

Risk-averse user equilibrium traffic assignment: an application of game theory

Michael G. H. Bell, Chris Cassir

Transportation Research Part B, Vol. **36**, (2002), pp.671-681

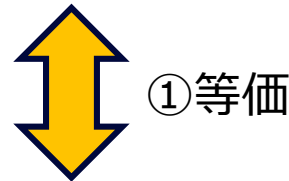
20140426 BinN論文セミナー#3
M2 伊藤 篤志

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

macroscopic, 決定論

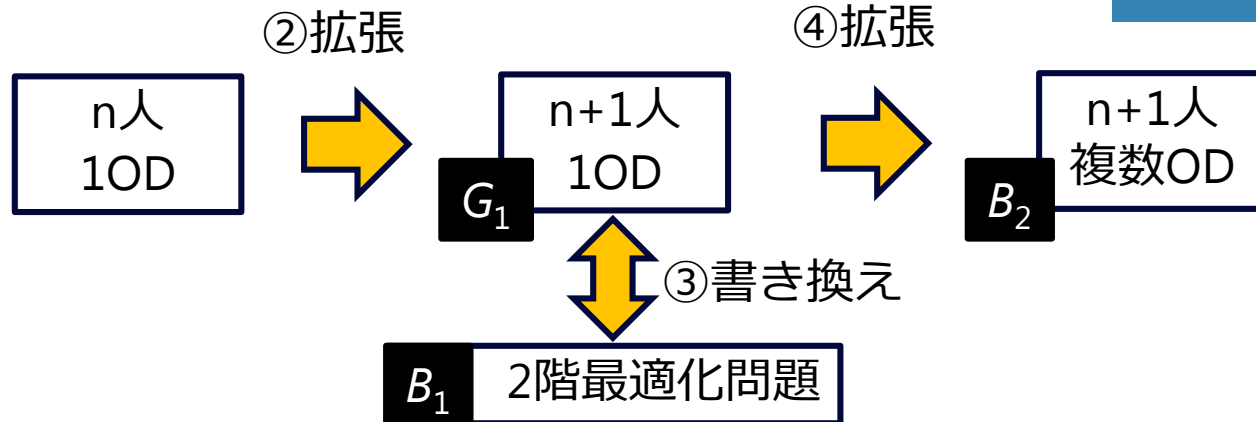
交通量
均衡配分

“利用される経路は全て最小コスト”
⇔ “最小コストを超えるどの経路も利用されない”



microscopic, 確率論

本手法
(ゲーム理論)



⑤解法アルゴリズムの提示

⑥簡易ネットワークへの適用

Uchida, Iida (1993)¹⁾

仮定: 経路選択時, ネットワーク利用者は安全マージンを考えている.

→ **実行旅行時間** の概念

↓
ドライバーが出発前にあらかじめ見積もる旅行時間

$$\begin{aligned} \text{実効旅行時間} &= \text{予定到着時刻} - \text{出発時刻} \\ &= \text{平均旅行時間} + \text{安全マージン} \end{aligned}$$

$$\text{安全マージン} = \begin{cases} \sigma \phi^{-1}\left(\frac{\sigma}{\gamma}\right) & \text{if } \frac{\sigma}{\gamma} < \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

σ : 旅行時間分布の標準偏差
 γ : 遅延に対するペナルティ
 ϕ^{-1} : 生起確率密度関数の逆関数

問題点: 混雑状態の発生確率を実データから算出する必要あり

ゲーム理論の導入 -①等価性の証明

4

ネットワークの条件

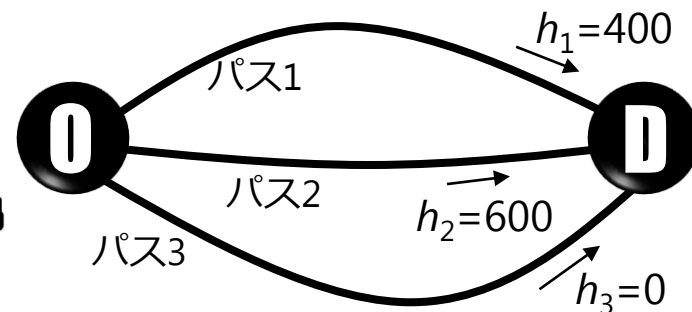
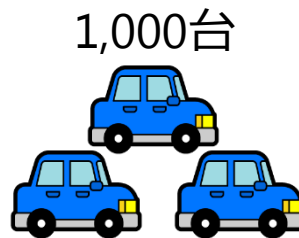
- ひとつのODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者

