

トリップチェーン均衡モデルを用いた コドン型・エリア型 ロードプライシングの比較

理論談話会 #6

2019年5月31日 (金)

米澤 実保

今回の論文は

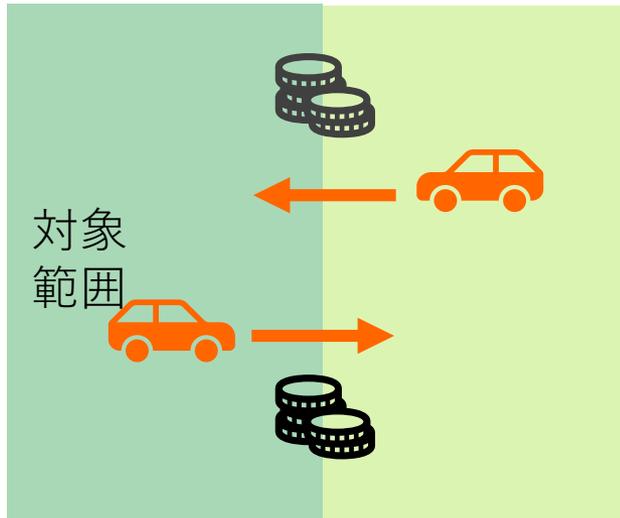
- Efficiency and equity comparison of cordon- and area-based road pricing schemes using a trip-chain equilibrium model(Maruyama and Sumalee, 2006)
- コードン型 vs エリア型ロードプライシングを社会福利・公平さから比較している。
- 目標
 - 定式化の文字を丁寧に読み込む
 - ロードプライシング、配分についての理解

はじめに

ロードプライシングの種類

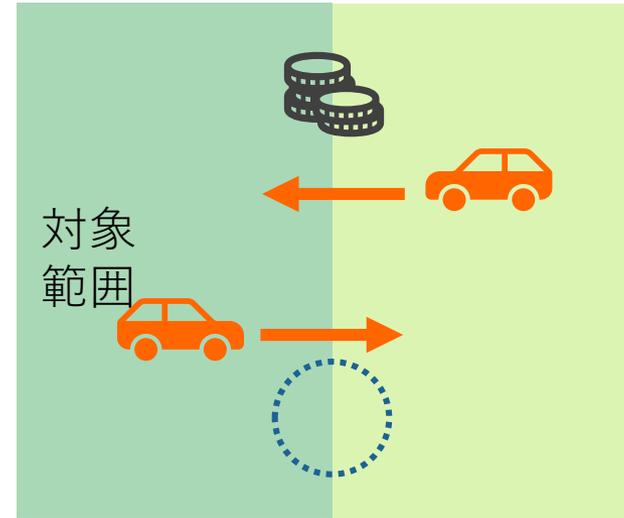
■ コordon型

- ある地点を通るたびに通行税を払う.



■ エリア型

- 対象範囲内に初めて入るときに通行税を払う, その後は出入り自由.



ロードプライシングの研究と実施

■ コードン型

- 研究が盛んになされてきている。
- しかし実際には行われていない。
 - ノルウェーの料金所制度はマルチトリップの通過を実質的には認めている。
 - エディンバラは最初の通過時しか通行税がかからない

■ エリア型

- リンクコストを単純に足すのは公平ではなく、コードン型よりモデルが難しい。
- 1回料金を払うとその後は自由に行き来できるため実施例が多い。

課金額によって交通行動の効果が変化するが、
どちらの方法がいいのか？

コードン型は対象エリアの行き来でエリア型の2倍の通行税がかかるため、両モデルを単純に比較できない…

研究の目的

- 旅行需要はトリップチェーン→アクティビティベース
 - Recker (1995,2001) 活動決定の時空間モデルの枠組みを提案
 - Lam & Lin(2001) 渋滞下の経路選択と連続活動を統合した形で提案
 - ただし実用は結構大変…
- 本研究ではトリップチェーンを詳しく扱う静的モデルを採用
 - Maruyama & Harata (2006) ワードロップの原則に基づく同等の最適化問題
- 本モデルでは、旅行者はトリップとして事前に決まったすべてのアクティビティノードを訪れることで、不利益を最小にするように経路を決定する。

