その行列式が+1あるいは-1であることをいう.
  - 逆行列Nが整数行列であるような整数行列のこともユニモジュラ行列という（同値）.

- 完全ユニモジュラ行列とは，その非特異な全ての正方部分行列がユニモジュラ行列であるような行列のことをいう.
  - 任意の正方部分行列の行列式が0，+1，-1のいずれかになる.
  - 非特異：逆行列を持つ正方行列であること.
  - 任意の全ユニモジュラ行列の成分は0，+1，あるいは-1でしかあり得ない.

<u>例</u>

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & -1 \end{pmatrix}$$

落札者決定問題の特徴：単一入札とLP緩和

命題2

LP緩和問題[SO-SMB-LP]の制約条件の行列Aは完全ユニモジュラ行列である.

証明

制約条件(19)(20)は，行列Aの第1行から第$|N|(|T|-1)+1$行までにあたる. このブロックは，完全ユニモジュラ行列である（Korte and Vygen(2012)）. 制約条件(21)は単位行列に対応するが，単位行列に接続された完全ユニモジュラ行列はまた完全ユニモジュラ行列である. したがって，命題2は真. □

落札者決定問題の特徴:オークション価格の解釈

- [SO-SMB-LP]の双対問題を考える.

＜主問題＞

$$\max_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{x}$$

$$\text{subject to} \begin{cases} A\boldsymbol{x} \le \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x} \ge \boldsymbol{0} \end{cases}$$

＜双対問題＞

$$\max_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{b}^T\cdot\boldsymbol{y}$$

$$\text{subject to} \quad A^T\boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{v}, \quad \boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{0}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{pq\in L} x^i_{p^iq^i}(1) + \sum_{q\in N} x^S_{qq}(1) = \mu \qquad (19)$$

$$-\sum_{i\in I}\sum_{p\in N} x^i_{p^iq^i}(t-1) - x^S_{qq}(t-1) + \sum_{i\in I}\sum_{p\in N} x^i_{q^ip^i}(t) + x^S_{qq}(t) = 0 \quad t = 2,\cdots,T, \forall q \in N \qquad (20)$$

$$x^i_{p^iq^i}(t^i) \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I \qquad (21)$$

- 元の変数:$\boldsymbol{x} = (x^1_{p^1q^1}(t^1), x^2_{p^2q^2}(t^2),\cdots,x^n_{p^nq^n}(t^n), x^S_{11}(1),\cdots,x^S_{NN}(T))$
- 双対変数:$\boldsymbol{y} = (P(1), P_1(2),\cdots,P_q(T), u^1,\cdots,u^I)$

落札者決定問題の特徴:オークション価格の解釈

- 双対問題を書き下すと以下の通り.

$$\max_{P(1),\boldsymbol{u}} \mu \cdot P(1) + \sum_{i \in I} u^i \tag{25}$$

subject to

$$P_{p^i}(t^i) - P_{q^i}(t^i + 1) + u^i \geq v^i \quad \forall i \in I \tag{26}$$

$$P(1) - p_q(2) \geq 0 \quad \forall q \in N \tag{27}$$

$$p_p(t-1) - p_q(t) \geq 0 \quad \forall p, q \in N, t = 3, \cdots, T \tag{28}$$

$$\boldsymbol{P} \geq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{u} \geq \boldsymbol{0} \tag{29}$$

Appendix：双対問題とは？

一般形の線形計画問題

$$
\begin{aligned}
&\min \boldsymbol{c}_1^T \boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{c}_2^T \boldsymbol{x}_2 \\
&\text{subject to} \quad A_{11}\boldsymbol{x}_1 + A_{12}\boldsymbol{x}_2 \geq \boldsymbol{b}_1 \\
&\qquad\qquad\quad\; A_{21}\boldsymbol{x}_1 + A_{22}\boldsymbol{x}_2 = \boldsymbol{b}_2 \\
&\qquad\qquad\quad\; \boldsymbol{x}_1 \geq \boldsymbol{0}
\end{aligned}
$$

に対して，

$$
\begin{aligned}
&\max \boldsymbol{b}_1^T \boldsymbol{y}_1 + \boldsymbol{b}_2^T \boldsymbol{y}_2 \\
&\text{subject to} \quad A_{11}^T\boldsymbol{y}_1 + A_{12}^T\boldsymbol{y}_2 \geq \boldsymbol{c}_1 \\
&\qquad\qquad\quad\; A_{21}^T\boldsymbol{y}_1 + A_{22}^T\boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{c}_2 \\
&\qquad\qquad\quad\; \boldsymbol{y}_1 \geq \boldsymbol{0}
\end{aligned}
$$

を，双対問題といい， $\boldsymbol{y}_1$， $\boldsymbol{y}_2$を双対変数という.

