行動モデルの基礎理論

愛媛大学
倉内慎也
kurauchi@cee.ehime-u.ac.jp

プレゼンの概要

行動モデル≒行動の背後に潜む選択意思決定のモデル

代表的な意思決定モデル

- ランダム効用最大化（RUM: Random Utility Maximization）モデル
- ランダム後悔最小化（RRM: Random Regret Minimization）モデル
- 満足化（Satisficing）モデル

合理的選択と効用最大化

合理的選択

再帰性/完全性：*{車, 鉄道}* → *(車≧鉄道)*and/or*(鉄道≧車)*

推移性：*(車＞バス)&(バス＞鉄道)*⇔*(車＞鉄道)*

複数の選択肢を選好(望ましさ)の順に並べることができる

例) {A,B,C,D,E}

(A>B), (B>C), (C>D), (D<E), (C>E)

(A>B>C>E>D)

再帰性/完全性

推移性

連続性

効用最大化：「人は最大の効用を与える選択肢を選ぶ」

Aさん：車を選択⇔U(車)＞U(バス), U(鉄道)

ランダム効用

<u>効用を構成する要因</u>　(例)交通手段選択

- **代替案の属性**：料金，所要時間，乗換え回数etc.
- **個人属性**：性別，年齢，免許の有無etc.
- **トリップ属性**：トリップ目的，時間帯etc.

$$
\begin{aligned}
U(car) &= \boxed{\beta_1 + \beta_3 * time_{car} + \beta_4 * \cos t_{car} + \beta_5 * carown} + \varepsilon_{car} \\
U(bus) &= \beta_2 + \beta_3 * time_{bus} + \beta_4 * \cos t_{bus} + \beta_6 * age60 + \varepsilon_{bus} \\
U(rail) &= \beta_3 * time_{rail} + \beta_4 * \cos t_{rail} + \varepsilon_{rail}
\end{aligned}
$$

確定項(V)　　誤差項

<u>分析者にとって意思決定者のもつ真の効用は不明</u>

→ランダム(誤差)項を用いて効用を確率的に表す

ランダム効用(2)

<u>誤差項に含まれるもの</u>

- 非観測属性:快適性,移動の自由度etc.
- 測定誤差:駅までのアクセス時間etc.
- 情報の不完全性:認知所要時間と実際の所要時間のずれetc.
- Instrumental (proxy) variables:「快適性」の代わりに「座席数」を代理変数として用いたときの差異etc.
- 異質性:所要時間や費用の重み(効用パラメータ)の個人差etc.
- 効用最大化以外の意思決定ルールによる影響:所要時間や費用の重み(効用パラメータ)の個人差etc.

誤差項の分布とモデル(1)

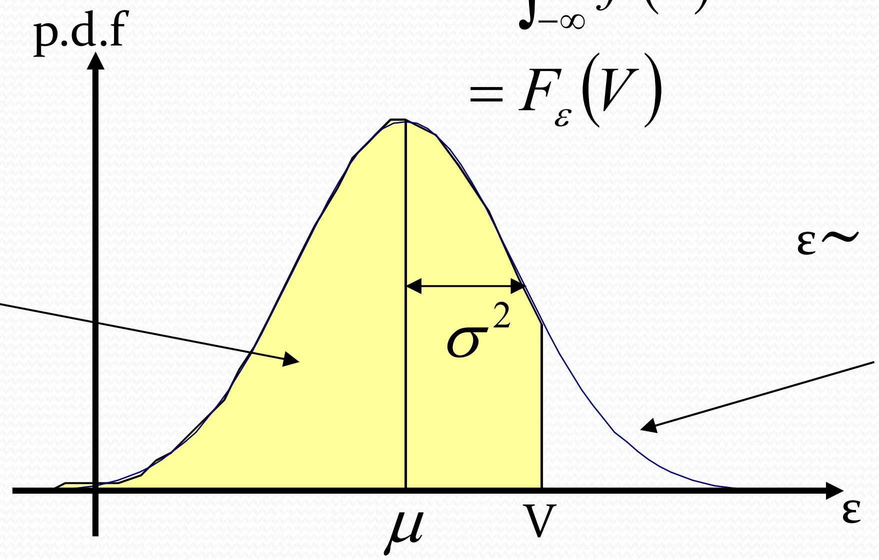
$$U(car) = V_{car} + \varepsilon_{car}$$
$$U(rail) = V_{rail} + \varepsilon_{rail}$$