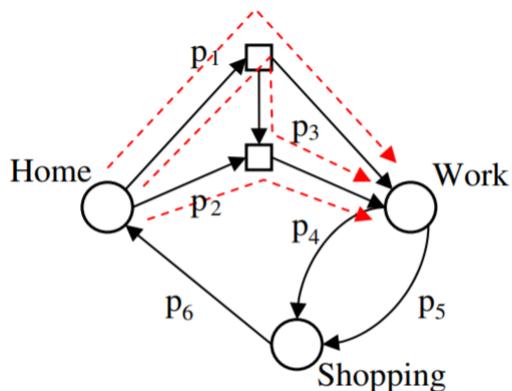
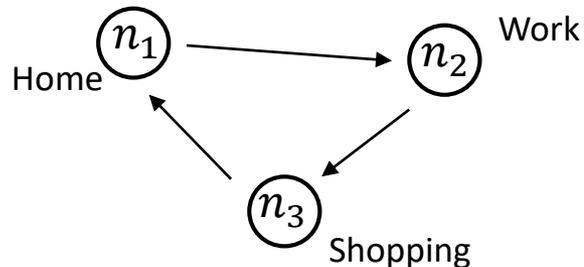
均衡ベースのモデルを使い、社会福利と公平性の影響の指標から、コードン型・エリア型のロードプライシングの効果进行分析する

定式化

準備

■ 今回出てくる文字たち

始点ノードR



$$\Omega_h = \{\text{home, work, shopping, home}\}$$

$$\psi(\text{home, work}) = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$\psi(\text{work, shopping}) = \{p_4, p_5\}$$

$$\psi(\text{shopping, home}) = \{p_6\}$$

- グラフ $G(A, N)$
- トリップチェーン $h \in H$
 - 左の図であれば $\Omega_h = \{n_1, n_2, n_3, n_1\}$
- d_h は需要, $D_h(C_h)$ は需要関数. C_h は旅行費用
- $t_a(v_a)$ は旅行時間関数, v_a はリンクフロー

- パス $p \in \Psi(n_i, n_{i+1})$
- パス p に対して, リンク a と関連するとき $\delta_{a,p}$ は 1, そうでないときは 0 とおく.
- パス p の旅行費用は $C_p = \sum_{\forall a} \delta_{a,p} t_a(v_a)$
 - リンクフローの合計 $v_a = \sum_{\forall k} \delta_{a,k} f_k$
 - f_k は k の経路フロー,
- g_h^l はトリップチェーン h に関連したパス l のフロー

$$f_p = g_h^l$$
- パス旅行時間は, $C_h^l = \sum_{\forall p \in \theta_h^l} C_p$

課金額変化のパターン

■ τ_h^l : パスlへの課金

■ コードン型: $\tau_h^l = \sum_{p \in \theta_h^l} \sum_{\forall a} \delta_{a,p} \tau_a$,

リンクaを通るときの通行税

■ エリア型: $\tau_h^l = \tau$ ($\sum_{p \in \theta_h^l} \sum_{\forall a} \delta_{a,p} \varepsilon_a > 0$ のとき)
それ以外の際の費用は $\tau_h^l = 0$ となる

経路の旅行費用 $C_h^l = \sum_{\forall p \in \theta_h^l} C_p + \tau_h^l$

Wardropの利用者均衡（おさらい）

- 各ODペアに対して、「利用される経路（パス）の旅行時間はすべて等しく（①），利用されない経路の旅行時間よりも小さいか，せいぜい等しい（②）」

→これを式であらわす

$$\textcircled{1} \quad g_h^l > 0 \Rightarrow C_h^l = D_h^{-1}(T_h) \quad \forall l, \forall h$$

$$\textcircled{2} \quad g_h^l = 0 \Rightarrow C_h^l \geq D_h^{-1}(T_h) \quad \forall l, \forall h$$