<u>双対定理</u>

- 主問題が最適解を持つならば，双対問題も最適解を持つ.
- 上記のときに，主問題の最適値と双対問題の最適値が等しい.

落札者決定問題の特徴：オークション価格の解釈

- $P_{p^i}(t^i) - P_{q^i}(t^i+1) + u^i \geq v^i \quad \forall i \in I \quad (26)$

$$\boxed{u^i} \geq v^i - \left\{\boxed{P_{p^i}(t^i)} - \boxed{P_{q^i}(t^i+1)}\right\} \quad \forall i \in I \qquad (30)$$

利用者iの効用　時間帯tにノードpを出発する価格　時間帯$t+1$にノードqを出発する価格

⇒ 利用者iの効用最大化行動と解釈できる．

- $P(1) - p_q(2) \geq 0 \quad \forall q \in N \quad (27)$

⇒ 時間帯1に出発する価格は，時間帯2に任意のノードを出発する価格よりも大きい．

- $p_p(t-1) - p_q(t) \geq 0 \quad \forall p, q \in N, t = 3, \cdots, T \quad (28)$

⇒ 時間帯tにノードpを出発する価格は，時間帯$t+1$にノードqを出発する価格よりも大きい．

- $\max_{P(1), u} \boxed{\mu \cdot P(1)} + \boxed{\sum_{i \in I} u^i} \quad (25)$

サービス提供者の収益　利用者の効用の合計

落札者決定問題の特徴：オークション価格の解釈

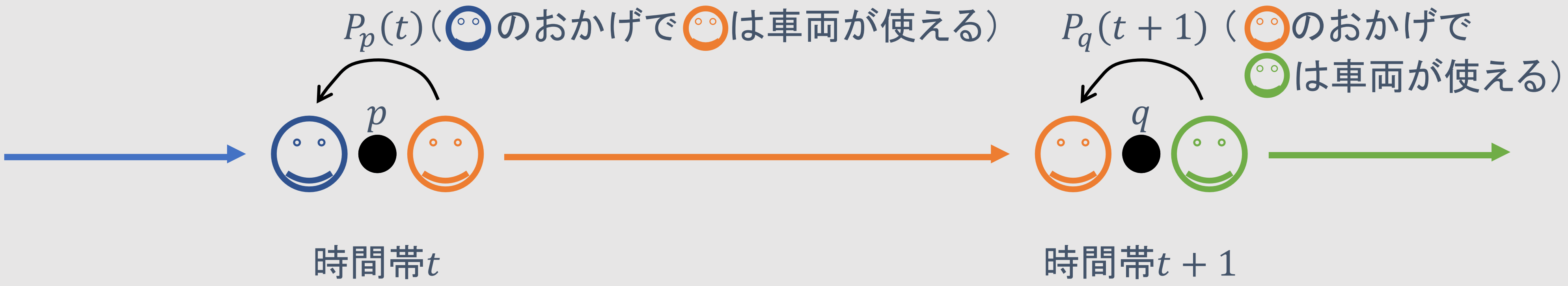
- このとき，VCGメカニズムで決まる利用権価格$P_{pq}(t)$は式(30)を使って以下のように表せる．

$$P_{pq}(t) = \boxed{P_p(t)} - \boxed{P_q(t+1)} \tag{31}$$

時間帯tにノードpを出発する価格
＝前の利用者に渡す価格

時間帯$t+1$にノードqを出発する価格
＝次の利用者から受け取る価格

- サービス提供者は時間帯1のときの価格のみ受け取り，それ以降（$t \geq 2$）は利用者間でマッチングし，価格の授受を行う．



- 車両移動の外部性を内生的な利用権価格としている．

落札者決定問題の特徴：複数入札の特徴

- 複数入札についても，LP緩和問題[SO-LP]を考える（Aは21ページに示した通り）．

[SO-SMB-LP]

$$\max_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{x}$$

$$\text{subject to} \quad A\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \tag{24}$$

落札者決定問題の特徴:複数入札の特徴

命題3

LP緩和問題[SO-LP]の制約条件の行列Aは完全ユニモジュラ行列ではない.