\mathbf{h} : 経路交通量ベクトル

h_j : 経路 j の交通量

\mathbf{g} : 経路コストベクトル

$g_j(\mathbf{h})$: \mathbf{h} 条件下での経路 j のコスト



$$\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{h}) = (10, 10, 20) \Leftrightarrow \underbrace{g_1(\mathbf{h}) = g_2(\mathbf{h})}_{\text{利用者あり}} < g_3(\mathbf{h})_{\text{利用者なし}}$$

利用者あり 利用者なし

交通量均衡配分の必要十分条件

$$g_j(\mathbf{h}) > \min_k g_k(\mathbf{h}) \Rightarrow h_j = 0$$

最小コストでない経路 j は選択されない

$$h_j > 0 \Rightarrow g_j(\mathbf{h}) = \min_k g_k(\mathbf{h}) = g_{\text{OD}}(\mathbf{h})$$

利用者がある経路 j は最小コスト

ゲーム理論の導入 - ①等価性の証明

ネットワークの条件

- ひとつのODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者

- s_a : 利用者aの混合戦略
- s_{-a} : 利用者a以外の利用者の混合戦略
- π_{aj} : 利用者aが経路jを選択する純戦略
- p_{aj} : 利用者aが経路jを選択する確率
- \mathbf{p} : 経路選択確率ベクトル

利用者a (戦略 s_a)



n次元混合戦略集合

$$c_a(\mathbf{s}) = \sum_j p_{aj} c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj})$$

利用者aが被るコスト期待値

利用者aが経路jを選択して被るコスト

経路jのコスト

- ネットワーク利用者は一様である
- 大数の法則より, $\mathbf{h} \rightarrow \mathbf{p}\mathbf{n}$



$$c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) \cong g_j(\mathbf{h})$$

利用者aが経路jを選択して被るコスト

本手法 (混合戦略ナッシュ均衡) の必要十分条件

$c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) > \min_k c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ak}) \Rightarrow p_{aj} = 0$ 利用者aが最小コストでない経路jを選択する確率は0

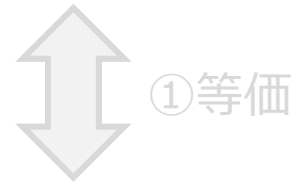
$p_{aj} > 0 \Rightarrow c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) = \min_k c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ak})$ 経路jの選択確率が正ならば, コストは最小