　誤差項は確率的に変動
→分析者から見て効用が最大となる選択肢は確率的
→**分析者から見た意思決定者の選択行動は確率的**

$$\begin{aligned} choice = car &\Leftrightarrow U(car) > U(rail) \\ &\Leftrightarrow V_{car} + \varepsilon_{car} > V_{rail} + \varepsilon_{rail} \\ &\Leftrightarrow \varepsilon_{rail} - \varepsilon_{car} < V_{car} - V_{rail} \\ &\Leftrightarrow \varepsilon < V \end{aligned}$$

誤差項の分布とモデル(2)

$$\Pr ob(choice = car) = \Pr ob(\varepsilon < V)$$
$$= \int_{-\infty}^{V} f(\varepsilon) d\varepsilon$$
$$= F_{\varepsilon}(V)$$



$F_{\varepsilon}(V)$ 累積分布関数

ε～ $N(\mu, \sigma^2)$

$f(\varepsilon)$ 確率密度関数

選択確率はεとVに依存

多項ロジットモデルと多項プロビットモデル

$$U_i = V_i + \varepsilon_i$$

多項ロジットモデル

- 誤差項にi.i.d.ガンベルを仮定
- closed-formであるため計算が容易
- 便益計算が簡便

$$P(i) = \frac{\exp(\mu V_i)}{\sum_{j \in C} \exp(\mu V_j)}$$

多項プロビットモデル

- 誤差項に多変量正規分布を仮定
- 中心極限定理より誤差項の仮定は尤もらしい
- open-formであるため計算負荷が大きい（J-1重積分）

$$P(i) = \int_{\varepsilon_1=-\infty}^{\varepsilon_i+V_i-\varepsilon_1} \cdots \int_{\varepsilon_i=-\infty}^{\infty} \cdots \int_{\varepsilon_J=-\infty}^{\varepsilon_i+V_i-\varepsilon_J} \phi(\varepsilon) d\varepsilon_J \cdots d\varepsilon_1$$

$$\phi(\varepsilon) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{J-1} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \varepsilon \Sigma^{-1} \varepsilon'\right)$$

ミックストロジット(MXL)モデル（1）

プロビットモデルの柔軟な誤差構造

$$U_{car} = \beta X_{car} + \eta_{car} + \nu_{car}$$
$$U_{bus} = \beta X_{bus} + \eta_{bus} + \nu_{bus}$$
$$U_{rail} = \beta X_{rail} + \eta_{rail} + \nu_{rail}$$

ε

ロジットモデルの操作性

プロビットタイプのフレキシブルな誤差項

IIDガンベル分布

$$\varepsilon = \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_{car}^2 & \sigma_{car,bus} & \sigma_{car,rail} \\ \sigma_{car,bus} & \sigma_{bus}^2 & \sigma_{bus,rail} \\ \sigma_{car,rail} & \sigma_{bus,rail} & \sigma_{rail}^2 \end{bmatrix}}_{\eta} + \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}}_{\nu}$$

ミックストロジット(MMNL)モデル（2）

$$U_{car} = \beta X_{car} + \eta_{car} + \nu_{car}$$
$$U_{bus} = \beta X_{bus} + \eta_{bus} + \nu_{bus}$$
$$U_{rail} = \beta X_{rail} + \eta_{rail} + \nu_{rail}$$