ここにおいて， $T_h = \sum_{\forall l \in \Theta_h} g_h^l$
 g_h^l はトリップチェーンhに関連するパスlのフロー

g_h^l はパスlのフロー
 C_h^l はパス旅行費用
 D_h は需要関数

Wardropを変分不等式で表す

■ Wardropを変分不等式で表す

$$\sum_{\forall h} \sum_{\forall l \in \Theta_h} \{C_h^l(\mathbf{g}^*) \times (g_h^l - g_h^{l*})\} - \sum_{\forall h} \{D_h^{-1}(T_h^*)(T_h - T_h^*)\} \geq 0 \quad \forall(\mathbf{g}, \mathbf{T}) \in \Phi$$

- $(\mathbf{g}^*, \mathbf{T}^*)$ はパスとトリップチェーンの流量の均衡を表すベクトル
- Φ はパスとトリップチェーンのフローが可能なセット
- 再定式化

$$\sum_{\forall a} t_a(v_a^*) \times (v_a - v_a^*) + \sum_{\forall h} \sum_{\forall l \in \Theta_h} \tau_h^l \times (g_h^l - g_h^{l*}) - \sum_{\forall h} \{D_h^{-1}(T_h^*)(T_h - T_h^*)\} \geq 0 \quad \forall(\mathbf{v}, \mathbf{g}, \mathbf{T}) \in \Phi \quad (1)$$

(証明は省略)

■ (1) は書き換え可能

$$\min Z = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx + \sum_h \sum_{l \in \Theta_h} \tau_h^l \times g_h^l - \sum_h \int_0^{T_h} D_h^{-1}(y) dy$$

s.t.

$$T_h = \sum_{\forall l \in \Theta_h} g_h^l \quad \forall h \quad (2)$$

$$f_p = g_h^l \quad \forall h, \forall l \in \Theta_p, \forall p \in \theta_h^l$$

$$v_a = \sum_h \sum_{l \in \Theta_p} \sum_{p \in \theta_h^l} \delta_{a,p} f_p \quad \forall a$$

$$T_h, g_h^l, f_p, v_a \geq 0 \quad \forall h, \forall l, \forall p, \forall a$$

アルゴリズム

アルゴリズムの概要

Step0 初期化. $k=1$ とおく. 実行可能なフロー $\mathbf{X}^{(k)} = (\mathbf{v}^{(k)}, \mathbf{g}^{(k)}, \mathbf{T}^{(k)})$ を見つける

Step1 旅行時間の更新. すべての a に対し, $t_a = t_a(v_a)$ を計算する.

Step2 方向を探す. 部分線形化問題を解き, 補助解 $\mathbf{Y} = (\tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{g}}, \tilde{\mathbf{T}})$ を得る.

Step3 移動規模 α を決定する ($0 \leq \alpha \leq 1$) . $\min_{0 \leq \alpha \leq 1} Z(\mathbf{X}^{(k)} + \alpha(\mathbf{Y} - \mathbf{X}^{(k)}))$

Step4 フローの更新. $\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \alpha(\mathbf{Y} - \mathbf{X}^{(k)})$ となるような $\mathbf{X}^{(k+1)}$ を設定する.

Step5 収束判定. 収束していなければ $k=k+1$ として Step1 へ戻る. 収束していれば終了.

コードン型・エリア型におけるアルゴリズム

- コードン型の場合は以下の式（スライド9のもの，再掲）を直接解くことで解が求まる。

$$\min Z = \sum_a \int_0^{v_a} t_a(x) dx + \sum_h \sum_{l \in \Theta_h} \tau_h^l \times g_h^l - \sum_h \int_0^{T_h} D_h^{-1}(y) dy$$

s.t.

$$T_h = \sum_{l \in \Theta_h} g_h^l \quad \forall h \tag{2}$$

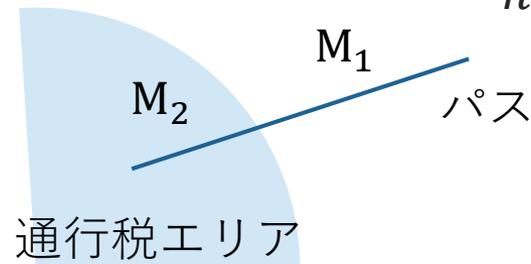
$$f_p = g_h^l \quad \forall h, \forall l \in \Theta_p, \forall p \in \theta_h^l$$

