

Experience-Weighted Attraction Learning in Normal Form Games

Camerer, C. and T.H. Ho (1999)
Econometrica, Vol. 67, No. 4, pp. 827-874

2008/10/7

論文ゼミ#11

M1 北川直樹

行動ゲーム理論

□ 限定合理性

■ 静学的ゲーム

□ 質的応答均衡(QRE)

■ 動学的ゲーム：学習モデル

□ 強化学習

■ 自分の過去の戦略結果

□ 信念学習

■ 相手の過去の戦略結果

□ EWA学習

■ 強化学習 + 信念学習

ゲームの定義

- プレイヤー数
- プレイヤー*i*の選択肢
- ゲームの戦略空間
- 戦略の組
- プレイヤー*i*以外の戦略空間
- プレイヤー*i*以外の戦略の組
- *t*期に*i*が得た利得
- *t*期の戦略結果の指示関数

$$i = 1, \dots, n$$

$$S_i = \{s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^{m_i-1}, s_i^{m_i}\}$$

$$S = S_1 \times \dots \times S_n$$

$$s = (s_1, \dots, s_n) \in S$$

$$S_{-i} = \prod_{j=1, j \neq i}^n m_j$$

$$s_{-i} = (s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$\pi_i(s_i(t), s_{-i}(t))$$

$$I(s_i^j, s_i(t))$$

強化学習 -Choice Reinforcement-

□ 学習ルール

- Harley(1981), Roth and Erev(1995)

$$R_i^j(t) = \begin{cases} \phi \cdot R_i^j(t-1) + \pi_i(s_i^j, s_{-i}(t)) & \text{if } s_i^j = s_i(t) \\ \phi \cdot R_i^j(t-1) & \text{if } s_i^j \neq s_i(t) \end{cases}$$

$$R_i^j(t) = \phi \cdot R_i^j(t-1) + I(s_i^j, s_i(t)) \cdot \pi_i(s_i^j, s_{-i}(t))$$

□ 変数の説明

- プレイヤー*i*の*t*期における戦略*j*の強化 $R_i^j(t)$
- プレイヤー*i*が*t*期に戦略*j*を選択した利得 $I(s_i^j, s_i(t)) \cdot \pi_i(s_i^j, s_{-i}(t))$

□ パラメータ

- プレイヤー*i*の戦略*j*に対する初期強化 $R_i^j(0)$
 - 過去に経験した強化の割引率 ϕ
-

例題 - 強化学習 -

□ 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

□ パラメータの設定

$$R_A^1(0) = 0.5$$

$$R_A^2(0) = 0.5$$

$$\phi = 1$$

■ 1回目

$$s(1) = (S_1, S_1)$$

$$R_A^1(1) = R_A^1(0) + \pi_A^1(S_A^1, S_B^1) = 2.5$$

$$R_A^2(1) = R_A^2(0) = 0.5$$

■ 2回目

$$s(2) = (S_1, S_2)$$

$$R_A^1(2) = R_A^1(1) + \pi_A^2(S_A^1, S_B^2) = 3.5$$

$$R_A^2(2) = R_A^2(1) = 0.5$$

■ 3回目

$$s(3) = (S_1, S_2)$$

信念学習 -Belief based Models-

□ 学習ルール

- Fudenberg and Levine(1995), Cheng and Fridman(1997)

$$N(t) = 1 + \rho \cdot N(t-1)$$

$$B_{-i}^k(t) = \frac{\rho \cdot N_{-i}^k(t-1) + I(s_{-i}^k, s_{-i}(t))}{N(t)}$$

$$E_i^j(t) = \sum_{k=1}^{m-i} \pi_i(s_i^j, s_{-i}^k) \cdot B_{-i}^k(t)$$

□ 変数の説明

- i が t 期に持つ相手の行動に対する経験数 $N(t)$
- i が t 期に持つ”相手が戦略 k を選択する”確信の確率 $B_{-i}^k(t)$
- i が t 期に戦略 j を選択することの期待効用 $E_i^j(t)$

