

Case-Based Decision Theory

I. Gilboa and D. Schmeidler

The Quarterly Journal of Economics, Vol.110, No.3, pp.605-639, 1995.

2008/09/17(水)

論文ゼミ #9

M2 原 祐輔

発表の概要

1. 事例ベース意思決定理論の導入
2. CBDTの定式化と特徴
3. 数値例での説明（追加）
4. CBDTに関する議論
5. EUTとCBDTの比較
6. トピックスと研究の方向性

1. 事例ベース意思決定理論(CBDT)とは

$$U = \sum_{i \in I, j \in J} P(i, j) \cdot U(i, j)$$

$$U(a) = \sum_{(q, a, r) \in M} s(p, q) \cdot u(r)$$

- 似て非なる2つの理論
- 上が期待効用理論
- 下が事例ベース意思決定理論

1. 期待効用理論とは

- Non Neumann and Morgenstern(1944), Savage(1954)らの古典的業績によって、経済学をはじめとする多くの分野の公理（土台）を築き上げている理論的枠組み
- Savageによる「不確実性下の意思決定」の有名な例
- 大好きなオムレツを卵6つを使ってつくる。すでに5つの卵をボウルの中に出してあり、最後の1つを割るときに、直接ボウルの上で割るか、一度別の皿に割って鮮度を確かめてから割るか、という行為の意思決定の必要がある
- 行為には{ボウルで割る, 他の皿で割る}という集合
- 卵には{新鮮である, 腐っている}という状態の集合
- 帰結には{ボウルで割って新鮮である, ボウルで割って腐っており、卵5つがダメになる, 他の皿で割って新鮮であり、洗い物が増える, 他の皿で割り腐っていて、卵5つが助かる}という直積の集合
- ボウルで割る、他の皿で割るの期待効用を考えて、期待効用の高い行為を選択すると考えるのが期待効用理論

1. 期待効用理論がうまく説明できない例

- ある人を採用する際に、どの人を採用すれば最もパフォーマンスがいいか？
- A国に対して、何もしない、経済制裁、空爆的制裁、全面戦争的軍事行動のどれを取るべきか？
- とりうる行為を自然に数え上げられない、起こり得る状態空間が直観的に想定できない、結果の効用間の優先順位を立てられない、など
- 交通の分野で考えると、すべての選択肢集合とその帰結(LOSなど)をすべて認知していなくても経路を選択している、といった例

1. ナイト流の不確実性(1921)の精緻化

- ナイトは「**リスク**」を「確率を与えられている状況」、**「不確実性」**を「状態空間を自然に定義できるような状況」と定義した
- ここでそれらとは別の3つ目に「**構造に関する無知**」というものを定義する。
- これは状態空間が(i)自然な形で与えられているわけでもなければ、(ii)意思決定主体によって簡単に構築することができるわけでもない状況
- EUTはリスクがある状況下での意思決定に有用
- 不確実性に直面した場合は非加法的確率 (Schemeidler(1989))や複数事前確率(Bewley(1986))などによってより一般化で対処する
- 「**構造に関する無知**」に対してはCBDTが有用なパラダイムとなりうる

2. CBDTモデルの定式化

- 問題(**problem**)、行為(**act**)、帰結(**result**)の組合せを事例(**case**)と定義し、新しい問題と出会った時に、その状況の類似性が記憶に呼び起こされることをベースにして、意思決定を行う
- ケースの3要素を($q \in P, a \in A, r \in R$)とする。そして、ありうる事例の集合を $C \equiv P \times A \times R$ とし、記憶 M を $M \subseteq C$ とする。
- 意思決定主体は効用関数 u と類似度関数 s によって次の U を最大化するような意思決定を行う

2. U-最大化行動

$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} \underbrace{s(p,q)}_{\text{類似度関数}} \cdot \underbrace{u(r)}_{\text{効用関数}}$$

- CBDTは効用の重み付けによって行為がランク付けされている
- EUTと見せかけは似ているが、ほぼ共通点はない
- 係数 $s(p, \cdot)$ を合計しても1や他の定数にならない
- EUTでは各行為ごとにすべての状態が評価されるが、CBDTにおいては各行為は異なるケース集合において評価される。(a≠bなら、要素集合は互いに素である)
- 概念的なレベルでは、EUTが状態集合のすべてのありうるシナリオの網羅的なリストであると仮定されているが、CBDTは記憶に含まれるケースだけを考えている
- EUTと異なり、確実性と不確実性をはっきりと区別せず、適当である