$$v_a = \sum_h \sum_{l \in \Theta_p} \sum_{p \in \theta_h^l} \delta_{a,p} f_p \quad \forall a$$

$$T_h, g_h^l, f_p, v_a \geq 0 \quad \forall h, \forall l, \forall p, \forall a$$

- エリア型の場合はパスを課金に応じてP種のサブセットに $M_1 \dots M_p$ 分割。（サブセット内は同課金額 τ_h^l ）

- Step2をより詳しく行う



Step2 をよりくわしく

- Step 2 の目的関数

$$\min_{(\tilde{\mathbf{g}}, \tilde{\mathbf{T}})} \tilde{Z} = \sum_h \sum_{l \in \Theta_h} C_h^l(\mathbf{X}^{(k)}) \tilde{g}_h^l - \sum_h \int_0^{\tilde{T}_h} D_h^{-1}(y) dy \quad (3)$$

- (3) を解くにはトリップチェーンのhの需要 \tilde{T}_h が必要

$$\tilde{T}_h = D_h(\mu_h).$$

コスト最小

- Step2.1 各 M_p に対して, $t_a = \infty$ を与える. 次に, 各トリップチェーンに対して最も安いパスを探す.
パスのセット Ω_h 中にある各連続したノード n_i と n_{i+1} に対して最小経路をリンク旅行時間 t_a に基づいて探す. これが最小旅行時間になる.
 M_p 内で最も小さいパス旅行時間を τ_h^P と置き, 最小コストは $\tau_h^P + \tau_p$ となる.

Step2 をよりくわしく (つづき)

Step2.2 各トリップチェーン h に対して, 異なる M_p の中で最も安いパスを探す.
 μ_h を探した最短経路の総額(旅行時間・課金を含む)とする.

Step2.3 各トリップチェーン h のすべてのパスに対して,

$$\tilde{T}_h = D_h(\mu_h) \quad \tilde{g}_h^{wh} = \tilde{T}_h \quad \tilde{g}_h^l = 0 \quad \text{とおく.}$$

\tilde{v}_a は関連するすべての補助パスのフローを合計すると求められる.

これによって補助解 $\mathbf{Y} = (\tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\mathbf{g}}, \tilde{\mathbf{T}})$ を得る.

社会福利と公平性影響の評価

2つの評価指標

- 本モデルのアプローチは、ロードプライシングの計画案の出来栄えをコードン型・エリア型を比較して評価すること
- 評価観点は以下の2つ
 - 社会福利向上
 - 公平性の影響

社会福祉向上の評価

- マーシャルルール社会福祉の式を用いる

$$SW = \sum_h \int_0^{T_h} D_h^{-1}(x) dx - \sum_a t_a(v_a)v_a$$

- 通行税の歳入

$$REV = \sum_h \sum_{l \in \Theta_h} g_h^l \tau_h^l$$

- 利用者便益はSW - REV

$$UB = SW - REV = \sum_h \int_0^{T_h} D_h^{-1}(x) dx - \sum_a t_a(v_a)v_a - \sum_h \sum_{l \in \Theta_h} g_h^l \tau_h^l$$

公平性の評価

■ ジニ係数を用いる

$$\text{Gini} = \frac{\sum_j \sum_i |x_i - x_j|}{2n^2 \mu}$$

- n人いて、平均年収が μ とする.
- 個人iの収入の程度を x_i と表す.

- 0~1の値をとる. 0なら公平. 1になるほど不公平.
- 今回は、総収入がトリップチェーンhの旅行者に還元される割合を ρ として用いた. ($0 \leq \rho \leq 1$)

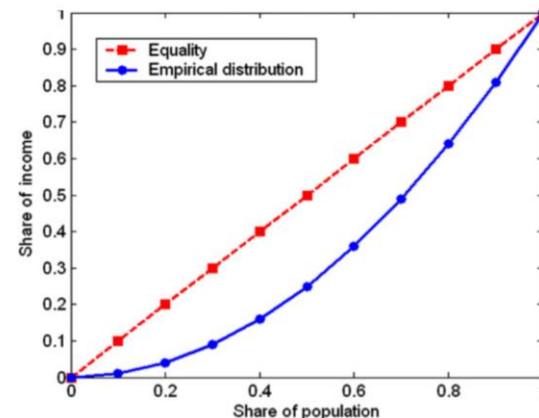


Fig. 3. Lorenz curve for measuring the Gini coefficient.