ロジットモデルの操作性

IIDガンベル分布

$$\Lambda(car|\eta) = \frac{e^{\beta X_{car} + \eta_{car}}}{e^{\beta X_{car} + \eta_{car}} + e^{\beta X_{bus} + \eta_{bus}} + e^{\beta X_{rail} + \eta_{rail}}}$$

$$P(car) = \iiint_{\eta} \Lambda(car|\eta) f(\eta) d\eta$$

ηは*unknown*

ミックストロジット(MXL)モデル(3)

$$P(car) = \iiint_{\eta} \Lambda(car|\eta) f(\eta) d\eta$$

open-form→どうやって推定？

シミュレーション法

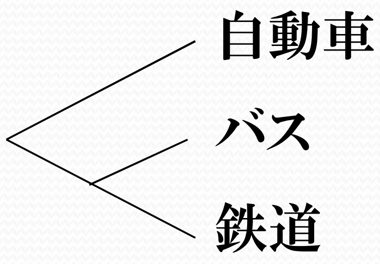
$$\hat{P}(car) = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^{D} \frac{e^{\beta X_{car} + \eta_{car}^{d}}}{e^{\beta X_{car} + \eta_{car}^{d}} + e^{\beta X_{bus} + \eta_{bus}^{d}} + e^{\beta X_{rail} + \eta_{rail}^{d}}}$$

Step1: 分布f(η)に従う乱数ηを発生
Step2: それを用いて選択確率を計算
Step3: これをD回繰り返し選択確率の平均値を計算
Step4: それを尤度として最尤推定法により未知パラメータを推定

ミックストロジット(MXL)モデル(4)

Nested

$$
\begin{aligned}
U_{car} &= \beta X_{car} + \nu_{car} \\
U_{bus} &= \beta X_{bus} + \sigma_{transit}\eta_{transit} + \nu_{bus} \\
U_{rail} &= \beta X_{rail} + \sigma_{transit}\eta_{transit} + \nu_{rail}
\end{aligned}
$$



$$
\eta_{transit} \sim N(0,1)
$$

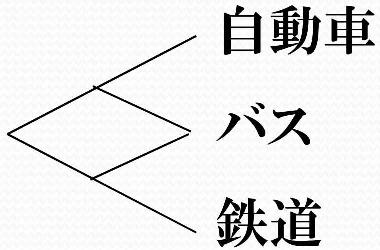
$$
\begin{array}{ccccc}
\eta & & \nu & & \varepsilon \\
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2_{transit} & \sigma^2_{transit} \\ 0 & \sigma^2_{transit} & \sigma^2_{transit} \end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 + \sigma^2_{transit} & \sigma^2_{transit} \\ 0 & \sigma^2_{transit} & \sigma^2 + \sigma^2_{transit} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

NLモデルとは違う!!

ミックストロジット(MXL)モデル（5）

Cross-Nested

$$
\begin{aligned}
U_{car} &= \beta X_{car} && && + \sigma_{road}\eta_{road} + \nu_{car} \\
U_{bus} &= \beta X_{bus} && + \sigma_{transit}\eta_{transit} && + \sigma_{road}\eta_{road} + \nu_{bus} \\
U_{rail} &= \beta X_{rail} && + \sigma_{transit}\eta_{transit} && + \nu_{rail}
\end{aligned}
$$



$$\eta_{transit}, \eta_{road} \sim N(0,1)$$

$$
\begin{array}{ccccc}
\eta & & \nu & & \varepsilon \\
\begin{bmatrix} \sigma^2_{road} & \sigma^2_{road} & 0 \\ \sigma^2_{road} & \sigma^2_{transit} + \sigma^2_{road} & \sigma^2_{transit} \\ 0 & \sigma^2_{transit} & \sigma^2_{transit} \end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \sigma^2 + \sigma^2_{road} & \sigma^2_{road} & 0 \\ \sigma^2_{road} & \sigma^2 + \sigma^2_{transit} + \sigma^2_{road} & \sigma^2_{transit} \\ 0 & \sigma^2_{transit} & \sigma^2 + \sigma^2_{transit} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

CNLモデルとは違う!!