証明

完全ユニモジュラ行列の定義は，任意の正方部分行列Aの行列式が0，1，-1のいずれかであることである. [SO-LP]の制約条件の行列Aから，第1行，第2行，第$(|N|(|T|-1)+2)$行，第1列，第$(|N|^2+1)$列，第$(|N|^2|T|+1)$列を取り出し行列式を考えると,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

となる. 先述の定義より，行列Aは完全ユニモジュラ行列ではない. □

- [SO-LP]から整数解が得られる保証はない→落札者決定問題のNP困難性は未解決.

落札者決定問題の特徴：複数入札の場合のLP緩和問題の双対問題

- 単一入札のときと同様に，[SO-LP]の双対問題を考える.

＜主問題＞

$$\max_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{x}$$

$$\text{subject to} \quad \begin{cases} A\boldsymbol{x} \le \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x} \ge \boldsymbol{0} \end{cases}$$

＜双対問題＞

$$\max_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{b}^T \cdot \boldsymbol{y}$$

$$\text{subject to} \quad A^T \boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{v}$$

$$\boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{0}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{pq \in L} x_{pq}^i(1) + \sum_{q \in N} x_{qq}^S(1) = \mu \qquad (8)$$

$$-\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{pq}^i(t-1) - x_{qq}^S(t-1) + \sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{qp}^i(t) + x_{qq}^S(t) = 0 \quad t = 2, \cdots, T, \forall q \in N \qquad (9)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x_{pq}^i(t) \le 1 \qquad \forall i \in I \qquad (10)$$

➢ 双対変数：$\boldsymbol{y} = (\boxed{P(1)}\ \boxed{P_1(2), \cdots, P_q(T)}\ \boxed{u^1, \cdots, u^I})$

落札者決定問題の特徴:複数入札の場合のLP緩和問題の双対問題

- 双対問題を書き下すと，以下の通り.

$$\max_{P(1),\boldsymbol{u}} \mu \cdot P(1) + \sum_{i \in I} u^i \tag{32}$$

subject to

$$P_p(t) - P_q(t+1) + u^i \geq v^i_{pq}(t) \quad \forall i \in I, \forall p, q \in N, t \in T \tag{33}$$

$$P(1) - p_q(2) \geq 0 \quad \forall q \in N \tag{34}$$

$$p_p(t-1) - p_q(t) \geq 0 \quad \forall p, q \in N, t = 3, \cdots, T \tag{35}$$

$$\boldsymbol{P} \geq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{u} \geq \boldsymbol{0} \tag{36}$$

- ➢ 単一入札の場合，利用者iの効用についての制約条件の数は1つであったが，複数入札では，式(33)の通り，$|T||N||N|$個ある.

落札者決定問題の特徴：複数入札の場合のLP緩和問題の双対問題

- 元の問題の最適値$[\mathrm{SO}]$とLP緩和問題の最適値$[\mathrm{SO}-\mathrm{LP}_{primal}]$，LP緩和問題の双対問題の最適値$[\mathrm{SO}-\mathrm{LP}_{dual}]$との関係性は以下の通り．

$$[\mathrm{SO}] \leq \left[\mathrm{SO}-\mathrm{LP}_{primal}\right] = [\mathrm{SO}-\mathrm{LP}_{dual}]$$

- 命題3より，LP緩和問題から整数解が得られる保証はないが，LP緩和問題の最適値は元の問題の上界を与えている．

落札者決定問題の特徴：再配置サービスの可能性

- 車両数$\mu = 1$のとき，落札者は$W_1 = \{1, 5, 4\}$で，社会的余剰は207.

agent ID	OD	$v(t=1)$	$v(t=2)$	$v(t=3)$
1	$1 \to 2$	95	90	85
2	$1 \to 2$	82	92	72
3	$1 \to 2$	74	86	61
4	$1 \to 2$	60	80	92
5	$2 \to 1$	30	20	10