公平性の評価（つづき）

- 各トリップチェーンの非集計利用者便益は、

$$UB_h = \int_0^{T_h} D_h^{-1}(x) dx - \sum_{l \in \Theta_h} C_h^l g_h^l + \rho_h \sum_h \sum_{l \in \Theta_h} \tau_h^l g_h^l$$

- 利用者便益の平均をとる

$$ub_h = \frac{1}{T_h} \left[\int_0^{T_h} D_h^{-1}(x) dx - \sum_{l \in \Theta_h} C_h^l g_h^l + \rho_h \sum_h \sum_{l \in \Theta_h} \tau_h^l g_h^l \right]$$

- 今回用いるジニ係数の式は以下のようなになる

$$\text{Gini} = \frac{\sum_h \sum_{h'} T_h T_{h'} |ub_h - ub_{h'}|}{2(\sum_h T_h)^2 \overline{ub}}$$

宇都宮におけるケーススタディ

まちの概要

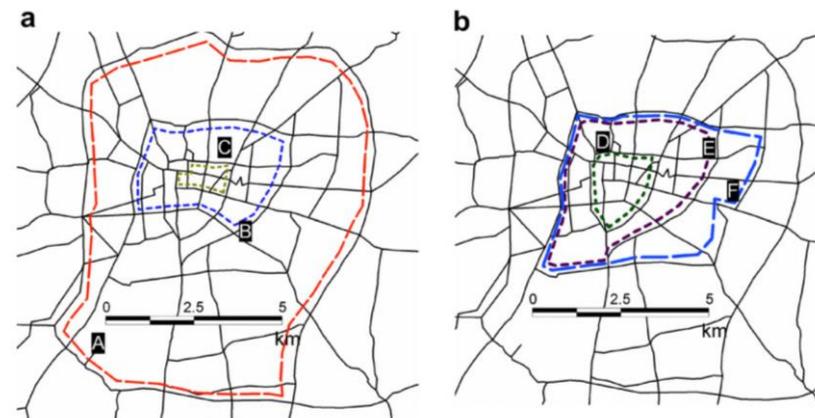
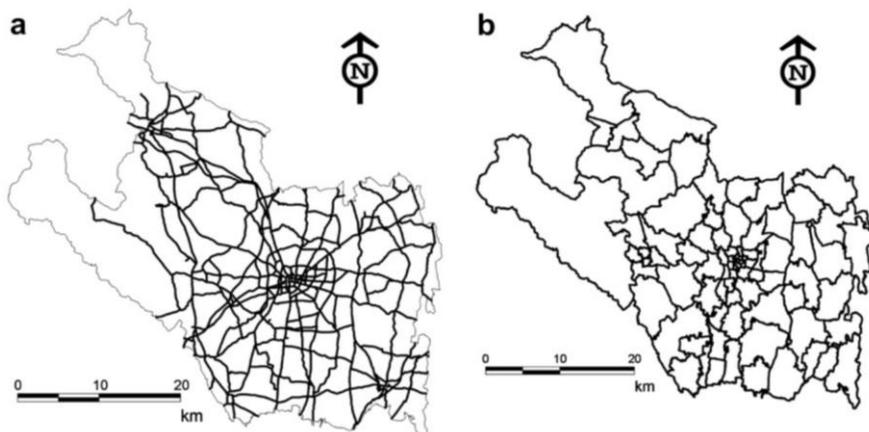
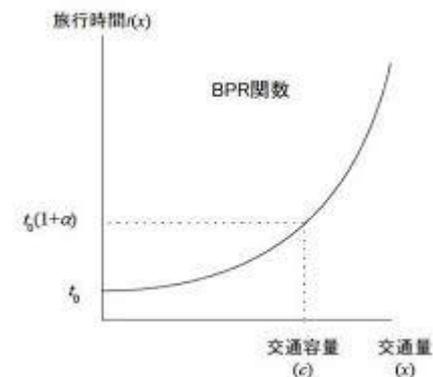
■ 宇都宮市

