Social Interactionのモデル化と均衡解

Lindbeck, A., Weibull, JW.: Altruism and Time Consistency: The Economics of Fait Accompli, Journal of Political Economy, Vol. 96(6), pp.1165-1182, 1988.
Leider, S., Mobius, MM., Rosenblat, T., Do, QA.: Directed altruism and enforced reciprocity in social networks, The Quarterly Journal of Economics, Vol.124(4), pp.1815-1851, 2009.
Brock, WA., Durlauf, SN.: Interactions-based models, National Bureau of Economic Research, Technical working paper No. 258, 2000.
Blume, L., Durlauf, S.: Equilibrium Concepts for Social Interaction Models, mimeo, Cornell University.

理論談話会#2
2015/5/1(金)
D3 浦田　淳司

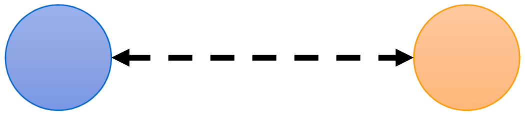
Social Interaction

交換・授受

自分と相手が財(効用)を交換・授受することをインタラクションの生起とする

影響

相手の行動選択が自分の行動選択に影響することをインタラクションの生起とする



利他効用の設定と授受

Lindbeck, A., Weibull, JW.: Altruism and Time Consistency: The Economics of Fait Accompli, Journal of Political Economy, Vol. 96(6), pp.1165-1182, 1988.

消費$\mathbf{c} = \{c_{i1}, c_{i2}, c_{j1}, c_{j2}\}$
個人効用u
利他効用パラメータα
初期資源ω
交換量t

プレイヤーi, j, 第1期,第2期を考える

効用 $U_i(\boldsymbol{c}) = u_i(c_i) + \alpha_i u_j(c_j)$

$$U_j(\boldsymbol{c}) = u_j(c_j) + \alpha_j u_i(c_i)$$

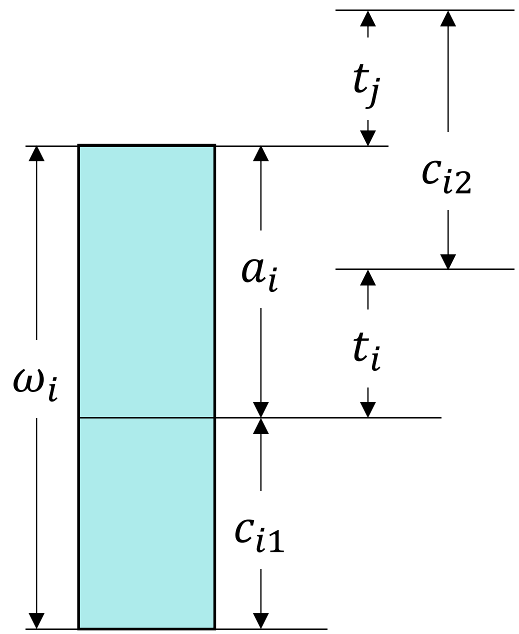
他者の効用も自分の効用

$$u_j(c_j) = u_{j1}(c_{j1}) + u_{j2}(c_{j2})$$

2期目の残資源 $a_i = \omega_i - c_{i1}$

2期目の最初に交換を行う

$$c_{i2} = a_i + t_j - t_i$$



交換・授受による効用最大化

コブダグラス型の効用関数を設定　$u_i(c_i) = \log(c_{i1}) + \log(c_{i2})$

第2期のはじめの財1単位あたりのプレイヤーiにとっての限界効用

$$\frac{\partial U_i}{\partial c_i} = \frac{1}{a_i} \qquad \frac{\partial U_i}{\partial c_j} = \frac{\alpha_i}{a_i}$$

$\frac{\partial U_i}{\partial c_i} < \frac{\partial U_i}{\partial c_j}$のとき，iはjへ財を移転したほうが利得が上がる