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

macroscopic, 決定論

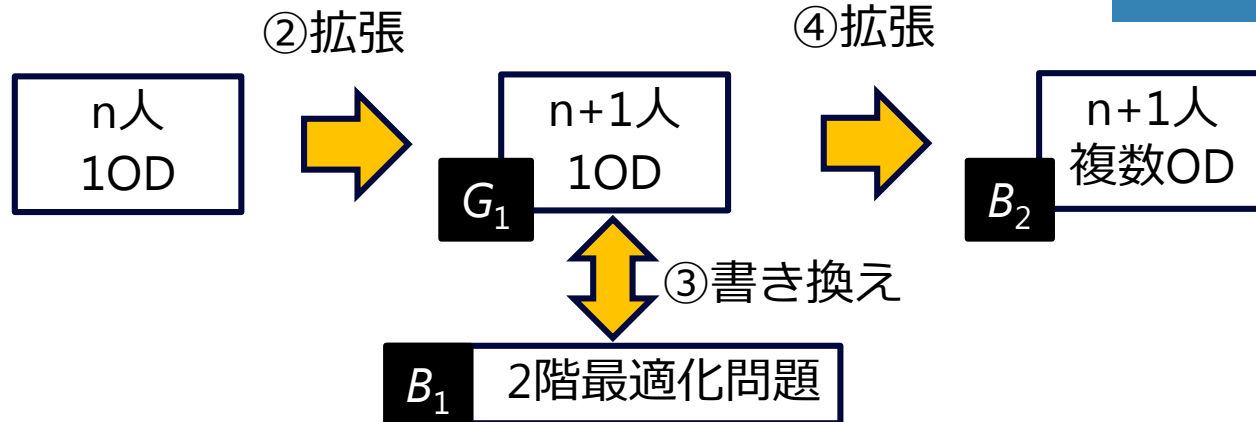
交通量
均衡配分

“利用される経路は全て最小コスト”
⇔ “最小コストを超えるどの経路も利用されない”



microscopic, 確率論

本手法
(ゲーム理論)



⑤解法アルゴリズムの提示

⑥簡易ネットワークへの適用

demonの導入 -②手法の拡張 (demonの参加) G_1

ネットワークの条件

- ひとつのODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者と1体のdemon

demonの参加



ネットワーク利用者のコストを最大化したい
→シナリオkの発生によりリンクコスト増大

G_1 定式化

利用者 a



$$\min c_a(\mathbf{s}, \mathbf{q}) = \sum_j p_{aj} \sum_k q_k c_{ak}(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj})$$

シナリオk (リンクダメージ) の発生確率

全シナリオ

demon



$$\max c_{\text{demon}}(\mathbf{s}, \mathbf{q}) = \sum_k q_k c_{\text{demon},k}(\mathbf{s})$$

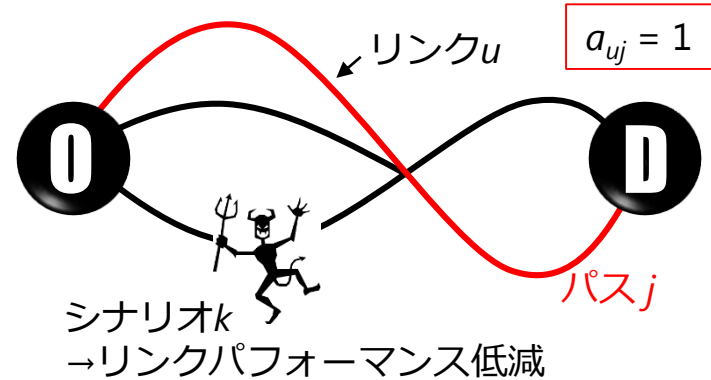
demonがシナリオkを選択したときのコスト

\mathbf{s} : 利用者の混合戦略集合
 \mathbf{s}_{-a} : 利用者a以外の利用者の混合戦略
 π_{aj} : 利用者aが経路jを選択する純戦略
 p_{aj} : 利用者aが経路jを選択する確率
 \mathbf{p} : 経路選択確率ベクトル
 c_i : プレイヤーiにとってのコスト

nが大きいとき, 均衡点を特定するのは難しい
→2階最適化問題への書き換えを提案

ネットワークの条件

- ひとつのODペア
- 複数の経路選択肢
- n人の一様な利用者と1体のdemon



B_1 2階最適化問題定式化

Upper



$$\max_{\mathbf{q}} \sum_j \sum_k q_k g_{jk}(\mathbf{h}) h_j$$

全経路, 全シナリオにおける期待コストを最大化

q_k : シナリオkの発生確率
 \mathbf{q} : シナリオ発生確率ベクトル
 $g_{jk}(\mathbf{h})$: シナリオk時の経路jのコスト
 h_j : 経路jの交通量

Lower



$$\min_{\mathbf{h}} \sum_u \sum_k q_k \int_0^{v_u(\mathbf{h})} t_{uk}(x) dx \quad \text{subject to} \quad v_u = \sum_j a_{uj} h_j$$