- 人口 450,000人
- 今回のネットワークは1,345リンクと84ゾーン.
- リンクパフォーマンスは以下を使用・

$$t_a(v_a) = t_a^0 \{1 + 0.48(v_a/c_a)^{2.82}\}$$

リンクaにおける
 t_a^0 : 自由流の旅行時間, c_a : 容量

時間価値は50円/分とする



左図：主要な道路ネットワーク，右図：ゾーニング

■ 指数需要関数

- D_h^0 : 需要, C_h^0 : 一般最小旅行費用 (トリップチェーンhにおける, それぞれ何もしない場合)
- 価格弾力性 σ は0.5と設定

$$D_h(C_h) = D_h^0 \exp\{\sigma(1 - C_h/C_h^0)\}$$

- 宇都宮都市圏のPT調査 (1992年) を使用.

社会福祉

- 単一通行税は10～300円で設定。
- 最も高い社会的余剰：A-エリアの場合の13億7800万円。
このときの通行税は200円。
- コードン型に関してもAの場合がエリアと同じくらいの社会的余剰を表している。

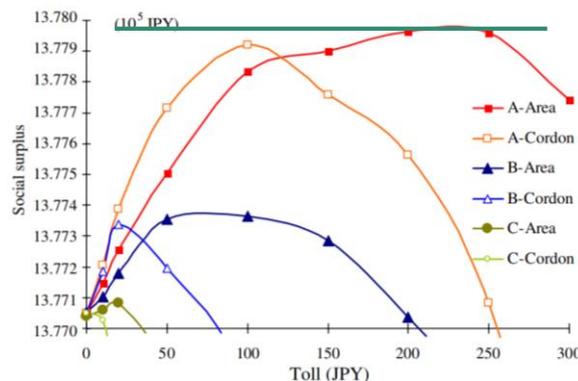


Fig. 6. Social surplus (in 10,000 JPY) for area and cordon scheme A, B, and C.

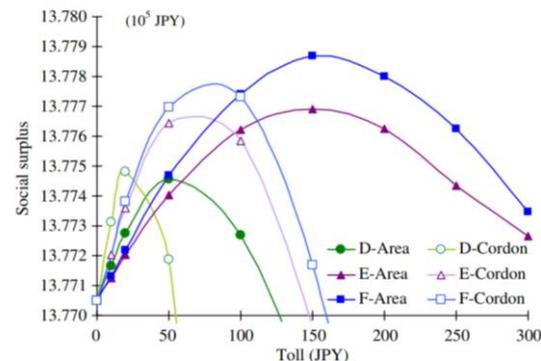


Fig. 7. Social surplus (in 10,000 JPY) for area and cordon scheme D, E, and F.

Table 1
Summary of the benefit and optimal toll for each charging schemes

Scheme	Area-coverage (sq-km)	Optimal toll (JPY)	Social welfare (JPY)	Social welfare improvement (JPY)
Area-A	66.0	200	1,377,964,100	914,100
Area-B	9.0	100	1,377,363,687	313,687
Area-C	1.0	10	1,377,081,280	31,280
Area-D	2.5	50	1,377,457,273	407,273
Area-E	12.9	150	1,377,691,874	641,874
Area-F	19.3	150	1,377,869,603	819,603
Cordon-A	66.0	100	1,377,919,857	869,857
Cordon-B	9.0	20	1,377,336,168	286,168
Cordon-C	1.0	0	1,377,050,000	0
Cordon-D	2.5	20	1,377,481,656	431,656
Cordon-E	12.9	50	1,377,642,950	592,950
Cordon-F	19.3	100	1,377,730,178	680,178

コードン型 vs エリア型

- エリア型のほうが社会的余剰は大きい (Dの場合を除く)
- ゾーンエリアが広がるにつれて社会的余剰は増加.
- 20kmを境に増加傾向が緩くなる.
- Bは今回のデータの特性が反映されている.