RUMモデルの利点と欠点

利点

- 様々な拡張/改良がなされ非常に操作性が高い
  - 未知パラメータを含み，観測データにあうようにモデル推定
- 利用者便益の計測が容易

欠点（批判）

- 行動論的に非現実的
  - 多くの認知資源を必要とする
  - RUMから系統的に逸脱した行動をとる

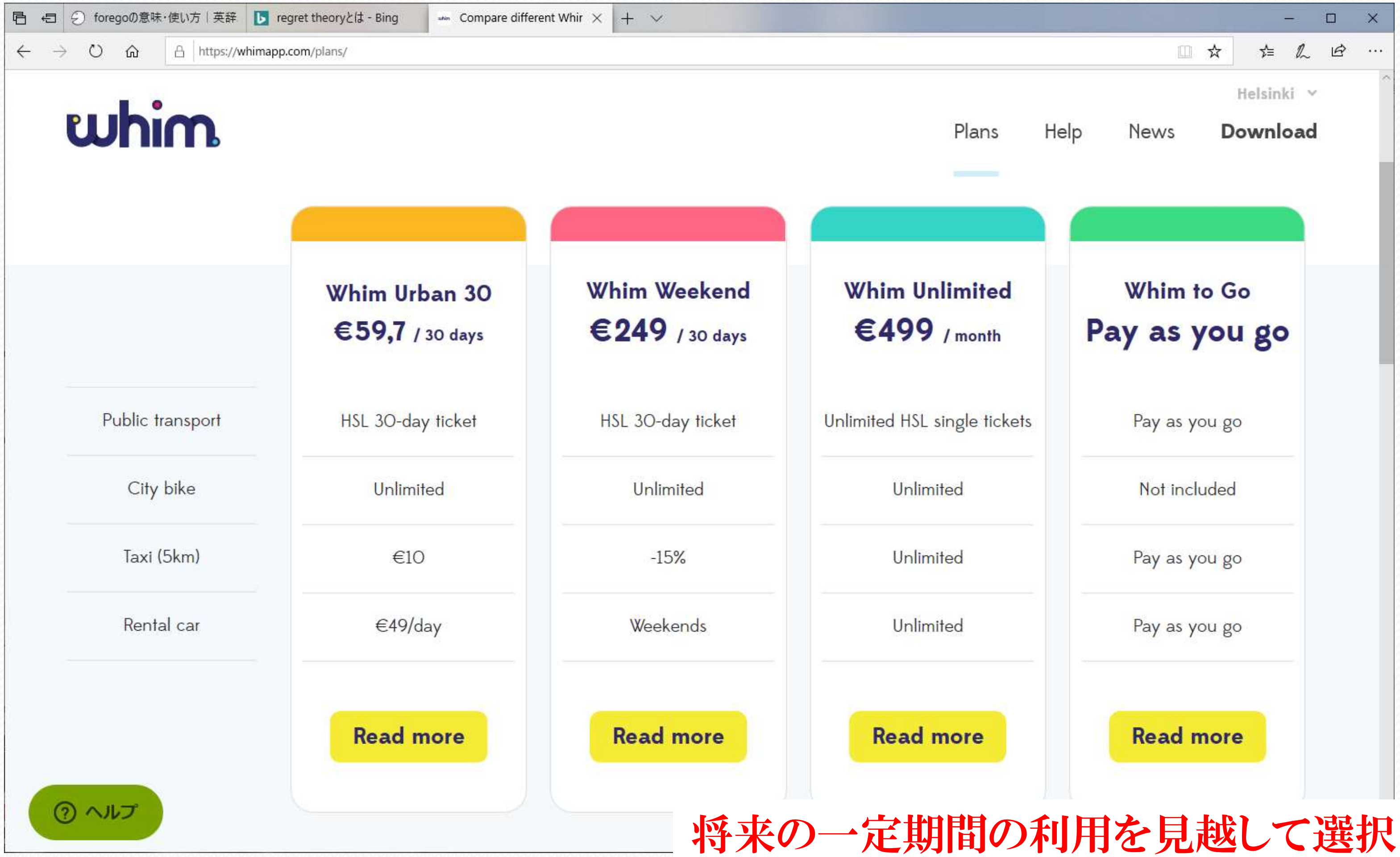
擁護論

- 人間は長期的には合理的（RUMに近い選択を行う）
- 規範モデルとしてベンチマークになり得る

各種予約サイト

選択肢が膨大
選択結果によって需要が異なる

MaaS



	Whim Urban 30 €59,7 / 30 days	Whim Weekend €249 / 30 days	Whim Unlimited €499 / month	Whim to Go Pay as you go
Public transport	HSL 30-day ticket	HSL 30-day ticket	Unlimited HSL single tickets	Pay as you go
City bike	Unlimited	Unlimited	Unlimited	Not included
Taxi (5km)	€10	-15%	Unlimited	Pay as you go
Rental car	€49/day	Weekends	Unlimited	Pay as you go