シナリオk時, リンクuの流量に依存するコスト

リンクu交通量

ダミー変数

全リンク, 全シナリオにおける期待コストを最小化

demonの導入 -③式の書き換え B_1

- 大数の法則より, n が大きいほど **ネットワークコスト** は **個々の期待コストの和** に近接

$$\sum_j g_{jk}(\mathbf{h}) h_j \cong c_{\text{demon},k}(\mathbf{s})$$

Upper

$$c_{\text{demon},k}(\mathbf{s}) < \max_r c_{\text{demon},r}(\mathbf{s}) \Rightarrow q_k = 0$$

コストの総和 $c_{\text{demon},k}$ が最大でない場合,
シナリオ k の発生確率 q_k は 0

$$q_k > 0 \Rightarrow c_{\text{demon},k}(\mathbf{s}) = \max_r c_{\text{demon},r}(\mathbf{s})$$

シナリオ k の発生確率 q_k が正の場合,
コストの総和 $c_{\text{demon},k}$ は最大

- 大数の法則より, n が大きいほど **経路 j の期待コスト** は **個々の期待コスト** に近接

$$\sum_k g_{jk}(\mathbf{h}) q_k \cong \sum_k c_{ak}(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) q_k = c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj})$$

Lower

$$c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) > \min_r c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ar}) \Rightarrow p_{aj} = 0$$

経路 j のコストが最小コストより大きいとき,
 j を選択する確率は 0

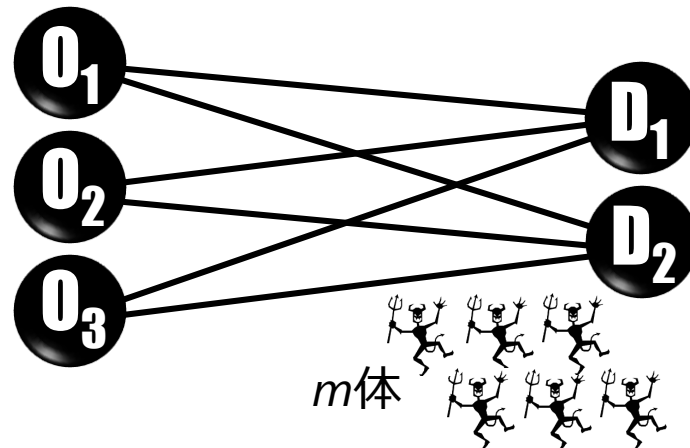
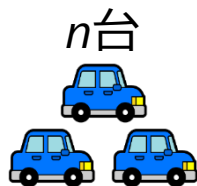
$$p_{aj} > 0 \Rightarrow c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{aj}) = \min_r c_a(\mathbf{s}_{-a}, \pi_{ar})$$

経路 j を選択する確率が正のとき,
 j のコストは最小

これらの条件は, 非協力混合戦略 $n+1$ プレイヤー ナッシュ均衡問題における
必要十分条件を満たす

ネットワークの条件

- m 組のODペア
- 複数の経路選択肢
- n 人の一様な利用者と m 体のdemon



B_2 定式化

$$Upper_{OD} \quad \max_{q_{OD}} \sum_j \sum_k q_{kOD} g_{jkOD}(\mathbf{h}) h_{jOD}$$

$$Lower_{OD} \quad \min_{\mathbf{h}} \sum_j \sum_k q_{kOD} \int_0^{v_u(\mathbf{h})} t_{uk}(x) dx$$

$$\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_m)$$

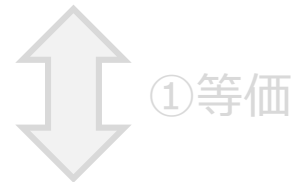
B_2 は全ての経路交通量を表す共通ベクトル \mathbf{h} によって結びつく2階平行問題

