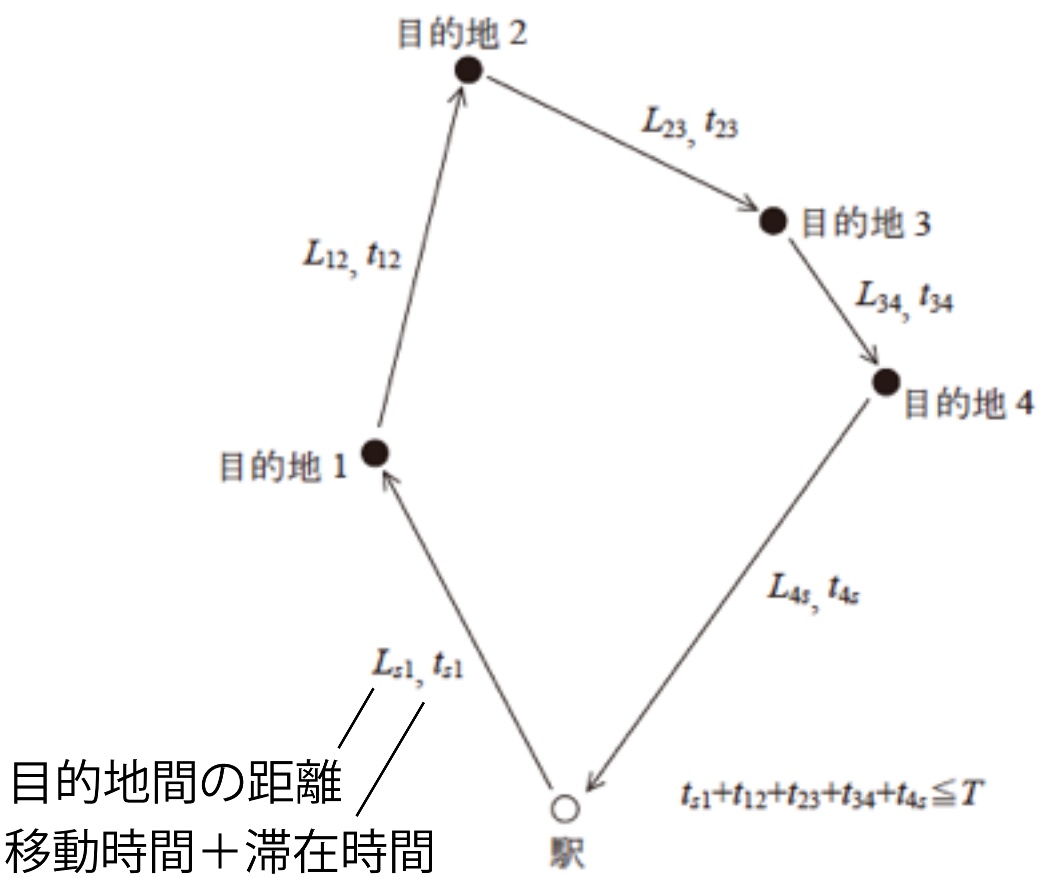
時間制約下の遷移確率に着目した複数目的地選択肢集合の生成手法

時間制約下での複数の目的地選択行動の動的なモデルと
そのための選択肢集合生成手法の提案



対象とする問題

時間制約Tの下で複数の目的地を訪れる場合の
目的地選択行動

一連の行動で達成したい目的は予め決定

1 つの目的地訪問終了の度に現在地や残り時間など
その時点での状況を考慮して以降の目的地を決定

↓

次の目的地は，それ以降に予定する目的に対して
制約時間内で選択可能な目的地の有無やその効用の
大きさも考慮して決定される

将来的な期待効用を考慮した意思決定　Aguirregabiria and Mira (2010)

個人iはk期に状態変数s_{ik}を観測したとき
右式(k期からK期までの効用の合計の期待値)を
最大化する選択肢a_{ik}を選択する　と仮定

$$E(\sum_{j=0}^{K-k} \underbrace{\beta^j}_{\text{割引率}} \underbrace{U(a_{i,k+j}, s_{i,k+j})}_{\text{(k+j)期の効用}} | \underbrace{a_{ik}}_{\text{選択肢}}, \underbrace{s_{ik}}_{\text{状態変数}})$$