将来の一定期間の利用を見越して選択
対象期間や賦課方式も異なる

Regret理論

（Bell (1982), Fishburn (1982), Loomes & Sugden (1982)）

- 人は実際に選択した行動の結果と，それ以外の行動をとった場合に起こりえた結果を比較するとき後悔を感じる（Kahneman & Miller, 1986）
- 後悔感情を予期し，それを回避しようとする決定を行う
- リスク下での意思決定でしばしば観測される行動原理
- 二肢選択の例：選択肢i, jからiを選択

状態sの生起確率

$$\sum_{s \in S} \left[\boxed{p(s)} \cdot \boxed{R_{ij}(s)} \right] > 0$$

選択肢jに対する選択肢iの嬉しさ（rejoice） $R_{ij}(s) > 0$

後悔（regret） $R_{ij}(s) < 0$

ランダム後悔最小化（RRM; Random Regret Minimazation）モデル（Chorus et al., 2008）

- **確実性下での意思決定の例**

	i	j	k
所要時間t	t_i	t_j	t_k
費用c	c_i	c_j	c_k

- **仮定1**
  - **当該選択肢からみて後悔が最も大きい選択肢のみ考慮**

$$R_i = \max\left(R_{ij}, R_{ik}\right)$$
$$R_j = \max\left(R_{ji}, R_{jk}\right)$$
$$R_k = \max\left(R_{ki}, R_{kj}\right)$$

ランダム後悔最小化（RRM; Random Regret Minimazation）モデル（Chorus et al., 2008）

- 確実性下での意思決定の例

	i	j	k
所要時間t	t_i	t_j	t_k
費用c	c_i	c_j	c_k

- 仮定2
  - 後悔（regret）のみを考慮：嬉しさ（rejoice）は無視

$$R_{ij} = \varphi_t\left(t_i, t_j\right) + \varphi_c\left(c_i, c_j\right)$$

$$R_{ij} = \max\left[0, \underset{\ominus}{\beta_t}\left(t_j - t_i\right)\right] + \max\left[0, \underset{\ominus}{\beta_c}\left(c_j - c_i\right)\right]$$

ランダム後悔最小化（RRM; Random Regret Minimazation）モデル（Chorus et al., 2008）

- **確実性下での意思決定の例**

	i	j	k
所要時間t	t_i	t_j	t_k
費用c	c_i	c_j	c_k

- **仮定3**
  - 後悔には分析者が観測できない誤差項が含まれる

$$RR_i = R_i + \boxed{\varepsilon_i}$$
$$RR_j = R_j + \boxed{\varepsilon_j}$$
$$RR_k = R_k + \boxed{\varepsilon_k}$$

i.i.d
ガンベル

$$P(i) = \frac{\exp(-R_i)}{\exp(-R_i) + \exp(-R_j) + \exp(-R_k)}$$

ランダム後悔最小化（RRM; Random Regret Minimazation）モデル（Chorus et al., 2008）

	i	j	k
t：所要時間（分）	75	40	60
c：費用（円）	100	300	150

$$\beta_t = -0.01, \beta_c = -0.005$$

$$R_{ij} = \max[0, -0.01(40-75)] + \max[0, -0.005(300-100)] = 0.35$$
$$R_{ik} = \max[0, -0.01(60-75)] + \max[0, -0.005(150-100)] = 0.15$$
$$\Rightarrow R_i = 0.35$$

$$R_{ji} = \max[0, -0.01(75-40)] + \max[0, -0.005(100-300)] = 1.00$$
$$R_{jk} = \max[0, -0.01(60-40)] + \max[0, -0.005(150-300)] = 0.75$$
$$\Rightarrow R_j = 1.00$$