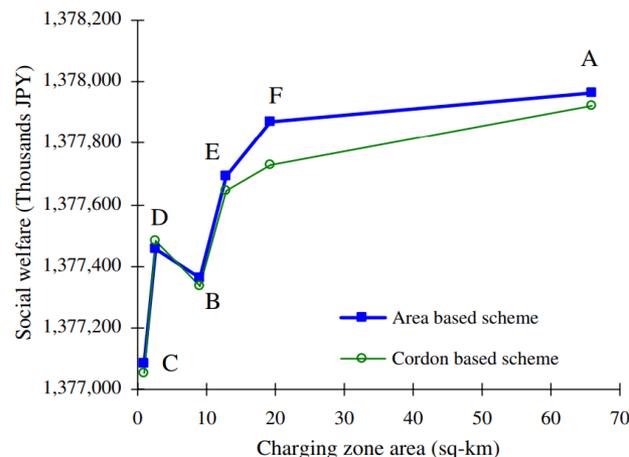


Fig. 8. Area coverage of the charging zone and the optimal scheme benefit.

- 総合需要とゾーンエリアの関係
- エリアベースの時は範囲が広がるほど需要が大きく減少していくことが分かる
- Fig8の説明ができる.

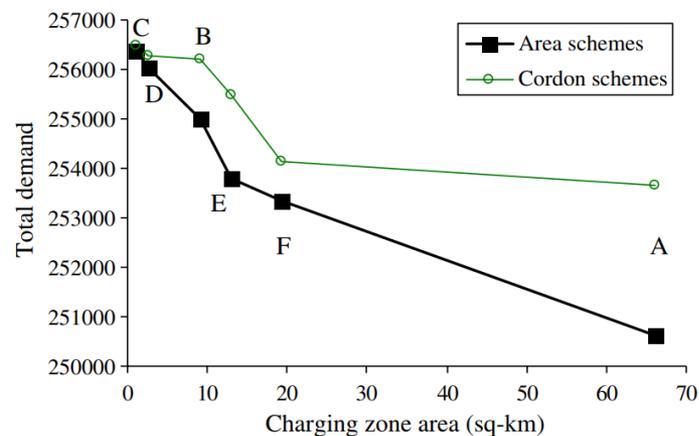


Fig. 9. Average coverage of the charging zone and the total travel demand.

- 対象範囲が広がっていくほど最適な通行税の額は大きくなる
- (これは長いトリップに課税をするようになるため)
- AとFを比較する。
コードン型だとあまり変わらないけどエリア型だと大きく違う。
これはコードン型だと内部の交通には課金されないから。

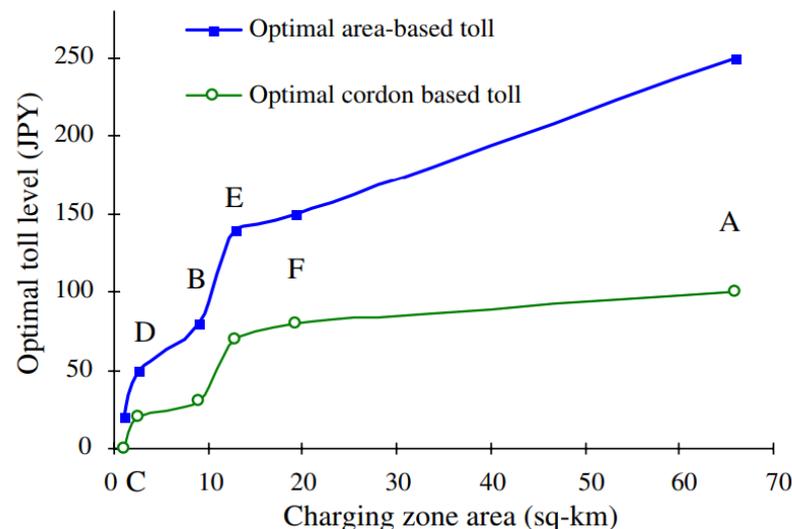


Fig. 10. Area coverage of the charging zone and the optimal toll level.