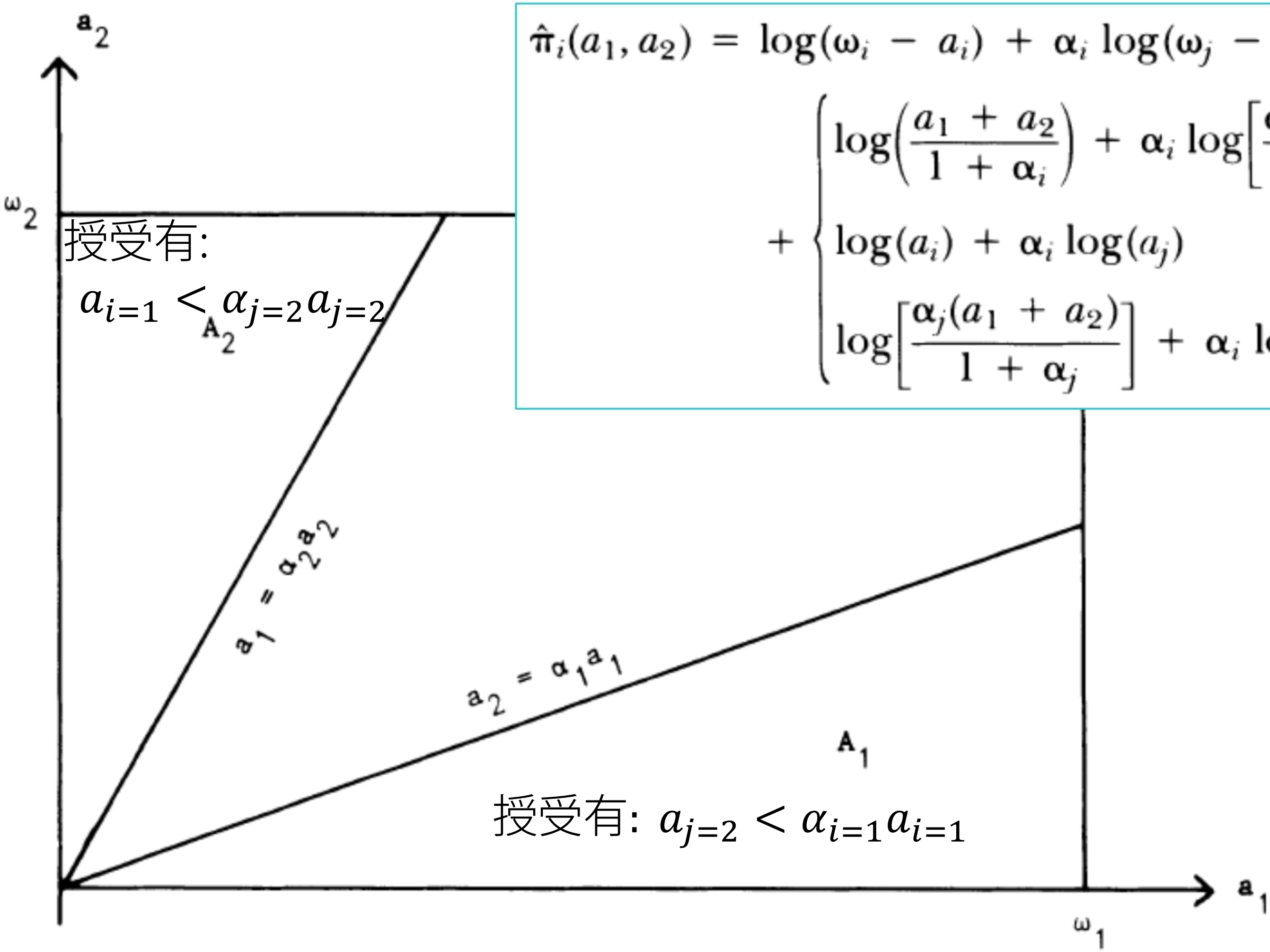
$\Rightarrow a_j < \alpha_i a_i$

$\frac{\partial U_j}{\partial c_j} < \frac{\partial U_j}{\partial c_i}$のとき，jはiへ財を移転したほうが利得が上がる

$\Rightarrow a_i < \alpha_j a_j$

交換・授受による効用最大化

$$\hat{\pi}_i(a_1, a_2) = \log(\omega_i - a_i) + \alpha_i \log(\omega_j - a_j)$$
$$+ \begin{cases} \log\left(\dfrac{a_1 + a_2}{1 + \alpha_i}\right) + \alpha_i \log\left[\dfrac{\alpha_i(a_1 + a_2)}{1 + \alpha_i}\right] & \text{for } \mathbf{a} \in A_i \\ \log(a_i) + \alpha_i \log(a_j) & \text{for } \mathbf{a} \in A_0 \\ \log\left[\dfrac{\alpha_j(a_1 + a_2)}{1 + \alpha_j}\right] + \alpha_i \log\left(\dfrac{a_1 + a_2}{1 + \alpha_j}\right) & \text{for } \mathbf{a} \in A_j \end{cases}$$



- ミクロ経済学的アプローチにより，行動変化の境界を記述
- 初期条件により異なる最適解

利他的効用に基づいた配分(授受)

Leider, S., Mobius, MM., Rosenblat, T., Do, QA.: Directed altruism and enforced reciprocity in social networks, The Quarterly Journal of Economics, Vol.124(4), pp.1815-1851, 2009.

匿名の相手への利他的効用配分x

$$x_{MP} = \alpha Z_{MP} + \gamma_1 D_{MP} + \gamma_M + \epsilon_{MP}$$

個性

MPの社会的距離

MPの属性の組み合わせ

M: 意思決定者
P: 相手
Z_{MP}: MP間の属性の差
D_{MP}: MP間の社会的距離
γ_M: Mの個性
ϵ_{MP}: 誤差項

非匿名の相手への利他的効用配分$\tilde{x}$

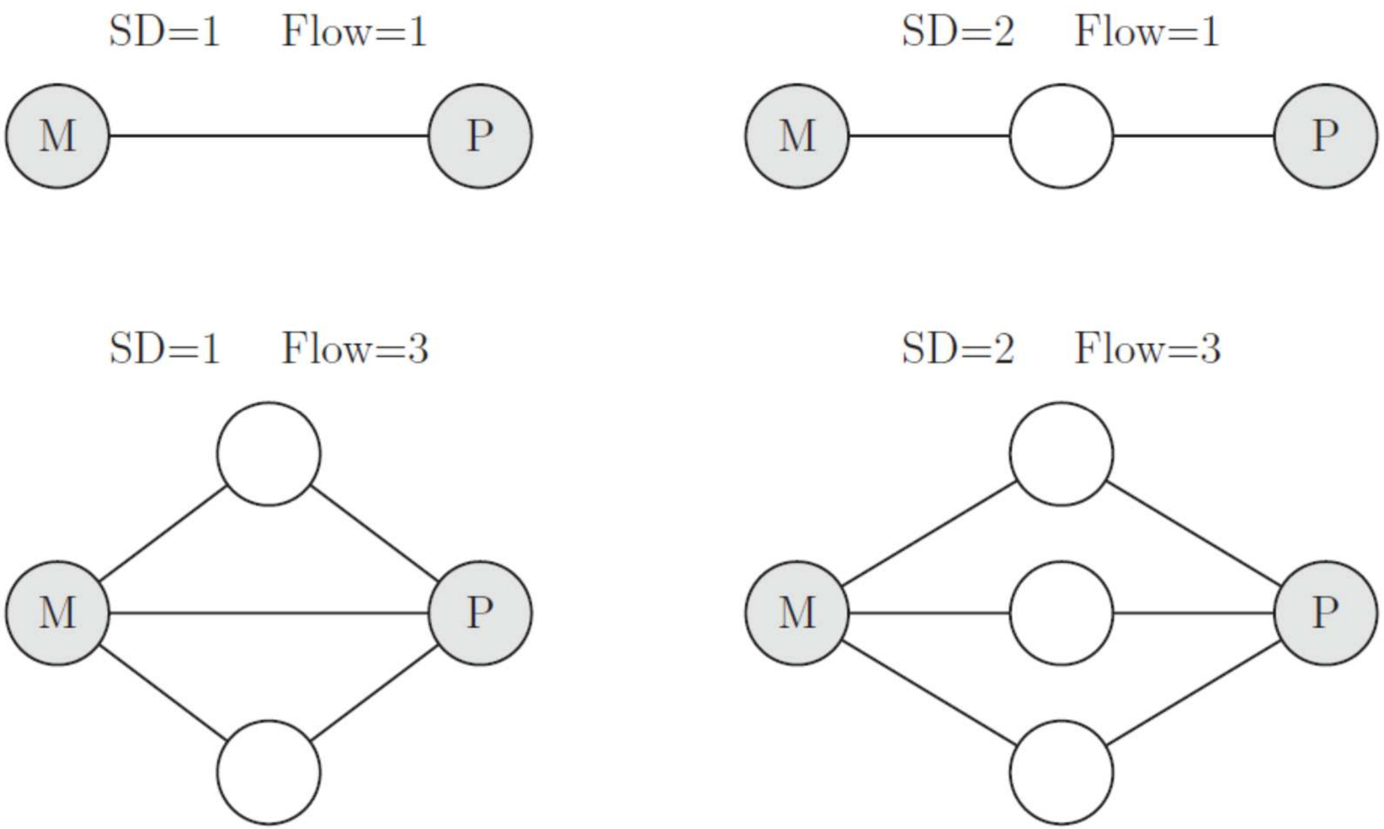
$$\tilde{x}_{MP} = \alpha' Z_{MP} + \gamma_1 V_{MP} + \gamma'_M + \theta x_{MP} + \epsilon_{MP}$$