Dynamic Programming(DP)問題

Bellmanの最適性原理(Bellman,1957)より

今期の価値関数: $$V(s_{ik}) = \max_{a \in A}\{\underbrace{\underbrace{U(a, s_{ik})}_{\text{今期の効用}} + \beta \int \underbrace{V(s_{i,k+1})}_{\text{次期の価値関数}} d\underbrace{F(s_{i,k+1}|a, s_{ik})}_{\text{マルコフ遷移確率分布関数}}}_{= v(a, s_{ik})\text{ : 選択肢別価値関数}}\}$$

状態変数s_{ik}のうち観測可能なもの: x_{ik}, 観測できないもの: ε_{ik}
ε_{ik}にi.i.d.を仮定
次期の観測可能変数$x_{i,k+1}$が今期のε_{ik}に依存しないと仮定

価値関数の期待値: $$\bar{V}(x_{ik}) = \int \max_{a \in A}\{\overbrace{u(a, x_{ik}) + \varepsilon_{ik}(a) + \beta \sum_{x_{i,k+1}} \bar{V}(x_{i,k+1}) \underbrace{f_x(x_{i,k+1}|a, x_{ik})}_{\text{遷移確率密度関数}}}^{= v(a, x_{ik})}\} d\underbrace{G_\varepsilon(\varepsilon_{ik})}_{\varepsilon_{ik}\text{の分布関数}}$$

ε_{ik}にガンベル分布
を仮定

$$\bar{V}(x_{ik}) = \log\left(\sum_{a=0}^{J} \exp\{u(a, x_{ik}) + \beta \sum_{x_{i,k+1}} \bar{V}(x_{i,k+1}) f_x(x_{i,k+1}|a, x_{ik})\}\right)$$

選択確率: $$P(a|x_{ik}, \theta) = \frac{\exp(v(a, x_{ik}))}{\sum_{j=0}^{J} \exp(v(j, x_{ik}))}$$

DP conditional logit model (Rust, 1987)

変数

■選択肢別効用関数の定式化

$$u(a, x_{ik}) = \theta_{u1} \underline{q_a} * \log(\theta_{u2} \underline{ts_{ik}} + 1) + \theta_{u3} \underline{L_k} + \theta_{u4} \underline{d_{ik}}$$