- 各落札者の支払い額は以下の通り.

$$P^1 = (82 + 20 + 92) - (20 + 92) = 82$$
$$P^5 = (95) - (95 + 92) = -92$$
$$P^4 = (95 + 20 + 72) - (95 + 20) = 72$$

- agent ID：5がいないと，時間帯1においてノード1からノード2に移動した車両がノード1に戻れず，時間帯2･3に車両を使えなくなる．つまり，agent ID：5のおかげで，他の利用者は時間帯3に車両を使用することができる．→agent ID：5の正の外部性が非常に大きいため，支払い額が負となっている．→再配置に貢献することへのインセンティブになる.

- オークションは，利用者のOD需要を結ぶだけでなく，価格メカニズムによって利用者の需要の均衡を保っている.

落札者決定問題の特徴:往復トリップへのモデルの拡張

- 行きと帰りの利用権がセットになって初めて価値を持つ.
    - 行きのみ, 帰りのみでは価値を持たない.

- 各利用者iは評価値$\boldsymbol{v}^i$と, 行きのトリップと帰りのトリップとの間の時間$k_i \in \mathbb{N}$を申告.

落札者決定問題の特徴:往復トリップへのモデルの拡張

- 落札者決定問題は以下のようになる.
  - [SO-round]は[SO]に線形の制約条件を加えただけなので，[SO]と同じ方法で解くことができる.

[SO-round]

$$\max_{x} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} v_{pq}^{i}(t) \cdot x_{pq}^{i}(t) \qquad (37)$$

subject to

車両数制約 $$\sum_{i \in I} \sum_{pq \in L} x_{pq}^{i}(1) + \sum_{q \in N} x_{qq}^{S}(1) = \mu \qquad (38)$$

時空間接続条件 $$-\sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{pq}^{i}(t-1) - x_{qq}^{S}(t-1) + \sum_{i \in I} \sum_{p \in N} x_{qp}^{i}(t) + x_{qq}^{S}(t) = 0 \quad t = 2, \cdots, T, \forall q \in N \qquad (39)$$

トリップ数は2以下 $$\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x_{pq}^{i}(t) \le 2 \quad \forall i \in I \qquad (40)$$

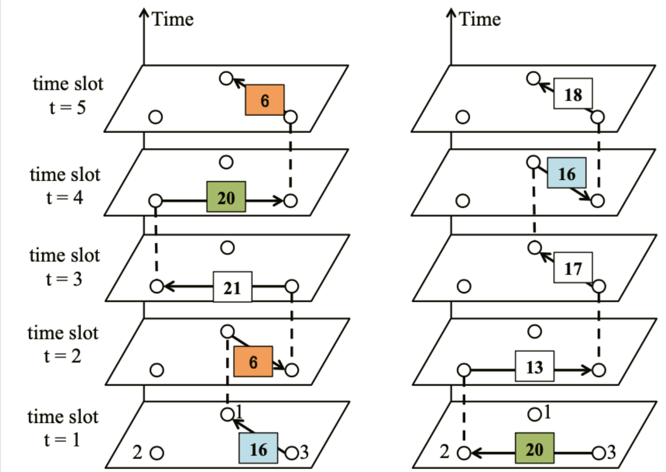
利用権は往復でセット $$x_{pq}^{i}(t) - x_{qp}^{i}(t + k_i) = 0 \quad \forall i \in I, \forall p, q \in N, \forall t \in \{1, 2, \cdots, T - k_i\} \qquad (41)$$

利用権有無 $$x_{pq}^{i}(t) \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall pq \in L, \forall t \in T \qquad (42)$$

車両数は非不整数 $$x_{qq}^{S}(t) \in \mathbb{N} \quad \forall q \in N, \forall t \in T \qquad (43)$$

落札者決定問題の特徴：往復トリップへのモデルの拡張

- 簡単のため，各利用者のODペアと期間k_iは固定．車両数$\mu = 2$.
- User ID：6, 16, 20は往復利用者，User ID：13, 17, 18, 21は片道利用者.
  - ➢ 片道利用者と往復利用者が混在していてもモデルを適応できる.
- 式(40)(41)を変更することで，3トリップ以上に拡張することも可能.