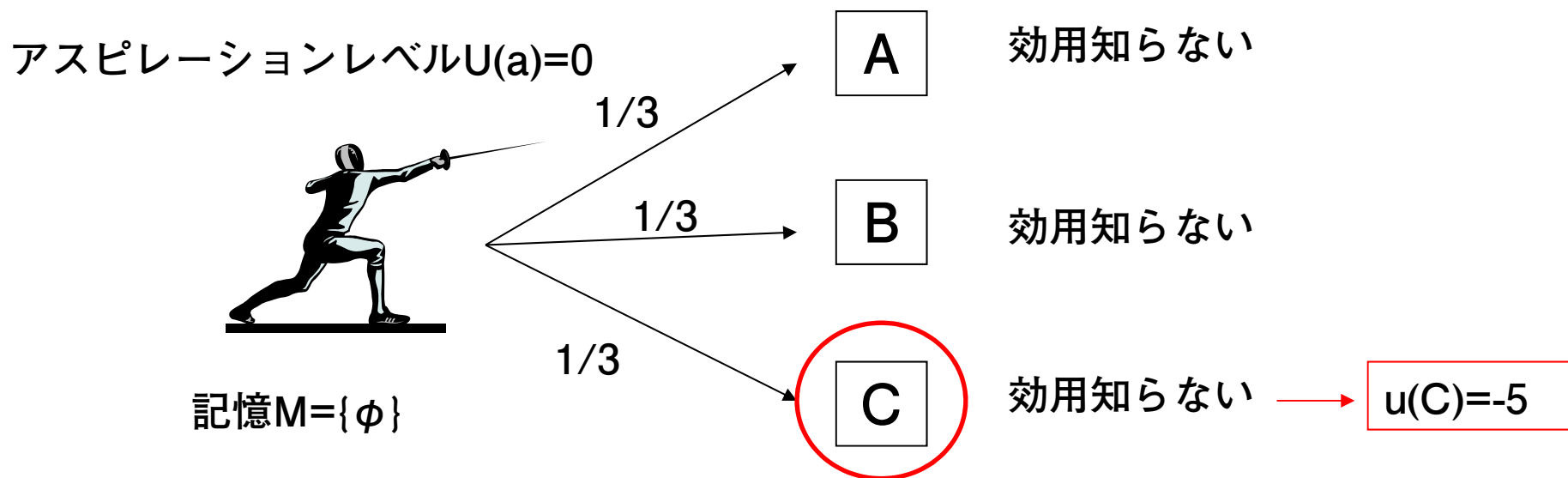
2. CBDTの特徴

- 頻度論者的な定式化のアイデアとSimon(1957)的な満足化理論のアイデアの両方を自然に定式化している
- 同じ行為を偶然選択すると、よりそれを選択するようになる
- ある満足レベル（アスピレーションレベル）を超えるまでは様々な行為を試すが、超えたものを発見したら、そればかり選ぶ
- いちおう、今回は簡単のためにアスピレーションレベルは $U(a)=0$ とする。

3. 数値例で説明（ケース1）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$



$U(A)=0, U(B)=0, U(C)=0$

3. 数値例で説明（ケース1）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$

2回目

アスピレーションレベル $U(a)=0$



1/2

1/2

0

A

効用知らない

$u(A)=2$

B

効用知らない

C

$u(C)=-5$

記憶 $M = \{C \text{ を選んだら } u(C) = -5\}$

$U(A)=0, U(B)=0, U(C)=1 \times (-5) = -5$

アスピレーション・レベルを
満たすまで探索的行為を行う

↑
1回目との類似度

↑
そのとき得られた効用

3. 数値例で説明（ケース1）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

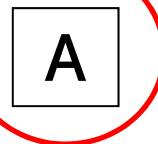
$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$