□ パラメータ

- i が持つ”相手が戦略 k を選択する”初期強化と経験数 $B_{-i}^k(0), N(0)$
 - 過去に経験した強化の割引率 ρ
-

例題 - 信念学習 -

□ 利得行列

A \ B	S ₁	S ₂
S ₁	(2,2)	(1,1)
S ₂	(1,1)	(2,2)

□ パラメータの設定

$$N(0) = 1, N_B^1(0) = 0.5, N_B^2(0) = 0.5,$$

$$B_B^1(0) = 0.5, B_B^2(0) = 0.5$$

$$\rho = 1.0$$

■ 1回目

$$s(1) = (S_1, S_1)$$

$$N(1) = N(0) + 1 = 2$$

$$B_B^1(1) = \{N_B^1(0) + I(s_B^1, s_B^1)\} / N(1) = 3/4$$

$$B_B^2(1) = \{N_B^2(0) + I(s_B^2, s_B^1)\} / N(1) = 1/4$$

$$E_A^1(1) = B_B^1(1) \cdot \pi_A(s_A^1, s_B^1) + B_B^2(1) \cdot \pi_A(s_A^1, s_B^2) = 7/4$$

$$E_A^2(1) = B_B^1(1) \cdot \pi_A(s_A^2, s_B^1) + B_B^2(1) \cdot \pi_A(s_A^2, s_B^2) = 5/4$$

■ 2回目

$$s(2) = (S_1, S_2)$$

$$N(2) = N(1) + 1 = 3$$

$$B_B^1(2) = \{N_B^1(1) + I(s_B^1, s_B^2)\} / N(2) = 1/2$$

$$B_B^2(2) = \{N_B^2(1) + I(s_B^2, s_B^2)\} / N(2) = 1/2$$

$$E_A^1(2) = B_B^1(2) \cdot \pi_A(s_A^1, s_B^1) + B_B^2(2) \cdot \pi_A(s_A^1, s_B^2) = 3/2$$

$$E_A^2(2) = B_B^1(2) \cdot \pi_A(s_A^2, s_B^1) + B_B^2(2) \cdot \pi_A(s_A^2, s_B^2) = 3/2$$

■ 3回目

$$s(3) = (S_2, S_2)$$

EWA学習-Experience Weighted Attraction-

□ 学習ルール

- Camerer and Ho(1999)

$$N(t) = \rho \cdot N(t-1) + 1, \quad t \geq 1$$

$$A_i^j(t) = \frac{\phi \cdot N(t-1) \cdot A_i^j(t-1) + [\delta + (1-\delta) \cdot I(s_i^j, s_i(t))] \cdot \pi(s_i^j, s_{-i}(t))}{N(t)}$$

□ 変数の説明

- プレイヤー*i*が*t*期に持つ戦略*j*に対する強化

$A_i^j(t)$

□ パラメータ

- プレイヤー*i*が持つ戦略*j*に対する初期強化と経験数
- 実際に得た利得と実現しなかった利得の重み
- 強化の割引率
- 経験の割引率

$A_i^j(0), N(0)$

δ

ϕ

ρ

例題 -EWA学習- $\delta=0.0$ のとき

□ 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

□ パラメータの設定

$$N(0) = 1$$

$$A_A^1(0) = 0.5, A_A^2(0) = 0.5$$

$$\delta = 0.5$$

$$\phi = 1.0$$

$$\rho = 0.0$$

■ 1回目

$$s(1) = (S_1, S_1)$$

$$N(1) = 1$$

$$A_A^1(1) = \frac{N(0) \cdot A_A^1(0) + I(s_A^1, s_A^1(1)) \cdot \pi(s_A^1, s_B^1(1))}{N(1)} = 2.5$$

$$A_A^2(1) = \frac{N(0) \cdot A_A^2(0) + I(s_A^2, s_A^1(1)) \cdot \pi(s_A^2, s_B^1(1))}{N(1)} = 0.5$$