匿名の場合と比較するための項

MPの社会的距離の精緻化

社会的距離の設定

- 最短距離
- 接続経路数　の2種類を検討



実証実験(Dictator Game)

ハーバード大の2つの寮で実施．806人中569人が参加.
片方向リンクは5690リンク，双方向リンクは2086リンク.

・意思決定者は50tokensを自分または相手に配分する
・1枚のtokenの価値には3つのケースを設定
[1:3] M: 10cents, P: 30cents
[1:1] M: 20cents, P: 20cents
[3:1] M: 30cents, P: 10cents
・社会的距離1, 2, 3, 4以上, ランダム，名無しの6人の相手を抽出
・匿名・非匿名を合わせて，36回の意思決定を行う
・参加費＋稼ぎに応じた金額＋くじ を支払い

実験結果(相手に渡った金額)

	$SD=1$	$SD=2$	$SD=3$	$SD=4$	$SD=5$	Nameless
			Anonymous treatment			
Dictator game	($N=206$)	($N=286$)	($N=312$)	($N=97$)	($N=4$)	($N=193$)
Ex. rate 1:3	19.19	16.80	15.14	12.20	12.50	17.42
	(19.64)	(19.30)	(18.79)	(15.47)	(25.00)	(18.21)
Ex. rate 1:1	11.96	10.79	9.39	8.79	6.25	11.61
	(13.53)	(12.68)	(11.89)	(10.25)	(12.50)	(12.83)
Ex. rate 3:1	8.03	7.28	5.66	6.15	0.00	8.31
	(13.55)	(12.88)	(11.10)	(10.72)	(0.00)	(13.23)
			Nonanonymous treatment			
Dictator game	($N=206$)	($N=288$)	($N=313$)	($N=99$)	($N=4$)	($N=193$)
Ex. rate 1:3	24.32	21.67	19.79	14.80	37.50	19.87
	(18.91)	(18.75)	(18.54)	(15.72)	(25.00)	(18.21)
Ex. rate 1:1	16.33	14.62	13.99	12.16	18.75	13.98
	(12.90)	(12.34)	(12.45)	(10.68)	(12.50)	(12.82)
Ex. rate 3:1	10.52	9.88	9.18	10.15	0.00	9.62
	(13.56)	(13.17)	(13.18)	(12.77)	(0.00)	(13.80)

( )内は標準偏差

- 社会的距離が近い相手ほど金額大きい
- 非匿名のほうが金額大きい

パラメータ推定結果(回帰モデル)