agent ID	OD	$v(t=1)$	$v(t=2)$	$v(t=3)$	$v(t=4)$	$v(t=5)$
1	1 → 2	41	31	21	0	0
($k_1 = 2$)	2 → 1	0	0	24	32	40
2	1 → 2	25	30	0	0	0
($k_2 = 3$)	2 → 1	0	0	0	41	15
3	1 → 2	27	32	35	48	51
4	1 → 3	89	79	69	0	0
($k_4 = 2$)	3 → 1	0	0	83	79	65
5	1 → 3	88	93	83	0	0
($k_5 = 2$)	3 → 1	0	0	80	86	76
6	1 → 3	70	75	0	0	0
($k_6 = 3$)	3 → 1	0	0	0	86	91
7	1 → 3	52	57	61	43	33
8	2 → 1	93	83	73	0	0
($k_8 = 2$)	1 → 2	0	0	73	63	59
9	2 → 1	61	66	0	0	0
($k_9 = 3$)	1 → 2	0	0	0	71	81
10	2 → 1	83	88	93	75	61
11	2 → 3	76	66	56	0	0
($k_{11} = 2$)	3 → 2	0	0	87	72	66
12	2 → 3	78	83	0	0	0
($k_{12} = 3$)	3 → 2	0	0	0	77	85
13	2 → 3	87	92	97	84	77
14	2 → 3	75	80	85	72	64
15	3 → 1	97	87	77	0	0
($k_{15} = 2$)	1 → 3	0	0	89	86	75
16	3 → 1	73	78	0	0	0
($k_{16} = 3$)	1 → 3	0	0	0	84	88
17	3 → 1	88	93	98	86	81
18	3 → 1	75	80	85	91	93
19	3 → 2	99	89	79	0	0
($k_{19} = 2$)	2 → 3	0	0	85	80	75
20	3 → 2	82	72	0	0	0
($k_{20} = 3$)	2 → 3	0	0	0	92	88
21	3 → 2	86	91	81	72	63
22	3 → 2	59	64	69	78	84

解法と例：単一入札の場合の解法

- LP緩和問題が整数解を持つ→LP緩和問題を解くことで，落札者を決定できる.
  - ➢ シンプレックス法
  - ➢ 内点法

解法と例：複数入札の場合の解法

Step 1.

[SO]のLP緩和問題を解く．解が整数なら終了する．整数でないなら，**Step 2.**に進む．

Step 2.

[SO]のLP緩和問題の双対問題を解く（解を$\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{P}, \boldsymbol{u})$とする）．

あるiが存在して，$u^i > v^i_{pq}(t) - \left\{p_p(t) - P_q(t+1)\right\} \quad \forall p, q \in N, t \in T$を満たすとき，
$\sum_{t \in T} \sum_{pq \in L} x^i_{pq}(t) = 0$として強い制約式を追加し，**Step 1.**に戻る．

このようなiが存在しない場合，**Step 3.**に進む．

Step 3.