$$R_{ki} = \max[0, -0.01(75-60)] + \max[0, -0.005(100-150)] = 0.25$$
$$R_{kj} = \max[0, -0.01(40-60)] + \max[0, -0.005(300-150)] = 0.20$$
$$\Rightarrow R_k = 0.25$$

$$\text{RRM:} \quad k \succ i \succ j$$

ランダム後悔最小化（RRM; Random Regret Minimazation）モデル（Chorus et al., 2008）

	i	j	k
t：所要時間（分）	75	40	60
c：費用（円）	100	300	150

$$\beta_t = -0.01, \beta_c = -0.005$$

$$V_i = -0.01*75 - 0.005*100 = -1.25$$

$$V_j = -0.01*40 - 0.005*300 = -1.90$$

$$V_k = -0.01*60 - 0.005*150 = -1.35$$

RUM: $i \succ k \succ j$

RRM: $k \succ i \succ j$

逡巡が生ずる状況においては属性値が極端な選択肢を避け**中庸な選択肢**を選ぶ

満足化（Satisficing）

- Simon（1957，1987，1990）の主張

  （期待）効用最大化は選択結果の最適性を保証するが，人間が無限の認知資源を有しているという非現実的な仮定
  - 選択可能な全ての代替案やその属性値を知っている
  - 結果の不確実性の確率分布は既知
  - 効用最大化は認知負荷が大きい

  人間の認知資源は有限
  - より簡便なルールを用いて選択
  - 最適化ではなく満足化

満足化(Satisficing)モデル

選択肢iが満足化基準を満たす確率

閾値

$$q(i) = \Pr ob\left[U_i > \boxed{\lambda}\right]$$

確定項　誤差項

$$= \Pr ob\left[V_i + \varepsilon_i > \boxed{\theta} + \boxed{\zeta}\right]$$

$$= \Pr ob\left[\boxed{\zeta} - \boxed{\varepsilon_i} > V_i - \theta\right]$$

正規分布

$$= \Pr ob\left[\boxed{\xi} > V_i - \theta\right]$$

$$= \Phi\left(V_i - \theta\right)$$

選択肢1から順に評価した結果，選択肢kを選択する確率

$$P(k) = \boxed{\prod_{j=1}^{k-1}\left[1 - q(j)\right]} * q(k)$$

1～(k-1)番目の選択肢がいずれも満足化基準を満たさない確率

満足化(Satisficing)モデル

選択肢1から順に評価した結果，選択肢kを選択する確率

$$P(k)=\boxed{\prod_{j=1}^{k-1}\left[1-q(j)\right]}*q(k)$$

1～(k-1)番目の選択肢がいずれも満足化基準を満たさない確率

- 選択結果は選択肢の評価順序に依存
  - 多くの場合，分析者にとって不明瞭
- 閾値の個人差が大きい

- ウェブページの閲覧履歴によって把握/操作可能(?)
- 過去の閲覧履歴と選択結果から各個人の閾値の推定が可能(?)

おまけ：携帯電話の購入

	A	B	C
価格(円)	40,000	30,000	45,000
容量(GB)	30GB	20GB	25GB

	A	B
価格(円)	40,000	30,000
容量(GB)	30GB	20GB

おまけ：おとり効果（Decoy Effect）

逡巡

	target		decoy
	A	**B**	**C**
価格（円）	40,000	30,000	45,000
容量（GB）	30GB	20GB	25GB

優越

- 人間は絶対評価が苦手＆逡巡を避ける
- decoyがtargetの相対評価が容易に＆魅力的に

おわりに

- RUMのような規範的モデルのように行動しない状況が増加し，それが需要に大きく影響する時代に
- 予測や行動理解においても，様々な行動理論を援用したモデル分析が有意義
- それらの数理モデル化も既存のモデリングテクニックを使えば比較的容易
- ただし，RUMの重要性は変わらず
  - 規範的立場からのベンチマーク
  - 意思決定支援への活用