目的地aの魅力度　滞在時間　移動距離　残り時間内に到達できる目的地がある場合は1ない場合は0をとる変数

目的地滞在の効用
滞在時間が長いほど
効用は大きくなるが
効用の増分が小さくなると仮定

移動の不効用

目的地不到達の不効用

$\theta_{u1} \sim \theta_{u4}$：パラメータ

■状態変数の設定

q_a：目的地ごとの定数として設定
（目的地ノードに接続するリンクの店舗率など）

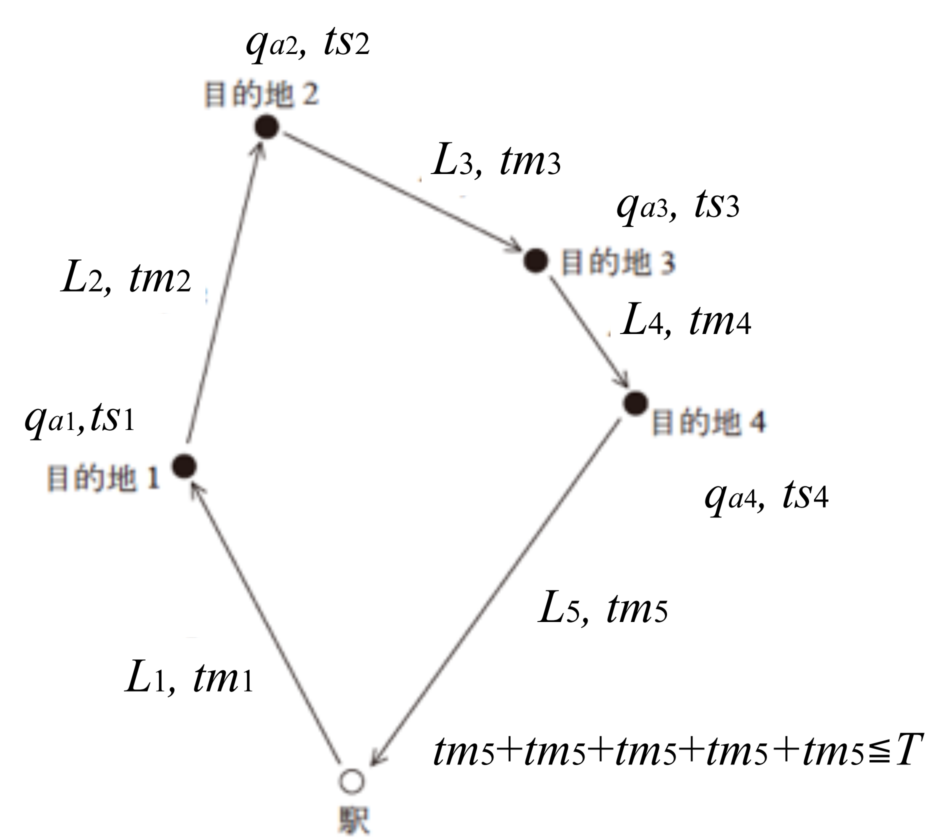
L_k：1つ前の目的地(=k期の出発地）から
次の目的地候補までの最短経路長さ

ts_{ik}：指数分布を仮定して観測データから係数を推定

d_{ik}を算出するための残り時間T_{ik}：

$$T_{i,k+1} = T_{ik} - (tm_{ik} + ts_{ik})$$

tm_{ik}：移動時間ー最短経路長さに比例すると仮定して
観測データから係数を推定



解法

ε_{ik}にi.i.d.を仮定
次期の観測可能変数$x_{i,k+1}$が今期のε_{ik}に依存しないと仮定

対数尤度関数: $L(\theta) = \underbrace{\sum_i \sum_{k=1}^{K_i} \log \underline{P(a_{ik}|x_{ik},\theta)}}_{①}+\underbrace{\sum_i \sum_{k=1}^{K_i-1} \log \underline{f_x(x_{i,k+1}|a_{ik},x_{ik},\theta_f)}}_{②}+\sum_i log \underline{Pr(x_{i1}|\theta)}$

①　a_{ik}の選択確率
②　状態変数の遷移確率
x_iの初期条件：
最尤推定上は無視

Rust(1987)による簡易推定法

Step1　②のみで②を最大化するθ_fを推定

Step2　Step1で求めたθ_fを用いて①を最大化するθ を推定

選択確率Pの計算には再帰的に求まる価値関数$\bar{V}$の算出が必要

→DP問題の推定　**NFXPアルゴリズム**

Step1　任意のθ を与える

Step2　(2)により一連の$\bar{V}$ を計算
mステップ目の値を$\bar{V}^m$とする

Step3　(1)によりP を計算

Step4　$\bar{V}^m$- $\bar{V}^{m-1}$ が収束条件値以下と
なるまでStep2以降を繰り返す

$$P(a|x_{ik},\theta) = \frac{\exp(v(a,x_{ik}))}{\sum_{j=0}^{J}\exp(v(j,x_{ik}))} \quad (1)$$

$$v(a,x_{ik}) = u(a,x_{ik})+\beta\sum_{x_{i,k+1}}\bar{V}(x_{i,k+1})f_x(x_{i,k+1}|a,x_{ik})$$

$$\bar{V}(x_{ik}) = \log\Big(\sum_{a=0}^{J}\exp\{u(a,x_{ik})+\beta\sum_{x_{i,k+1}}\bar{V}(x_{i,k+1})f_x(x_{i,k+1}|a,x_{ik})\}\Big) \quad (2)$$