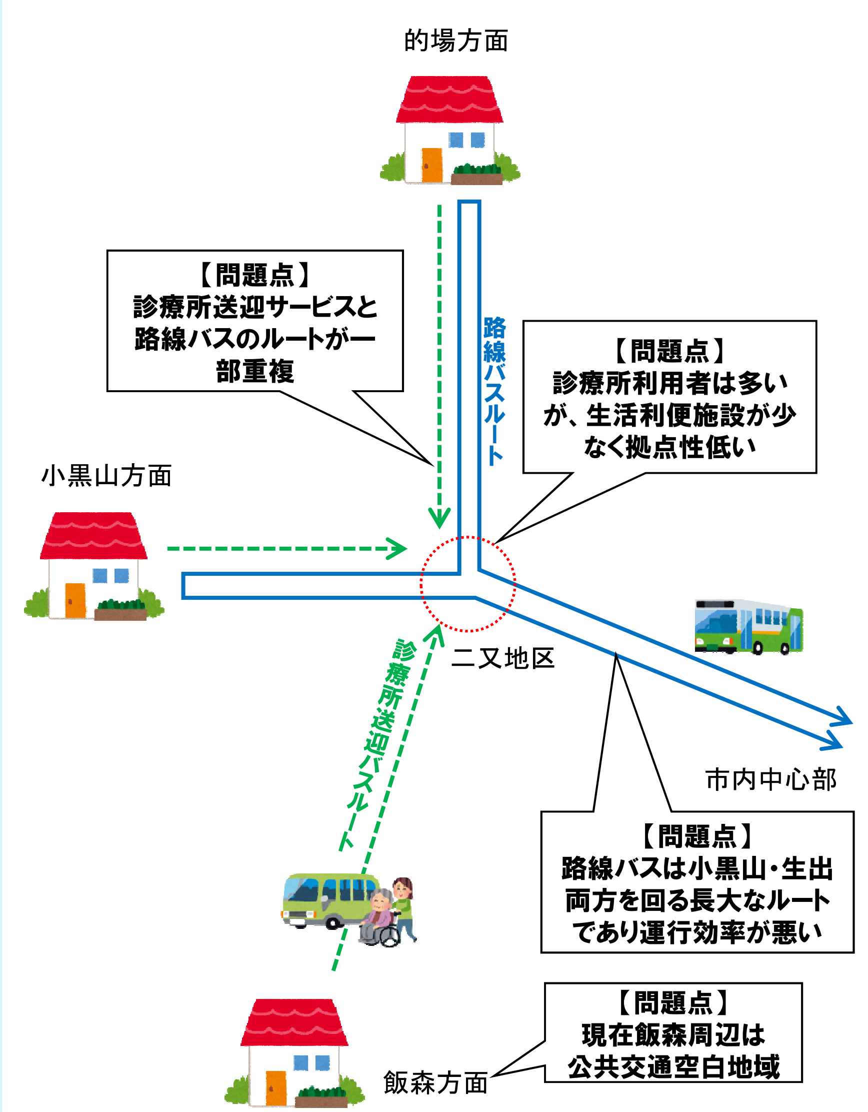
	Dictator 1:3			Dictator 1:1			Dictator 3:1		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Anonymous action	0.822	0.81	0.814	0.508	0.511	0.508	0.874	0.874	0.874
	(0.047)**	(0.048)**	(0.048)**	(0.05)**	(0.05)**	(0.051)**	(0.064)**	(0.063)**	(0.064)**
*SD*1	4.184		1.373	2.470		2.498	−0.555		2.815
	(1.381)**		(2.675)	(1.175)*		(2.168)	(1.556)		(3.018)
*SD*2	3.196		1.591	1.445		1.461	0.689		2.604
	(1.346)*		(1.876)	(1.141)		(1.540)	(1.503)		(2.100)
*SD*3	0.513		0.451	1.030		1.031	−0.208		−0.148
	(1.335)		(1.334)	(1.131)		(1.132)	(1.487)		(1.486)
Network flow		0.323	0.234		0.115	−0.002		−0.048	−0.278
		(0.073)**	(0.191)		(0.061)†	(0.152)		(0.082)	(0.214)
Pass to nameless (DM)	0.544	0.549	0.547	0.193	0.192	0.193	−0.038	−0.037	−0.036
	(0.08)**	(0.08)**	(0.08)**	(0.055)**	(0.055)**	(0.055)**	(0.074)	(0.073)	(0.074)
Pass to nameless (P)									
Decision maker is junior	−1.701	−1.611	−1.651	−5.070	−4.945	−5.071	−7.616	−7.665	−7.745
	(3.481)	(3.479)	(3.480)	(2.641)†	(2.634)†	(2.641)†	(3.503)*	(3.489)*	(3.503)*
Decision maker is senior	−0.957	−0.878	−0.936	−5.214	−5.129	−5.214	−4.262	−4.239	−4.328
	(3.239)	(3.237)	(3.237)	(2.462)*	(2.457)*	(2.462)*	(3.221)	(3.209)	(3.220)
Partner is junior	1.712	1.615	1.645	−0.758	−0.814	−0.757	0.33	0.366	0.391
	(1.058)	(1.054)	(1.058)	(0.891)	(0.891)	(0.891)	(1.204)	(1.200)	(1.203)

**: 1%有意，*: 5%有意，†: 10%有意

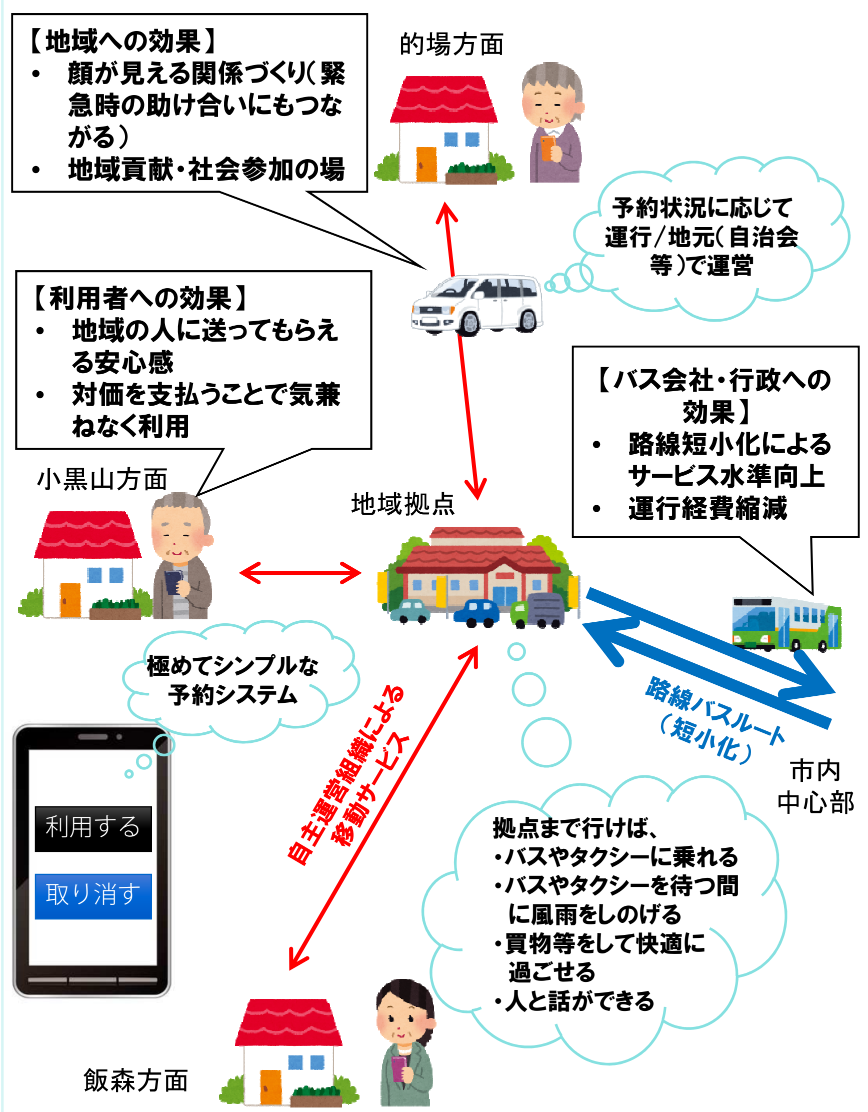
- SD1のほうが金額が大きい
- network flowでも代替可能
- 匿名がベース，juniorは出さない，匿名の相手には少し出す