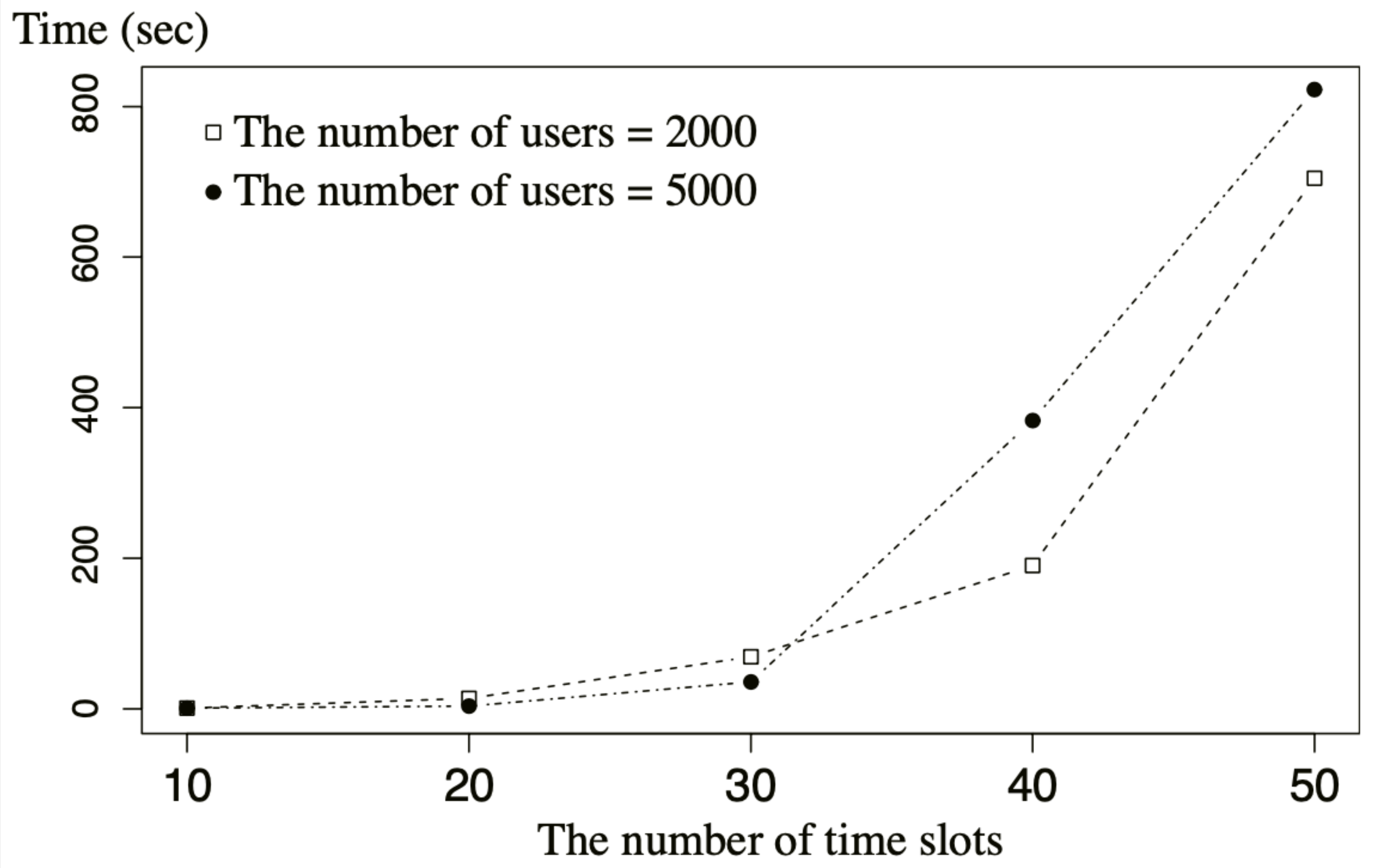
LP緩和問題の解のうち，非整数解$x^i_{pq}(t)$に着目する．$x^i_{pq}(t) = 1$を追加した子問題と$x^i_{pq}(t) = 0$を追加した子問題を解く．子問題が非整数解を持つとき，更に場合分けした子問題を考える．解が整数のみで構成される子問題の中で目的関数の値が最大になる子問題の解が最適解である．

解法と例：数値計算例

- 10車両，100ポートとする.
- 各利用者ごとに1つのODペアを考える.
- 評価値はランダムで発生させる.
- 入札者数が2000の場合と5000の場合とを考える.
- 時間帯の数を10から50まで10ごとに増やして計算.

解法と例：数値計算例

- いずれの場合も，問題のない計算時間に収まっている.



解法と例：早い者勝ちとの比較

- 早い者勝ちの場合，利用者は以下の3つの行動を取る可能性がある．
  - ➢ 自分が使いたい時間帯に，使いたいポートに行く（max value choice）．
  - ➢ 確率的に時間帯を選択する（logit choice）．