3回目

アスピレーションレベル $U(a)=0$



1



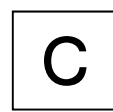
$u(A)=2$

0



効用知らない

0



$u(C)=-5$

記憶 $M = \{A \text{ を選んだら } u(A)=2$

$C \text{ を選んだら } u(C)=-5\}$

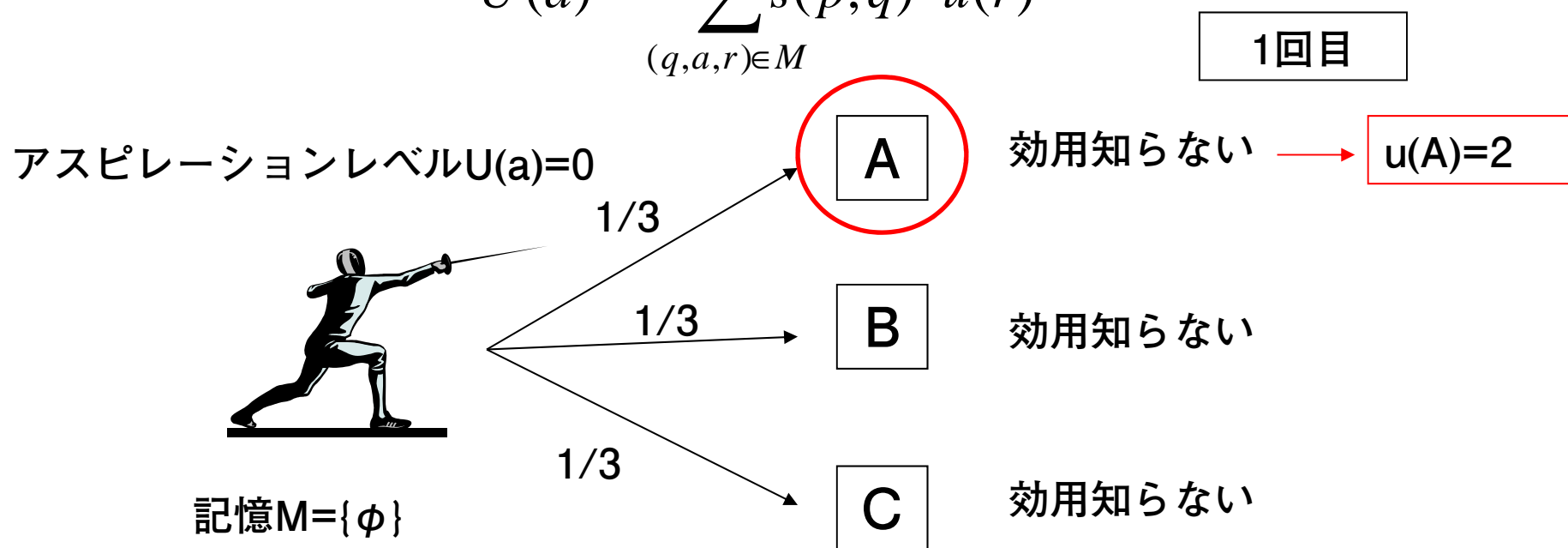
$U(A)=1 \times 2=2, U(B)=0, U(C)=1 \times (-5)=-5$

アスピレーション・レベルを
満たすと満足する

3. 数値例で説明（ケース2）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$



$$U(A)=0, U(B)=0, U(C)=0$$

3. 数値例で説明（ケース2）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

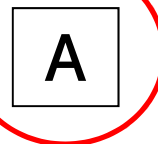
$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$

2回目

アスピレーションレベル $U(a)=0$



1



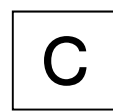
$u(A)=2$

0



効用知らない

0



効用知らない

記憶 $M = \{A \text{ を選んだら } u(A)=2\}$

$$U(A)=1 \times 2=2, U(B)=0, U(C)=0$$

1回目との類似度

そのとき得られた効用

3. 数値例で説明（ケース2）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

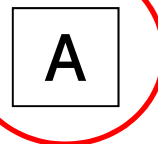
$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$