陸前高田公共交通サービスイメージ

現況



サービス導入後



吉野さん資料より

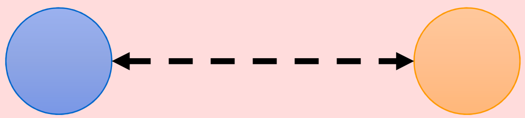
Social Interaction

交換・授受

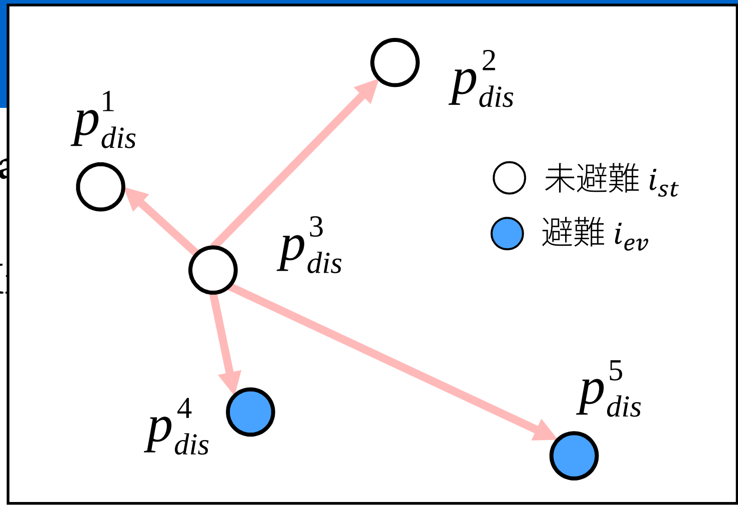
自分と相手が財(効用)を交換・授受することをインタラクションの生起とする

影響

相手の行動選択が自分の行動選択に影響することをインタラクションの生起とする



他者の行動選択の影響



Brock, WA., Durlauf, SN.: Interactions-based models, Na
Research, Technical working paper No. 258, 2000.
Blume, L., Durlauf, S.: Equilibrium Concepts for Social I
University.

二肢選択モデル

$$\mu(\varepsilon_i(-1) - \varepsilon_i(1) \leq z) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_i z)}$$

他者の行動選択の影響を考慮

$$\max_{\omega_i \in \{-1,1\}} V(\omega_i, Z_i, \mu_i(\omega_{-i}), \varepsilon_i(\omega_i))$$

ω_i: 選択肢
Z_i: 属性
$\mu_i(\omega_{-i})$: 他者の選択
$\varepsilon_i(\omega_i)$: 誤差項

$$V\big(\omega_i, Z_i, \mu_i(\omega_{-i}), \varepsilon_i(\omega_i)\big) = \underbrace{u(\omega_i, Z_i)}_{\text{個人効用}} + \underbrace{S\big(\omega_i, Z_i, \mu_i(\omega_{-i})\big)}_{\text{社会効用}} + \varepsilon_i(\omega_i)$$

効用関数の設定

個人効用の設定

$$u(\omega_i, Z_i) = h_i\omega_i + k_i$$

$$\left[\begin{array}{l} u(1, Z_i) = h_i + k_i \\ u(-1, Z_i) = -h_i + k_i \end{array}\right.$$

h_i, k_i: 効用関数
J_{ij}: 重み

社会効用の設定

$$S\big(\omega_i, Z_i, \mu_i(\omega_{-i})\big) = -E_i \sum_{j \neq i} \frac{J_{i,j}}{2} \left(\omega_i - \omega_j\right)^2 = \sum_{j \neq i} J_{i,j} \left(\omega_i E_i\left(\omega_j\right) - 1\right)$$

選択確率の導出

$$\mu\left(\omega_i | Z_i, \mu_i(\omega_{-i})\right)$$
$$= \mu\left(V\left(\omega_i, Z_i, \mu_i(\omega_{-i}), \varepsilon_i(\omega_i)\right) > V\left(-\omega_i, Z_i, \mu_i(\omega_{-i}), \varepsilon_i(-\omega_i)\right)\right)$$
$$= \mu\begin{pmatrix} h_i\omega_i + \sum_{j\neq i} J_{i,j}\,\omega_i E_i\left(\omega_j\right) + \varepsilon_i(\omega_i) > \\ -h_i\omega_i - \sum_{j\neq i} J_{i,j}\,\omega_i E_i\left(\omega_j\right) + \varepsilon_i(-\omega_i) \end{pmatrix}$$

誤差項にガンベル分布を仮定

$$\mu\left(\omega_i | Z_i, \mu_i(\omega_{-i})\right)$$
$$= \frac{\exp\left(\beta_i h_i \omega_i + \beta_i \omega_i \sum_{j\neq i} J_{i,j}\, E_i\left(\omega_j\right)\right)}{\sum_{\omega_i \in \{1,-1\}} \exp\left(\beta_i h_i \omega_i + \beta_i \omega_i \sum_{j\neq i} J_{i,j}\, E_i\left(\omega_j\right)\right)}$$