■ 2回目

$$s(2) = (S_1, S_2)$$

$$N(2) = 1$$

$$A_A^1(2) = \frac{N(1) \cdot A_A^1(1) + I(s_A^1, s_A^1(2)) \cdot \pi(s_A^1, s_B^2(2))}{N(1)} = 3.5$$

$$A_A^2(2) = \frac{N(1) \cdot A_A^2(1) + I(s_A^2, s_A^1(2)) \cdot \pi(s_A^2, s_B^2(2))}{N(1)} = 0.5$$

■ 3回目

$$s(3) = (S_1, S_2)$$

例題 -EWA学習- $\delta=1.0$ のとき

□ 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

□ パラメータの設定

$$N(0) = 1$$

$$A_A^1(0) = 1.5, A_A^2(0) = 1.5$$

$$\delta = 0.5$$

$$\phi = 1.0$$

$$\rho = 1.0$$

■ 1回目

$$s(1) = (S_1, S_1)$$

$$N(1) = N(0) + 1 = 2$$

$$A_A^1(1) = \frac{N(0) \cdot A_A^1(0) + \pi(s_A^1, s_B^1(1))}{N(1)} = 7/4$$

$$A_A^2(1) = \frac{N(0) \cdot A_A^2(0) + \pi(s_A^2, s_B^1(1))}{N(1)} = 5/4$$

■ 2回目

$$s(2) = (S_1, S_2)$$

$$N(2) = N(1) + 1 = 3$$

$$A_A^1(2) = \frac{N(1) \cdot A_A^1(1) + \pi(s_A^1, s_B^2(2))}{N(2)} = 3/2$$

$$A_A^2(2) = \frac{N(1) \cdot A_A^2(1) + \pi(s_A^2, s_B^2(2))}{N(2)} = 3/2$$

■ 3回目

$$s(3) = (S_2, S_2)$$

例題 -EWA学習- $\delta=0.5$ のとき

□ 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

□ パラメータの設定

$$N(0) = 1$$

$$A_A^1(0) = 1.5, A_A^2(0) = 1.5$$

$$\delta = 0.5$$

$$\phi = 1.0$$

$$\rho = 1.0$$

■ 1回目

$$s(1) = (S_1, S_1)$$

$$N(1) = N(0) + 1 = 2$$

$$A_A^1(1) = \frac{N(0) \cdot A_A^1(0) + [0.5 + 0.5 \cdot I(s_A^1, s_A^1(1))] \pi(s_A^1, s_B^1(1))}{N(1)} = 7/4$$

$$A_A^2(1) = \frac{N(0) \cdot A_A^2(0) + [0.5 + 0.5 \cdot I(s_A^2, s_A^1(1))] \pi(s_A^2, s_B^1(1))}{N(1)} = 1$$

■ 2回目

$$s(2) = (S_1, S_2)$$

$$N(2) = N(1) + 1 = 3$$

$$A_A^1(2) = \frac{N(1) \cdot A_A^1(1) + [0.5 + 0.5 \cdot I(s_A^1, s_A^1(2))] \pi(s_A^1, s_B^2(2))}{N(2)} = 3/2$$

$$A_A^2(2) = \frac{N(1) \cdot A_A^2(1) + [0.5 + 0.5 \cdot I(s_A^2, s_A^1(2))] \pi(s_A^2, s_B^2(2))}{N(2)} = 1$$