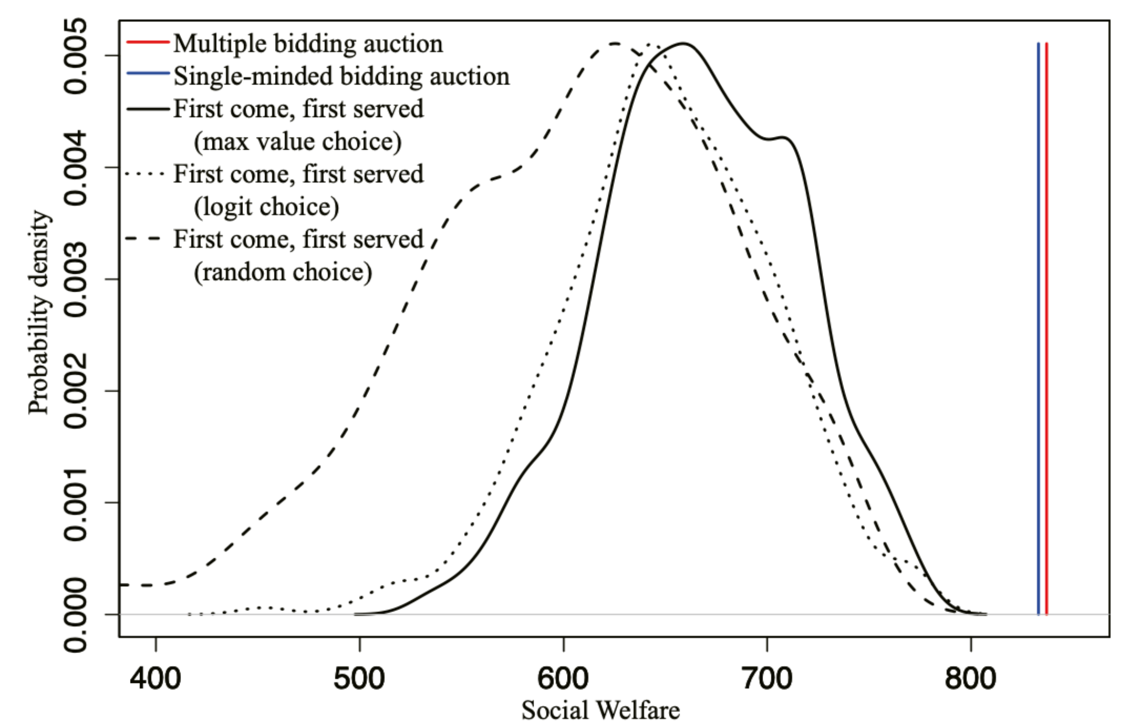
$$P_i = \frac{\exp(\theta \cdot v_i)}{\sum_j \exp(\theta \cdot v_j)} (\theta = 0.5\text{と仮定})$$

  - ➢ 時間帯をランダムに選択する（random choice）．

- 単一入札の場合も，複数入札の場合も，早い者勝ちのいずれの場合よりも社会的余剰ははるかに大きい．

⇩

- オークションは効率的である．



結論

- モビリティシェアリングの利用権取引について扱った.

- 最初に，社会的余剰について記述するモデルを与えたが，社会的最適配分を達成するにあたって，①正直表明性，②NP困難性という問題がある.

結論

①正直表明性

- VCGメカニズムの導入→戦略的操作不可能性と効率的な配分を達成.

②NP困難性

- 単一入札の場合：落札者決定問題はLP緩和問題と等価.
  - ODペアや時間帯とで価格が同一となるようなモビリティシェアリング
  - Vickrey Paymentは出発ポートを出発する価格と目的地ポートに着いたときに受け取る価格とに分解できる.
    →オークションメカニズムを，OD需要に基づく交換経済として解釈することが可能.

- 複数入札の場合：効率的な解法の提案.

結論

- 少しの制約条件を追加してモデルを拡張することで，往復トリップについても扱うことができるようになる.
    - 3トリップ以上を扱えるように拡張することも容易.

- 計算時間の観点でも，効率性の観点でも，モビリティシェアリングのオークションは簡単に実行できる.
    - 時間帯の数が多くても計算時間は実行可能な範囲内.
    - 早い者勝ちと比べて効率性は極めて大きい.

- 今後の研究はオークションの不都合な点に焦点を当てるべきである.
    - 静的なオークションなので，事前に入札する必要がある→リアルタイムの配分ができない.
    - キャンセルが発生すると，時空間OD接続条件にミスマッチが生じてしまう.
    - 全てのトリップを入札するのは多大な時間と不便を伴う.