3回目

アスピレーションレベル $U(a)=0$



1



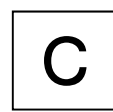
$u(A)=2$

0



効用知らない

0



効用知らない

記憶 $M=\{Aを選んだらu(A)=2\}$

$$U(A)=1 \times 2 + 1 \times 2 = 4, \quad U(B)=0, \quad U(C)=0$$

1,2回目との類似度 そのとき得られた効用

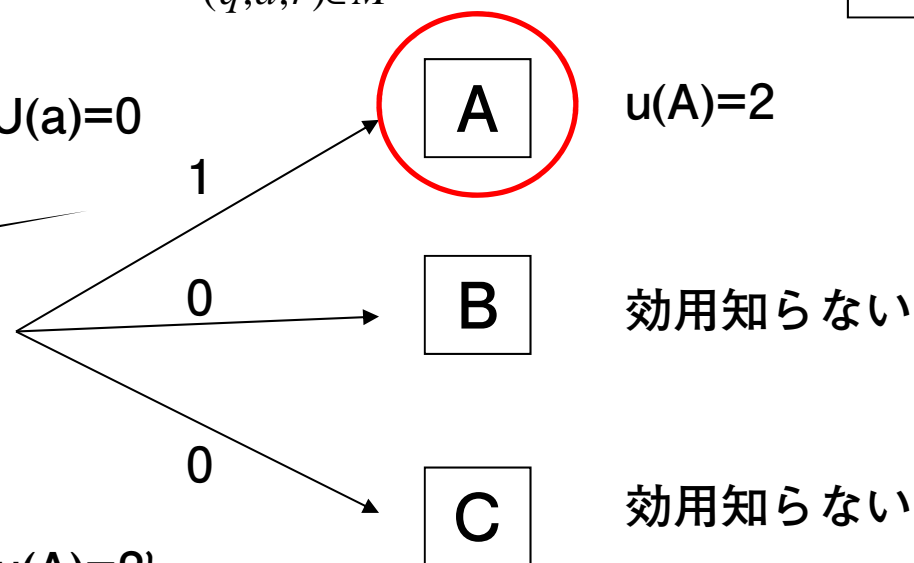
3. 数値例で説明（ケース2）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$

4回目

アスピレーションレベル $U(a)=0$



記憶 $M=\{Aを選んだらu(A)=2\}$

$$U(A)=1 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 2 = 6, \quad U(B)=0, \quad U(C)=0$$

↑
1,2,3回目との類似度

↑
そのとき得られた効用

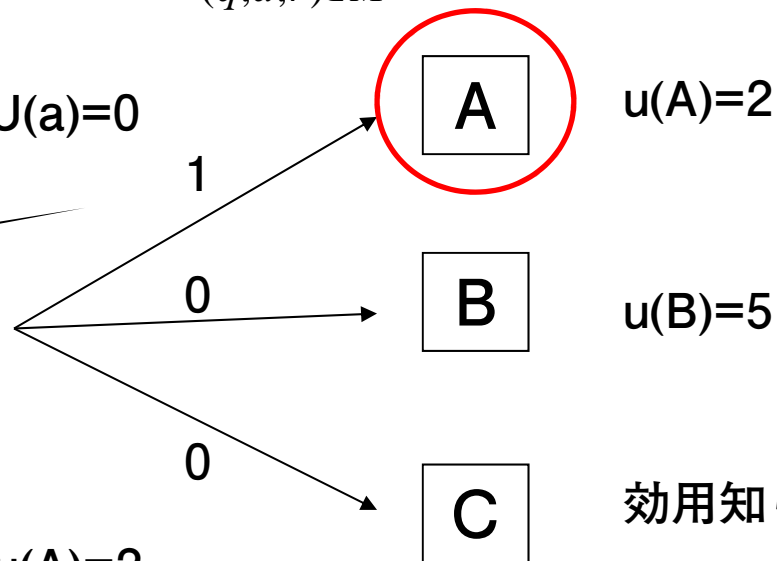
3. 数値例で説明（ケース2）

- 簡単のため、自然による状態空間をなしにする（あっても特に変わらない）
- 同様に、類似度関数 s は同じ行為なら1, 異なる行為なら0とする
- 効用関数も行為ごとに定数にする

$$U(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q) \cdot u(r)$$

5回目

アスピレーションレベル $U(a)=0$



情報提供により
記憶に組み込まれる

記憶 $M = \{A \text{ を選んだら } u(A)=2$

$B \text{ を選んだら } u(B)=5\}$

$$U(A) = 1 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 2 + 1 \times 2 = 8, \quad U(B) = 1 \times 5 = 5, \quad U(C) = 0$$

習慣的行為が
表現できている

この1は今回のAと記憶のAの類似度 この1は今回のBと記憶のBの類似度

4. CBDTに関する議論

- これまでの認知的解釈とは別の解釈。uが効用関数、sが類似度関数で、U-最大化を目指すという解釈ではなく、Uこそが効用関数で、関数uは効用関数が経験によって変化する方法を記述していると解釈できる（メンタルアカウンティング 理論的）
- 同様に関数sはその問題と記憶の類似度を表すだけでなく、思い出すのにはその特徴や経過時間にも依存するかもしれないので、「思い出す確率」と「固有の類似度」の両方を反映していると解釈できる
- 記憶について。記憶は自分の記憶だけでなく、他者からの情報（仮想的事例）や演繹的推論（こうなるだろう）もまた仮想的事例として記憶に含めることが可能

4. CBDTに関する議論

$$V(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s'(p,q) \cdot u(r)$$

$$s'(p,q) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{s(p,q)}{\sum_{(q',a,r) \in M} s(p,q')} & \text{if well defined} \\ 0 & \text{otherwise} \end{array} \right\}$$