■ 3回目

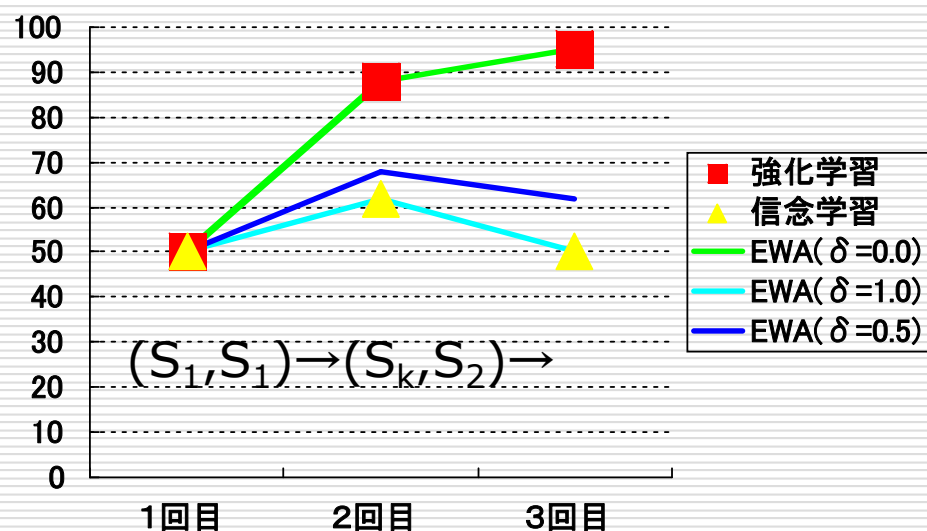
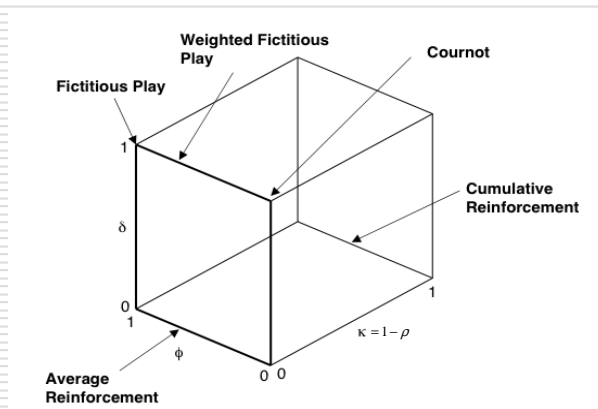
$$s(3) = (S_2, S_2)$$

選択確率の算出

□ ロジット選択確率

- プレイヤーBの戦略が1回目 $S_1 \rightarrow$ 2回目 S_2 のときプレイヤーAがt回目に戦略1を選択する確率

$$P_A^1(t+1) = \frac{\exp(A_A^1(t))}{\sum_k \exp(A_A^k(t))}$$



学習モデルの検証 -6×6行列定和繰返しゲーム-

MODEL CALIBRATION AND VALIDATION IN MEDIAN-ACTION, CONSTANT-SUM, AND *p*-BEAUTY CONTEST GAMES

Game Model	No. of Parameters	Calibration			Validation		
		LL	AIC	BIC	p^2	LL	MSD
Constant-sum 2 (M = 560)							
1-Segment							
Random	0	-1003.39	-1003.39	-1003.39	0.0000	-430.02	0.1435
Choice Reinforcement	7	-853.61	-860.61	-876.00	0.1423	-359.74	0.1222
Belief-based	8	-797.72	-805.72	-823.31	0.1970	-350.09	0.1212
EWA	10	-790.61	-800.61	-822.59*	0.2021	-341.71	0.1179*
2-Segment							
Random	0	-1003.39	-1003.39	-1003.39	0.0000	-430.02	0.1435
Choice Reinforcement	15	-853.50	-868.50	-901.48	0.1344	-363.10	0.1513
Belief-based	17	-790.10	-807.10	-844.47	0.1956	-347.50	0.1205
EWA	21	-776.83	-797.83*	-844.00	0.2049	-335.95*	0.1195
Constant-sum 4 (M = 560)							
1-Segment							
Random	0	-1003.39	-1003.39	-1003.39	0.0000	-430.02	0.1435
Choice Reinforcement	7	-901.60	-908.60	-923.99	0.0945	-375.94	0.1284
Belief-based	8	-857.19	-865.19*	-882.78*	0.1377	-371.18	0.1262
EWA	10	-855.29	-865.29	-887.27	0.1376	-362.26	0.1241
2-Segment							
Random	0	-1003.39	-1003.39	-1003.39	0.0000	-430.02	0.1435
Choice Reinforcement	15	-901.60	-916.60	-949.58	0.0865	-375.62	0.1283
Belief-based	17	-856.97	-873.97	-911.34	0.1290	-372.12	0.1265
EWA	21	-854.00	-875.00	-921.17	0.1280	-361.15*	0.1239*