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

macroscopic, 決定論

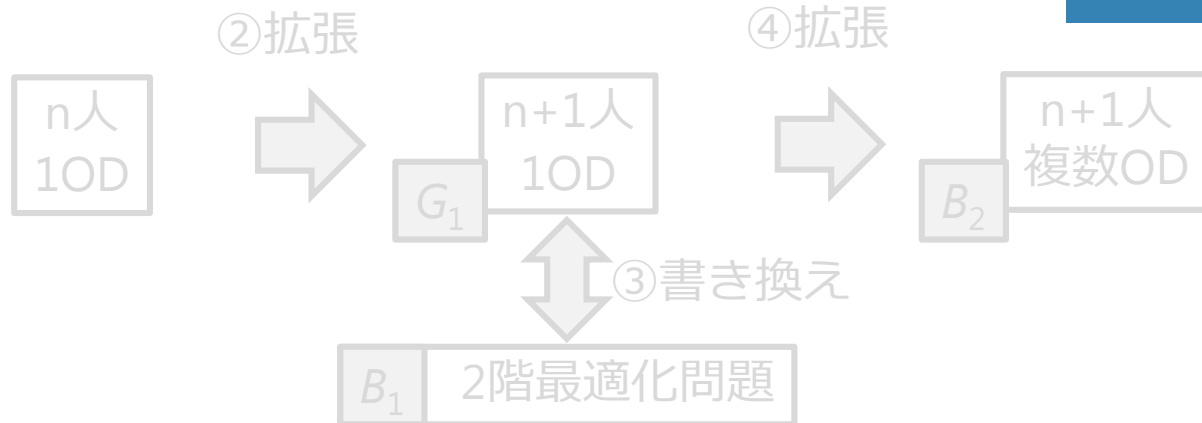
交通量
均衡配分

“利用される経路は全て最小コスト”
⇔ “最小コストを超えるどの経路も利用されない”



microscopic, 確率論

本手法
(ゲーム理論)



⑤解法アルゴリズムの提示

⑥簡易ネットワークへの適用

B_2 問題を解くにあたり, 逐次平均法 (MSA) を用いる

Step 1 各ODペアに対する期待リンクコストを算出

Step 2 最小コストの経路を示すOD表を読み込む

Step 3 OD依存リンク交通量をMSAによって更新

$$\text{MSA: } h_{\text{OD}}^t = \frac{t-1}{t} h_{\text{OD}}^{t-1} - 1 + \frac{1}{t} h_{\text{OD}}^*$$