期待値の算出

$$E(\omega_i) = 1 \cdot \mu\big(1 | Z_i, \mu_i(\omega_{-i})\big) + -1 \cdot \mu\big(-1 | Z_i, \mu_i(\omega_{-i})\big)$$

$$= \frac{\exp\left(\beta_i h_i + \beta_i \sum_{j \neq i} J_{i,j}\, E_i(\omega_j)\right) - \exp\left(-\beta_i h_i - \beta_i \sum_{j \neq i} J_{i,j}\, E_i(\omega_j)\right)}{\exp\left(\beta_i h_i + \beta_i \sum_{j \neq i} J_{i,j}\, E_i(\omega_j)\right) + \exp\left(-\beta_i h_i - \beta_i \sum_{j \neq i} J_{i,j}\, E_i(\omega_j)\right)}$$

双曲線関数

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

⬇

$$E(\omega_i) =$$
$$\tanh\left(\beta_i h_i + \beta_i \sum_{j \neq i} J_{i,j}\, E_i(\omega_j)\right)$$

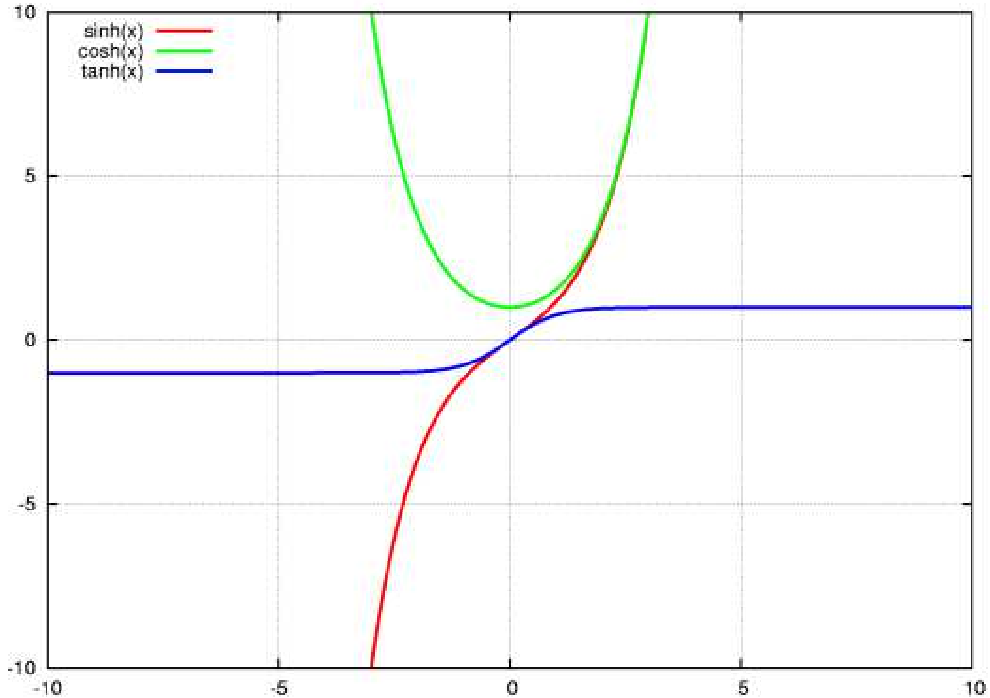


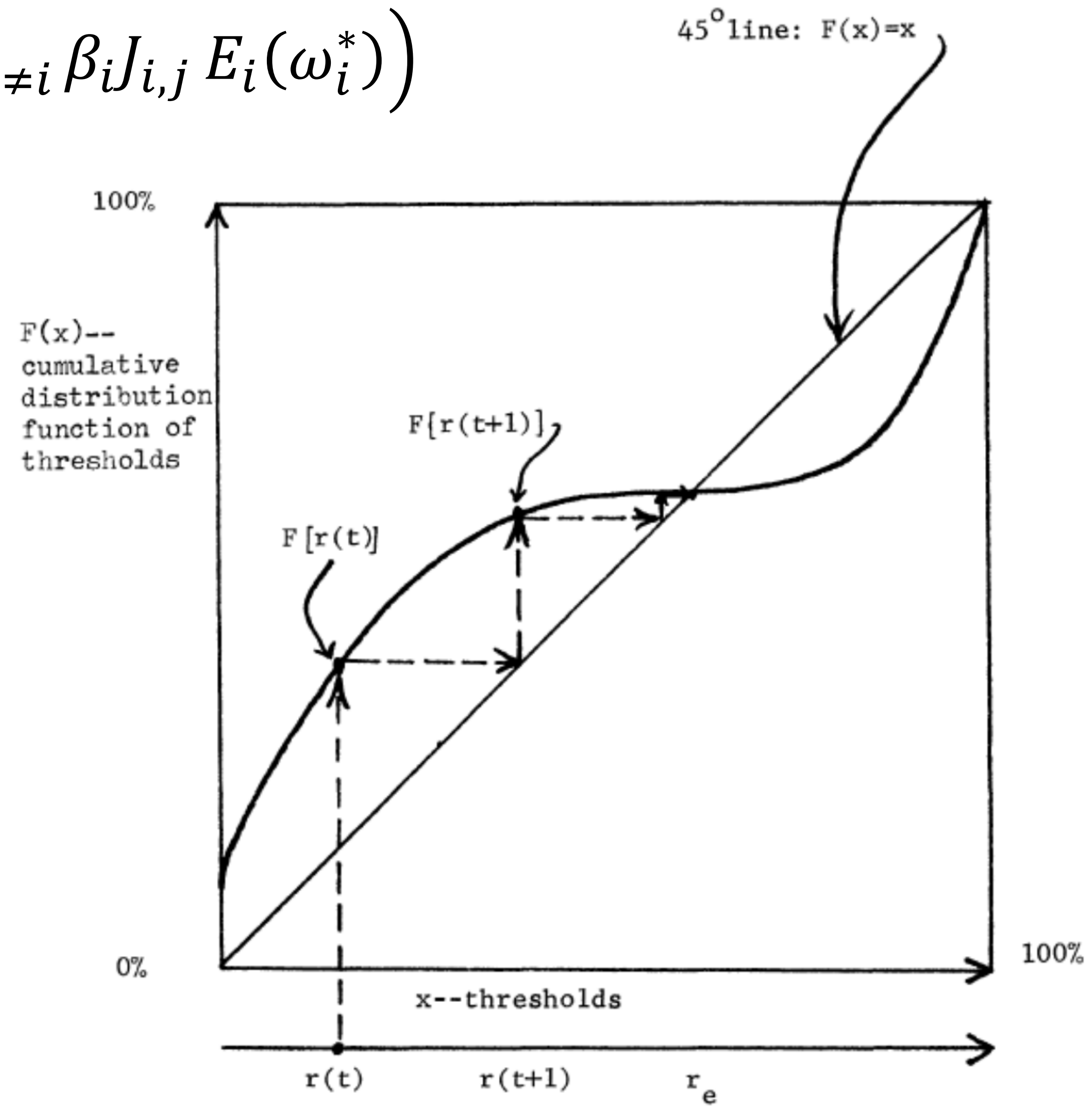
図:http://ja.wikipedia.org/wiki/%E5%8F%8C%E6%9B%B2%E7%B7%9A%E9%96%A2%E6%95%B0#/media/File:Sinh_cosh_tanh.png