6 × 6 CONSTANT-SUM GAMES, G2 (W = 5 RUPEES) AND G4 (W = 10 RUPEES)

	Row	Column					
		S1	S2	S3	S4	S5	S6
3/8	S1	W,L	L,W	L,W	L,W	L,W	W,L
2/8	S2	L,W	L,W	W,L	W,L	W,L	W,L
1/8	S3	L,W	W,L	L,W	L,W	W,L	L,W
1/8	S4	L,W	W,L	W,L	L,W	L,W	L,W
1/8	S5	L,W	W,L	L,W	W,L	L,W	W,L
0	S6	L,W	L,W	W,L	L,W	W,L	W,L

6 × 6 CONSTANT-SUM GAMES (G2 AND G4) (M = 560)

Parameters	EWA		Choice Reinforcement		Belief-Based Models	
	G2	G4	G2	G4	G2	G4
Initial Values						
ROW						
$A^1(0)[N^1(0)]$	2.996 (0.068)	9.491 (0.145)	5.000 (0.000)	10.000 (0.000)	2.309 [41.566] (0.045) [0.810]	5.335 [16.005] (0.053) [0.283]
$A^2(0)[N^2(0)]$	2.434 (0.043)	7.964 (0.090)	5.000 (0.000)	10.000 (0.000)	2.077 [11.048] (0.036) [0.886]	4.665 [0.001] (0.053) [0.000]
$A^3(0)[N^3(0)]$	0.000 (0.015)	0.027 (0.081)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	1.122 [10.227] (0.086) [1.111]	0.734 [1.090] (0.050) [0.083]
$A^4(0)[N^4(0)]$	0.000 (0.036)	0.004 (0.001)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	1.182 [18.018] (0.080) [0.850]	0.364 [10.704] (0.026) [0.298]
$A^5(0)[N^5(0)]$	1.338 (0.034)	6.105 (0.060)	0.229 (0.000)	8.501 (0.000)	1.615 [9.141] (0.030) [0.993]	3.568 [2.200] (0.071) [0.115]
$A^6(0)[N^6(0)]$	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	1.076 [0.000] (0.038) [0.000]	0.097 [0.000] (0.040) [0.000]
COLUMN						
$A^1(0)[N^1(0)]$	4.998 (0.020)	8.733 (0.198)	5.000 (0.000)	10.000 (0.000)	3.595 [25.296] (0.044) [0.797]	7.769 [6.692] (0.072) [0.253]
$A^2(0)[N^2(0)]$	4.047 (0.046)	6.306 (0.080)	4.852 (0.000)	9.996 (0.000)	3.218 [32.627] (0.034) [1.151]	6.383 [10.301] (0.131) [0.496]
$A^3(0)[N^3(0)]$	2.201 (0.050)	1.572 (0.049)	0.001 (0.000)	0.001 (0.000)	2.444 [16.539] (0.068) [0.922]	3.954 [5.141] (0.102) [0.352]
$A^4(0)[N^4(0)]$	3.852 (0.043)	6.565 (0.070)	4.973 (0.000)	9.832 (0.000)	3.068 [13.391] (0.053) [0.914]	6.557 [5.684] (0.150) [0.462]
$A^5(0)[N^5(0)]$	1.737 (0.047)	1.851 (0.267)	0.000 (0.000)	0.001 (0.000)	2.269 [2.147] (0.085) [0.389]	4.135 [0.028] (0.213) [0.000]
$A^6(0)[N^6(0)]$	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	1.663 [0.000] (0.034) [0.000]	3.608 [2.155] (0.131) [0.373]
$N(0)$	15.276 (0.009)	9.937 (0.017)	1.000 (0.000)	1.000 (0.000)	90.000 (0.012)	30.000 (0.448)
Decay Parameters						
ϕ	0.986 (0.005)	0.991 (0.011)	0.960 (0.005)	0.962 (0.005)	0.989 (0.004)	1.000 (0.002)
p	0.955 (0.006)	0.926 (0.024)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.989 (0.004)	1.000 (0.002)
Imagination factor						
δ	0.413 (0.082)	0.547 (0.054)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	1.000 (0.000)	1.000 (0.000)
Payoff sensitivity						
λ	0.646 (0.030)	0.218 (0.019)	0.098 (0.005)	0.046 (0.002)	1.812 (0.123)	1.501 (0.019)
- LL	790.608	855.288	853.608	901.600	797.720	842.968
χ^2	—	—	126.000	92.264	14.224	21.280
(<i>p</i> -value, dof)			(0.000,3)	(0.000,3)	(0.001,2)	(0.000,2)