三輪, 山本, 竹下, 森川²⁾

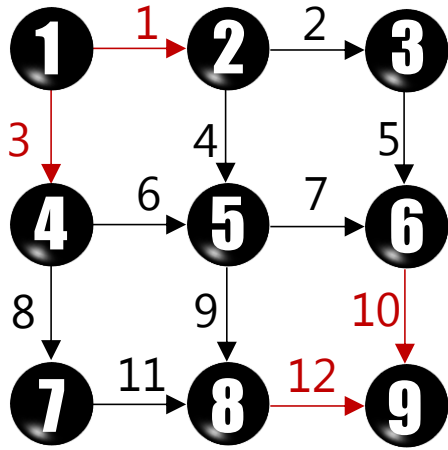
h_{OD}^* : 各イタレーションStep2で得られたOD交通量

Step 4 最大期待コストをもつOD依存損失シナリオを特定

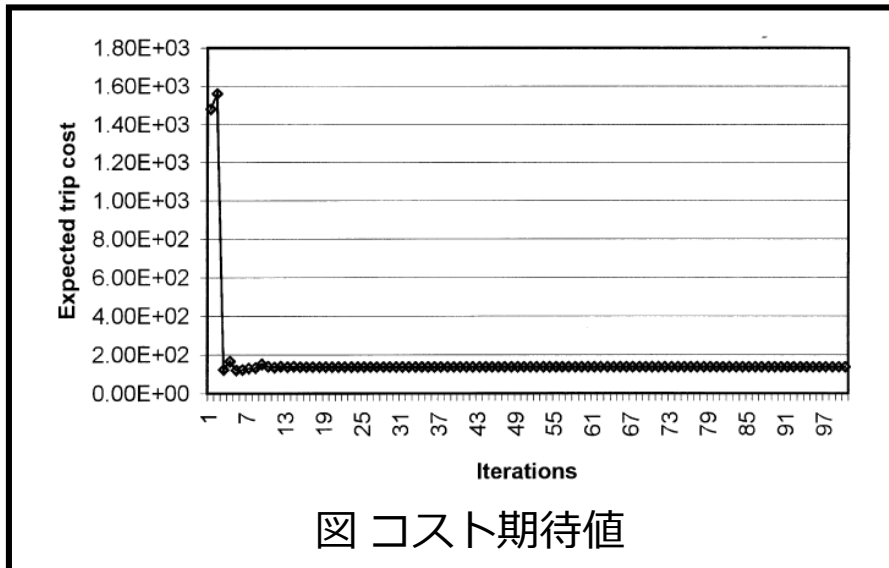
Step 5 OD依存リンク欠損確率をMSAによって更新

Step 6 収束するまでStep 1に戻る

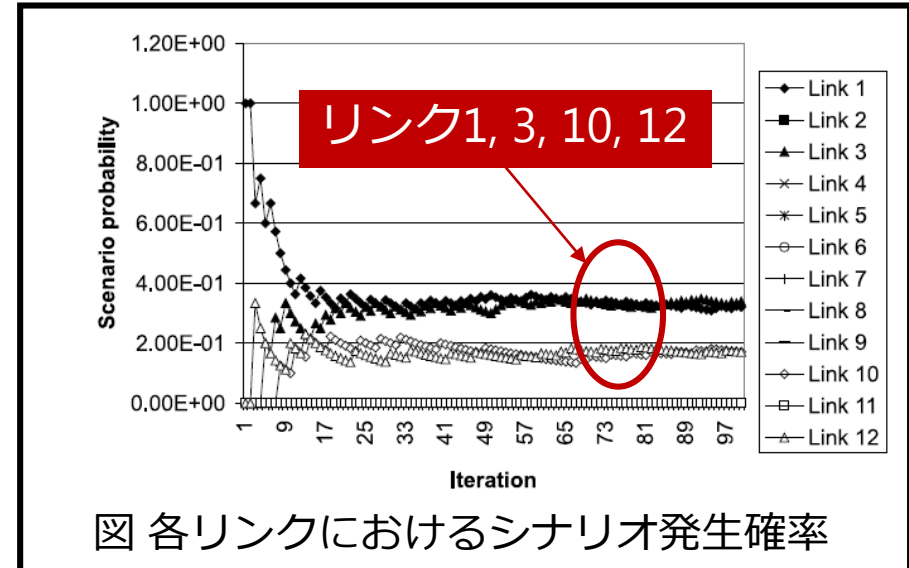
例題 -⑥簡易ネットワークへの適用



| | |
|-------------------------------|---|
| リンク <i>i</i> のコスト関数 | $cost_i = 10 \left(1 + \left(\frac{flow_i}{capacity_i} \right)^4 \right)$ |
| リンク <i>i</i> の容量 $capacity_i$ | 500 台/h |
| シナリオの影響 | 交通容量が50%に低減 |
| OD交通量 | 1,000 台/h |



→値は急速に収束



→対象性により、シナリオ発生箇所が特定されず収束しない

まとめ

不確実なリスクを回避するネットワーク利用者の経路選択行動を記述

→ゲーム理論を用いた新しい手法を提案

2種類のプレイヤーによる, 非協力混合戦略ナッシュ均衡

→demonは各ODペアの最も脆弱なリンクを特定

課題

制約的な仮定

1. demonはネットワークの利用者コストを最大化すること
→交通利用者がリスクに対して悲観的過ぎる
2. どのプレイヤーも次の動きに関する情報をもたない
→demonの支配が強すぎるため, 現実との整合性に欠ける

- 1) T. Uchida, Y. Iida: Risk assignment model considering risk of travel time variation, Proceedings of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.89-105, 1993.
- 2)三輪 富生, 山本 俊行, 竹下 知範, 森川 高行: プローブカーの速度情報を用いた動的OD交通量の推定可能性に関する研究, 2007.

純戦略

各プレイヤーが選択し得る戦略

混合戦略

確率的に意思決定される戦略

ナッシュ均衡

全プレイヤーが相手の戦略のもとで自身の利益を最大化するよう行動するとき成立する均衡状態 (cf. 男女の争い)