- Uの代わりにVを導入して重み付けを平均パフォーマンスにすることも可能。これはV-最大化行動とする
- すべてのp,qにおいてs(p,q)=1となるケースはVは単なる平均効用となり、この場合、事例ベース意思決定理論は頻度論的期待効用理論と等価になるという点で興味深い

5. CBDTとEUT

- CBDTはEUTより望ましいものの、取って代わるもの、ではなく、補完的理論である。EUTは記述的、行動論的であるが、CBDTは心理学的、認知的妥当性から攻めている
- 多くの場合、EUTはうまく説明可能だが、「構造に関する無知」の場合などはCBDTがより良く説明できる

5. CBDTとEUT

- 満足化行動をモデル化する際にはCBDTはより自然な枠組みであるように思えるが、EUTでも満足化行動を説明しようと思えばできる。
- というか、数学的にはCBDTにEUTを埋め込むことも、EUTにCBDTを埋め込むことも可能であるため、両者を峻別することは難しい。たとえば、状態空間を無限に想像可能と考えるなら、EUTで多くのことを説明可能であるし、CBDTにおいて記憶が無限に広がれば、それはEUTのようになる。
- EUTとCBDTは競合する理論ではなく、どちらが便利か、どちらが自然か、によって採用されるべき。

5. CBDTとEUT

- 先ほどの例($u(A)=2$, $u(B)=5$, $u(C)=-5$)において、習慣化があるといったが、アスピレーションレベルが時間の経過によって調整される過程を組み込めば、U-最大化は期待効用最大化に長期的には集約されることが（別の論文で）示されている

6. 様々なトピックについて

- 記憶依存類似性
- 類似度の判断は過去のケースの帰結とは独立と公理で仮定しているが、ある属性がこれまで考えていたよりも重要でない、といった認識によって、類似度が変化するかもしれない。これを“二次帰納”と名づけ、詳細な帰納プロセスについて議論されている
- しかし、類似度が記憶依存である場合、現在の公理が破られる可能性が高いため、きちんと研究する必要がある

6. 様々なトピックについて

- 効用の変化
- たとえば、効用が記憶ごとに異なることを許容するようなモデルもありうる。これは先ほどのアスピレーションレベルの変化と等価である。
- 認知的な解釈をすると、アスピレーションレベルが過去の経験によって調整されるという考えは非常に自然である。Gilboa and Schmeidler (1994a)でそういう意思決定ルールファミリーを公理化している。しかし、さらなる公理的な基礎の研究を必要とする。

6. 様々なトピックについて

- 厚生に対するインプリケーション
- 効用の場合は、社会全体の効用を最大化する、パレート最適を目指すといった厚生経済学的な視点が存在するが…
- 満足化の場合、不満な人を満足させるべきなのか、今満足している人をもっと満足させるべきなのか、その政策的判断指標がよくわからない。
- しかし、我々(Gilboaら)はそれについては深く議論するつもりはない。

7. まとめとして

- CBDTはEUT(RUM)に慣れた人にとっては最初は奇妙に思えるものの、認知的基礎を備えたモデルを構築するには好都合であるように思える。
- 行動モデルにおいて、選択肢集合が膨大である場合（経路選択や目的地選択など）、やはりすべての選択肢集合の中から選んでいるという仮定は自然ではなく、記憶をベースに選んでいる、という考え方は自然であるように思う。
- 本文中にもあるが、類似度関数をどのように得るかが肝であるように感じた。（本人にどれくらい似てますか？と尋ねるのはあまりに滑稽）
- この論文はタイトルからわかるように、CBDTに関する初期の論文なので、現在どのように発展しているかをフォローする必要はありそう。Gilboa and Schmeidlerは精力的に論文書きまくっている。

7. 夏休みに全訳した他の論文

- Identifying the Influence of Stated Choice Design Dimensionality on Willingness to Pay for Travel Time Savings, D.A Hensher, Journal of Transport Economics and Policy, Vol. 38, Part. 3, 425-446, 2004
- Designing efficient stated choice experiments in the presence of reference alternatives, J. M. Rose, M. C. J. Bliemer, D. A. Hensher, A. T. Collins, Transportation Research Part B: Methodological, Vol.42, Issue 4, 395-406, 2008
- The estimation of generalized extreme value models from choice-based samples, M.Bierlaire, D.Bolduc, D.McFadden, Transportation Research Part B: Methodological, Vol.42, Issue 4, 381-394, 2008
- Experimentia Docet: Professionals Play Minimax in Laboratory Experiments, I.Palacios-Huerta, O.Volij, Econometrica, Vol.76, No.1, 71-115, 2008