fEWA学習 -functional EWA-

□ Ho, Camerer and Chong(2002)

■ δ, κ, φ をパラメータを含まない関数形で近似

- 直近のW期間に相手の戦略に変化があると強く強化

$$\phi_i(t) = 1 - \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^{m_i} \left[\frac{\sum_{\tau=t-W}^t I(S_{-i}^j, S_{-i}(t))}{W} - \frac{\sum_{\tau=1}^t (S_{-i}^j, S_{-i})}{t} \right]^2 \right)$$

- 直近のW期間に相手を選択する高頻度の戦略は強く強化

$$\delta_i(t) = \frac{\phi_i(t)}{W}$$

- 戦略間の使用頻度の差異が大きいと強く強化

$$\kappa_i(t) = 1 - \rho_i(t) = 1 - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^{m_i} f_i^k(t) \cdot \frac{m_i - k}{m_i - 1} \right\}$$

歩行者挙動の予想

□ 強化学習

- 自身の行動結果と得た利得情報のみでモデル化が可能。
- 相手の急激な行動変化に対応できない。

□ 信念学習

- スムーズな移動が表現できない。
- 相手行動に対する”先読み”のような確信を分析できる。

□ EWA学習

- モデルの適合度が向上する。
 - 推定結果を恣意的に解釈できる。
-

研究計画

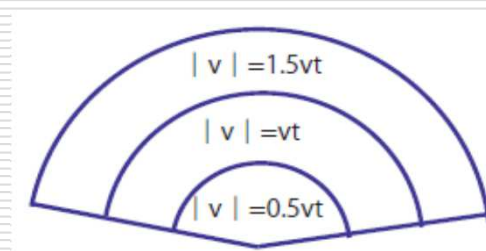
帰納的学習ゲームによる歩行者と自動車のイ
ンタラクションモデル, Vol.1, No.3

ペイオフマトリクス

□ 速度の3分類

■ $(s_1, s_2, s_3) = (\text{減速}, \text{一定}, \text{加速})$

歩	車	s_1	s_2	s_3
s_1		u_A^1, u_B^1	u_A^1, u_B^2	u_A^1, u_B^3
s_2		u_A^2, u_B^1	u_A^2, u_B^2	u_A^2, u_B^3
s_3		u_A^3, u_B^1	u_A^3, u_B^2	u_A^3, u_B^3



※ 要検討

$$P_A^k(t+1) = \frac{\exp(A_A^k(t))}{\sum_{k=1}^3 \exp(A_A^k(t))} = \frac{\exp\{F_A^k(\delta, \phi, \rho, A_A^k(0), N(0), \lambda u_A^k)\}}{\sum_{k=1}^3 \exp\{F_A^k(\delta, \phi, \rho, A_A^k(0), N(0), \lambda u_A^k)\}}$$

研究の位置付け

□ 独立した意思決定

- 相手は1選択肢：等速直線運動

- Hoogendorn(2003)、浅野美穂(2006)

□ 静的ゲーム：QRE

- 相手は3選択肢

- Hideyuki Kita(1999)