- エリア型のほうがコードン型よりも2倍最適課税額が大きい。コードンは入って出る，から2回カウントされるので。
ただ，実際にはコードンだと内部の課金はされないのここまで単純ではない。

公平さへの影響

- ジニ係数によって公平性の影響を測る.
- 収益の再分配が行われなかった場合（すべてのトリップチェーンに対して $\rho_h = 0$ ）を考える.
- 課税額が増えるほど不公平になっていく
- コordon型に比べて，エリア型のほうが課税額の増加に対する不公平の増加が小さい

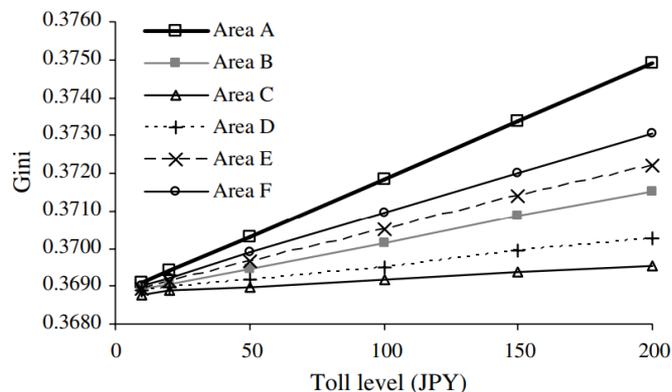


Fig. 11. Gini coefficient level for each area-based charging scheme with different tolls.

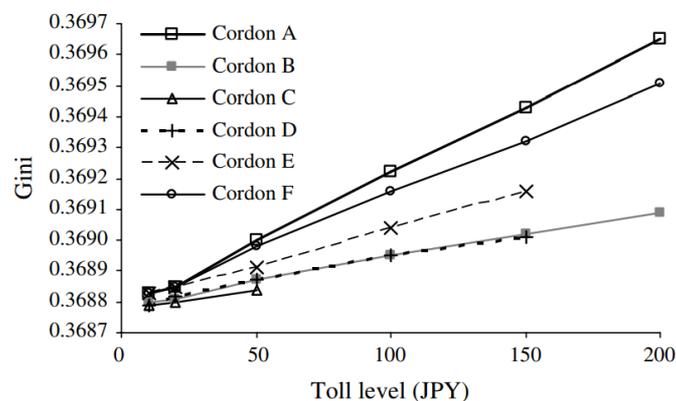


Fig. 12. Gini coefficient level for each cordon-based charging scheme with different tolls.

■ ジニ係数と対象範囲の関係

- エリア型もコードン型も，対象範囲が増えるほどジニ係数が増加し，不公平が増す。
- エリアがひろがるほど課金額の影響を受ける人が多くなるため。
- コードン型の場合，対象範囲内のみの移動には課金されないため，ジニ係数は小さめ。

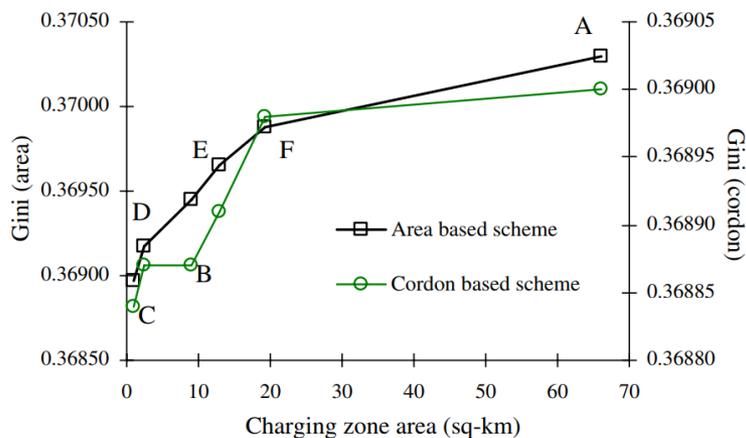


Fig. 13. Relationship between the charging zone coverage area and the Gini coefficients.

結論

- トリップチェーンの均衡を用いた、コードン型とエリア型のロードプライシングを比較した。
- 比較の結果、エリア型のほうがコードン型よりも社会福利の向上が大きいことがわかった。
- 一方、エリア型のほうがコードン型に比べ、不公平性が大きくなる。
- エリア型において、課金対象範囲が増えると、
 - 社会福祉が向上
 - 最適化金額の上昇
 - 交通需要が減少
 - 不公平の上昇
- エリア型は長距離移動に対して選好がある（移動距離によらず、対象範囲に入れば課金されるので）この部分が今後の課題。