均衡解の特定

$$E(\omega_i^*) = \tanh\left(\beta_i h_i + \sum_{j\neq i} \beta_i J_{i,j}\, E_i(\omega_i^*)\right)$$

iをとると

全員の
平均選択結果 ＝選択確率



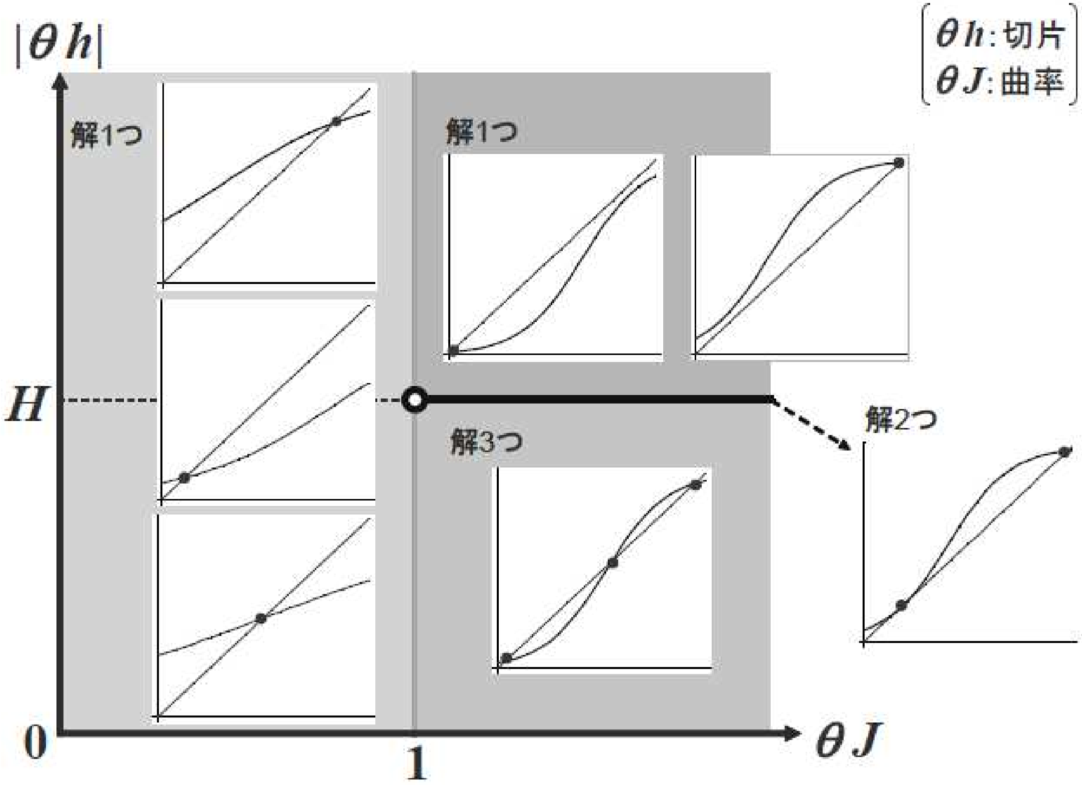
図：Granovetter, M. (1978) Threshold Models of Collective Behavior, American Journal of Sociology, Vol. 83(6), pp. 1420-1443

解の数の分類

$$m = \tanh\left(\beta h + \sum_{j\neq i} \beta J\, m\right)$$

1. β J > 1 and h = 0 は解3つ (m=0, m=∓m(β J))
2. β J > 1 and h≠0 and J > 0 である H(β, J)(>0)が存在し，
   (a) |β h| < H は解3つ
   (b) |β h| > H は解1つ
   (c) |β h| = H は解2つ
3. β J ≦ 1 は解1つ (m=0)

解が一つでない場合あり
初期状態が重要



図：福田大輔(2004)社会的相互作用が交通行動に及ぼす影響のミクロ計量分析，東京大学博士論文

動的過程における変化

前期の選択結果

時間軸上での選択の変化を考える

$$\mu(\omega_{it+}=1|\omega_t)=\frac{\exp\left(\beta_i h_i+\beta_i\sum_{j\neq i}J_{i,j}\,E_i\left(\omega_{jt}\right)\right)}{\sum_{\omega_i\in\{1,-1\}}\exp\left(\beta_i h_i+\beta_i\omega_{it+}\sum_{j\neq i}J_{i,j}\,E_i\left(\omega_{jt}\right)\right)}$$