□ 動的ゲーム：本研究

- 相手は3選択肢 + 過去の行動結果を考慮

- 強化学習

- 信念学習

- EWA学習

説明変数

□ 接近コストの算定

■ 楕円形のパーソナルスペースを考慮

$$U_{ij}(t, v) = \tau \exp\{\phi D_{ijmin}(t, v) - \psi D_{i, personal}(\theta_c, v)\}$$

$$D_{ijmin}(t, v) = \min_u D_{ij}(t + u, v) \quad s.t. 0 \leq u \leq T$$

$$D_{ij}(t + u, v) = \|X_i(t + u) - X_j(t + u)\|$$

$$D_{personal}(\theta_c, v) = F(\theta_c, v)$$

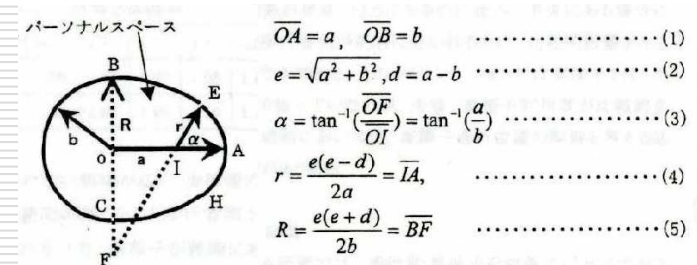
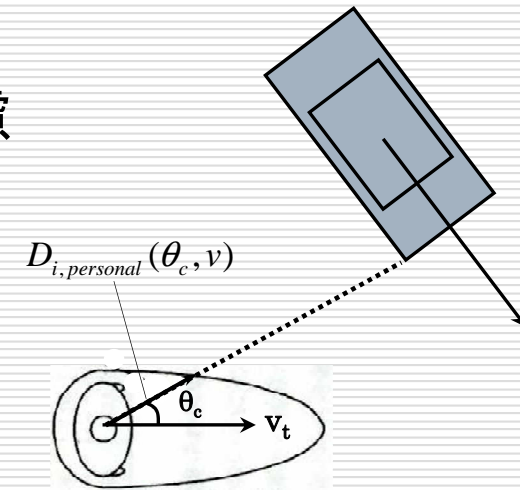
$$a = \exp(v) + a(0)$$

$U_{ij}(t, v)$: t期に速度vを選択するときの接近コスト

$D_{ijmin}(t, v)$: t期に速度vを選択するときの最小歩車間距離

$D_{personal}(\theta_c, v)$: 速度v、進行方向に対して角度 θ_c のときのパーソナルスペース

a : 四円弧楕円の長軸



説明変数

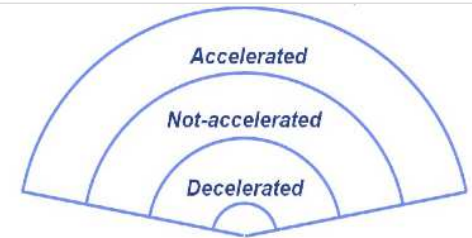
□ 目的地接近と速度変化の効用

$$U_d(t, v) = \beta_{ddist} ddist_v$$

$$U_{acc, dec}(t, v) = \beta_{acc} I_{v_i, acc} (v_n / v_{max})^{\lambda_{acc}} + \beta_{dec} I_{v_i, dec} (v_n / v_{max})^{\lambda_{dec}}$$

$$ddist_v = v_n$$

$$I_{v_i, acc} = \begin{cases} 1 & \text{if } v_i = acc \\ 0 & \text{if } v_i \neq acc \end{cases}$$



$U_d(t, v)$: 目的地接近の効用

$U_{acc, dec}(t, v)$: 速度変化の効用

$ddist_v$: 速度 v を選択するときの目的地までの距離

$I_{v_i(acc, dec)}$: 加速 acc 、または減速 dec を選択するときの指示関数

v_{max} : 希望速度

今後の予定

- 10月
 - 位置座標の取得
 - 論文レビュー(非期待効用理論)
 - 11月
 - データセットの作成
 - 論文レビュー
 - 12月
 - パラメータ推定
 - 試行錯誤
-

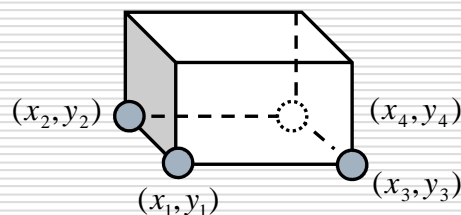
位置情報の取得

□ 距離補正

■ 視認不可能ポイントの算出

$$x_4 = x_2 + x_3 - x_1$$

$$y_4 = y_2 + y_3 - y_1$$

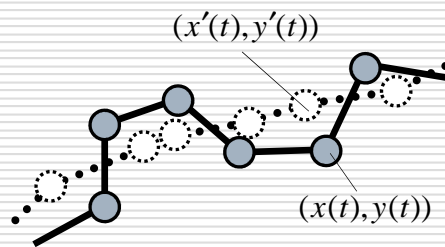


□ スムージング

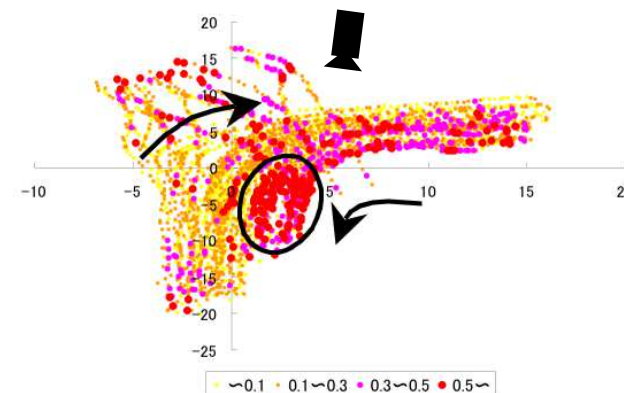
■ 3区間移動平均

$$x'(t) = \frac{x(t-1) + x(t) + x(t+1)}{3}$$

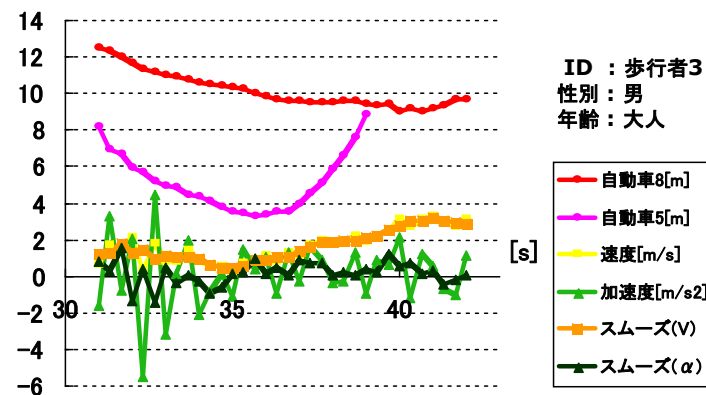
$$y'(t) = \frac{y(t-1) + y(t) + y(t+1)}{3}$$



誤差の空間分布



自動車の接近と歩行者行動



非期待効用理論

□ 信念学習(期待効用理論)

$$E_i^j(t) = \sum_{k=1}^{m_{-i}} u_i(s_i^j, s_{-i}^k) \cdot B_{-i}^k(t)$$

□ プロスペクト理論

■ 一般形

$$V(L_i) = \sum_i u(x_i) \cdot \omega_i$$

■ ランク依存型

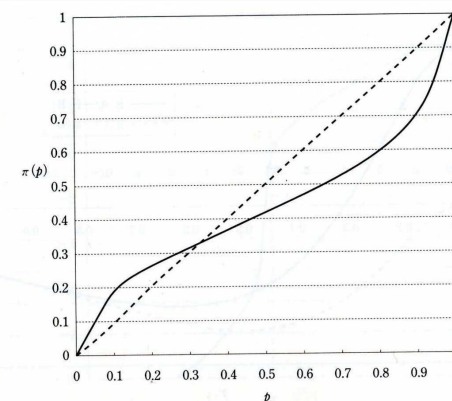
$$\omega_i = \pi(p_i + \dots + p_n) - \pi(p_{i+1} + \dots + p_n)$$

$$\pi(p_i) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

■ 参照点依存型

$$u(x) = \begin{cases} x^\alpha & \text{if } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & \text{if } x \leq 0 \end{cases}$$

確率重み付け関数



損失回避の評価関数