Iを全体人数かつパラメータは全員同じとして

$$\mu(\omega_{it+}=1|\omega_t)=\frac{\exp\left(\beta h+\beta\frac{J}{I-1}\sum_{j\neq i}\omega_{jt}\right)}{\sum_{\omega_{it+}\in\{1,-1\}}\exp\left(\beta h+\beta\omega_{it+}\frac{J}{I-1}\sum_{j\neq i}\omega_{jt}\right)}$$

$S=\sum_{j\neq i}\omega_{jt}$ の増減速度　　　($S/I=m$ とおく)

増加速度　$$\lambda_S^{I}=\frac{I-S}{2}\mu(\omega_{it+}=1|\omega_t)=\frac{I}{2}(1-m)\frac{\exp(g(\Delta m))}{1+\exp(g(\Delta m))}$$

減少速度　$$\nu_S^{I}=\frac{I+S}{2}\mu(\omega_{it+}=-1|\omega_t)=\frac{I}{2}(1+m)\frac{1}{1+\exp(g(\Delta m))}$$

動的過程における変化

増減速度の釣りあいの式

$$\lambda_{\mathrm{S}}^{\mathrm{I}} - \nu_{\mathrm{S}}^{\mathrm{I}} = \frac{I}{2}(1-m)\frac{\exp\left(g(\Delta m)\right)}{1+\exp\left(g(\Delta m)\right)} - \frac{I}{2}(1+m)\frac{1}{1+\exp\left(g(\Delta m)\right)}$$

$$= \frac{I}{2}\frac{(1-m)\exp\left(g(\Delta m)\right)-(1+m)}{1+\exp\left(g(\Delta m)\right)}$$

分母分子に
$\exp(-g(\Delta m)/2)$をかけて

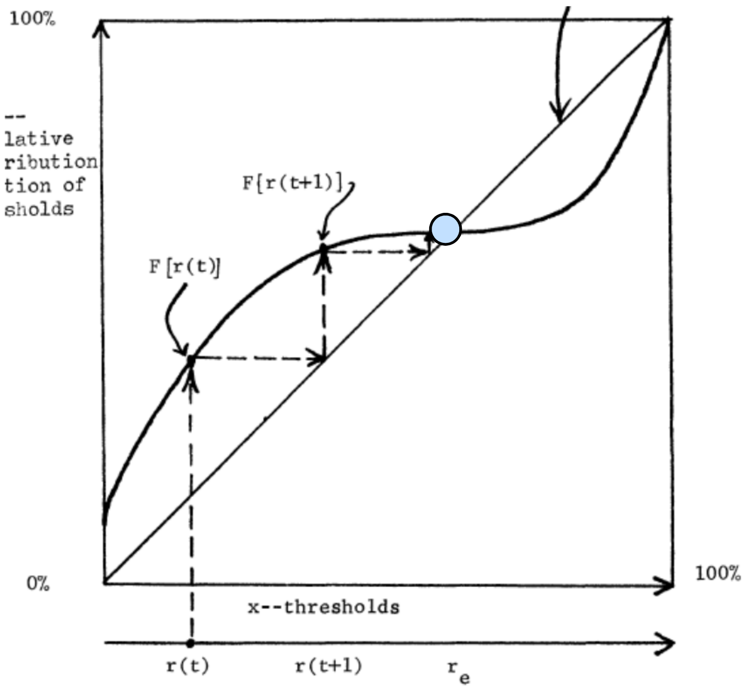
$$= \frac{I}{2}\frac{(1-m)\exp\left(\frac{1}{2}g(\Delta m)\right)-(1+m)\exp\left(-\frac{1}{2}g(\Delta m)\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}g(\Delta m)\right)+\exp\left(\frac{1}{2}g(\Delta m)\right)}$$

$$= \frac{I}{2}\left(tanh\left(\frac{1}{2}g(\Delta m)\right) - m\right)$$

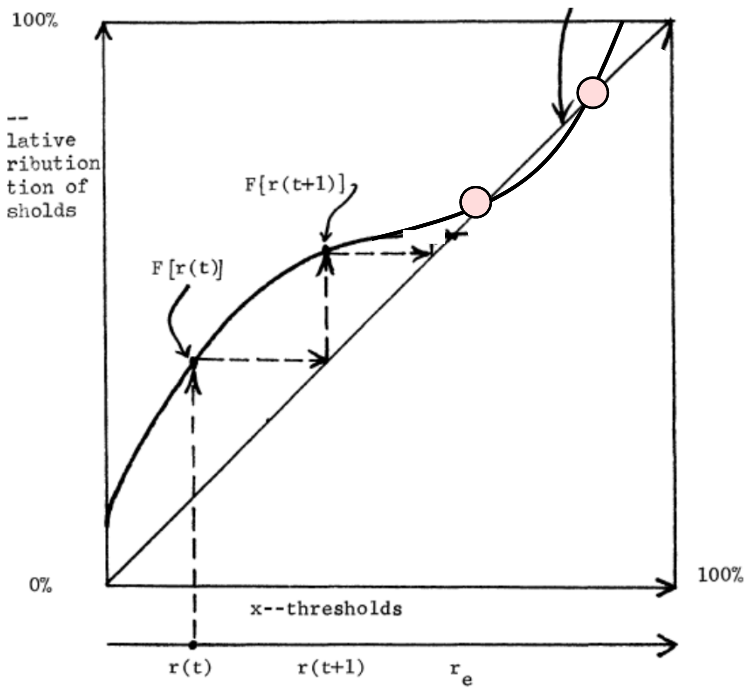
⇒増減速度が等しい時に均衡

今後の予定

t-1期：前期の状態



t期：解の個数



ご清聴ありがとうございました.